

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

П. С. Шаповалов, В. И. Дробышевский

ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ

**по курсу «Физика» для студентов технических
специальностей дневной формы обучения**

Электронный аналог печатного издания

Гомель 2015

УДК 535+539(075.8)
ББК 22.38я73
Ш25

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 8 от 27.05.2014 г.)*

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого
В. Г. Тепляков

Шаповалов, П. С.
Ш25 Оптика, атомная и ядерная физика : практикум по курсу «Физика» для студентов техн. специальностей днев. формы обучения / П. С. Шаповалов, В. И. Дробышевский. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2015. – 47 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Мб RAM ; свободное место на HDD 16 Мб ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-985-535-253-3.

Содержит теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторных работ по разделам физики «Оптика, атомная и ядерная физика». Даны физические основы исследуемых явлений, методика выполнения работы, контрольные вопросы для самопроверки и рекомендуемая литература.

Для студентов технических специальностей дневной формы обучения.

УДК 535+539(075.8)
ББК 22.38я73

ISBN 978-985-535-253-3

© Шаповалов П. С., Дробышевский В. И., 2015
© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2015

Лабораторная работа № 6

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВНЕШНЕГО И ВНУТРЕННЕГО ФОТОЭФФЕКТА

Цель работы: изучить законы фотоэффекта, ознакомиться с работой фотоэлементов.

Приборы и принадлежности: вакуумный и газонаполненный фотоэлементы, фоторезистор, источник света и измерительные приборы.

Теоретическая часть

Виды фотоэлектрического эффекта

Поглощение электромагнитного излучения веществом часто сопровождается электрическими явлениями, которые называют фотоэффектом (фотоэлектрическим эффектом).

Различают фотоэффект внешний, внутренний.

Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называют испускание электронов веществом под действием света. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах, газах и жидкостях.

Внутренний фотоэффект состоит в том, что световой поток, падающий на вещество, вызывает увеличение энергии у части электронов вещества, ионизацию атомов и образование новых носителей зарядов (электронов и дырок), вследствие чего уменьшается электрическое сопротивление освещаемого материала. Если при внешнем фотоэффекте электроны покидают пределы освещаемого вещества, то при внутреннем фотоэффекте они остаются внутри вещества, увеличивая тем самым концентрацию носителей тока в веществе. Внутренний фотоэффект наблюдается в полупроводниках и диэлектриках.

Различают еще вентильный фотоэффект, фотоэффект в запирающем слое, заключающийся в возникновении электродвижущей силы на границе двух полупроводников различной проводимости (или металла и полупроводника). Вентильный фотоэффект относится к разновидности внутреннего фотоэффекта.

При соприкосновении двух полупроводников с различной проводимостью (*p*- и *n*-типа) или полупроводника и металла в месте контакта возникает «запирающий слой», который обуславливает одностороннюю проводимость такой системы, т. е. ток через запирающий слой идет только в одном направлении. При освещении светом области контакта в этой области возрастает число свободных носителей то-

ка, что приводит к изменению контактной разности потенциалов (в месте контакта), т. е. возникает фотоЭДС. Таким образом, при облучении светом места контакта образуется элемент, способный служить источником тока. В таких фотоэлементах происходит непосредственное преобразование энергии света в энергии тока, и они являются источниками ЭДС.

Фотоэффект был открыт в 1887 г. Г. Герцем. Первые исследования фотоэффекта провел А. Г. Столетов (1888 г.), а в 1889 г. Ф. Леонард и Дж. Томсон доказали, что при фотоэффекте испускаются электроны. Открытие и исследования фотоэффекта сыграли важную роль в экспериментальном обосновании квантовой теории света.

Экспериментальные исследования показали, что это явление зависит не только от химической природы металла, но и от состояния его поверхности. Поэтому для изучения фотоэффекта используют установку с вакуумной трубкой (рис. 1). В вакуумной трубке установлены два электрода: катод К, изготовленный из исследуемого металла, и анод А. На электроды подается разность потенциалов, величина и знак которых изменяется с помощью потенциометра R . Катод К освещается монохроматическим светом, входящим в трубку через защитное окно Д. В цепи возникает ток, который регистрируется миллиамперметром.

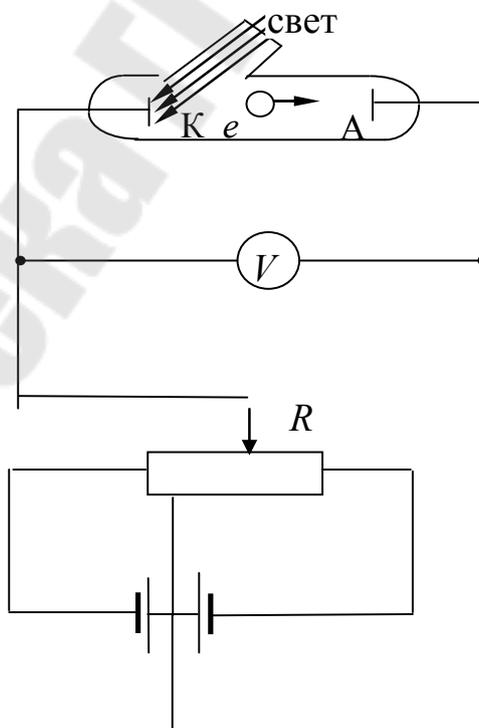


Рис. 1

На рис. 2 изображены кривые зависимости силы тока I от напряжения U , которые соответствуют двум различным энергетическим освещенностям катода: E_1 (кривая a) и E_2 (кривая b), где $E_2 > E_1$. Частота света в обоих случаях одинакова. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{\text{нас}}$ (фототок насыщения) определяется таким значением U , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = n \cdot e,$$

где e – заряд электрона; n – число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

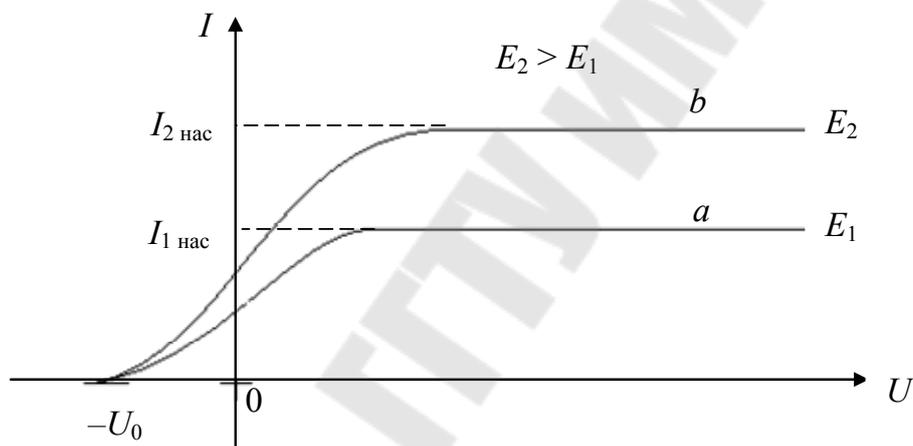


Рис. 2

Из зависимости, приведенной на рис. 2, также следует, что при $U = 0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью ϑ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией, и могут достигать анода при отсутствии внешнего электрического поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить обратное напряжение U_0 , которое называют задерживающим напряжением. При $U = U_0$ фототок I равен нулю, так как ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью ϑ_{max} , не может преодолеть задерживающего электрического поля и достигнуть анода. Следовательно:

$$\frac{m\vartheta_{\max}^2}{2} = eU_0, \quad (1)$$

где m и e – значения массы и заряда электрона.

С увеличением напряжения фототок возрастает, так как все большее число фотоэлектронов достигает анода. Значение силы тока $I_{\text{нас}}$ называют *фототоком насыщения*.

Установлены следующие *законы внешнего фотоэффекта*:

I. При фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется его частотой ν .

III. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

Для объяснения явления фотоэффекта А. Эйнштейн в 1905 г. использовал квантовые представления о свете и применил их к поглощению света веществом. Согласно квантовой теории, свет частотой ν не только *испускается*, но и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0 = h\nu$. Таким образом, распространение света рассматривают как поток дискретных световых квантов, которые движутся в пространстве со скоростью распространения света в вакууме. Кванты электромагнитного излучения получили название *фотонов*. Каждый квант (фотон) поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных из вещества электронов, которые называют фотоэлектронами, пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта).

Энергия падающего на поверхность металла фотона расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $\frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}$.

По закону сохранения энергии имеем:

$$h\nu = A + \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}. \quad (2)$$

Уравнение (2) называется *уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Оно представляет собой закон сохранения энергии в применении к внешнему фотоэффекту. Уравнение Эйнштейна (2) позволяет также объяснить II и III законы фотоэффекта.

Из выражения (2) следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (т. е. от числа фотонов), потому что ни A , ни ϑ от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта).

Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла $A = \text{const}$) до нуля, фотоэффект прекращается (III закон фотоэффекта). Согласно (1), получаем:

$$h\nu_0 = A. \quad (3)$$

Следовательно, частота красной границы фотоэффекта равна $\nu_0 = A/h$, а длина волны красной границы $\lambda_0 = hc/A$.

На основе соотношений (1) и (3) уравнение Эйнштейна можно переписать в следующем виде:

$$h\nu = h\nu_0 + eU_0;$$

или

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0).$$

Если интенсивность света очень большая (лазерный пучок), то возможен многофотонный фотоэффект, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от нескольких (N) фотонов. Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта имеет следующий вид:

$$Nh\nu = A + \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2},$$

где N может принимать значение в несколько единиц.

Внутренний фотоэффект

Внутренний фотоэффект – перераспределение электронов по энергетическим уровням в диэлектриках и полупроводниках (но не в металлах) под действием света. Если энергия кванта $h\nu$ падающего света превышает ширину запрещенной зоны в диэлектрике или полупроводнике, то электрон, поглотивший квант, переходит из валентной зоны в зону проводимости. В результате этого перехода образуется пара носителей: в зоне проводимости – электрон, а в валентной зоне – дырка (рис. 3).

Таким образом, при облучении полупроводника светом в зоне проводимости появляются носители заряда, и при включении полупроводника в цепь по ней будет протекать ток. При этом в цепи будет протекать ток, изменяющийся в зависимости от освещенности. Свойства зависимости электрического сопротивления от освещенности используются в фоторезисторах, фотодиодах, фототранзисторах.

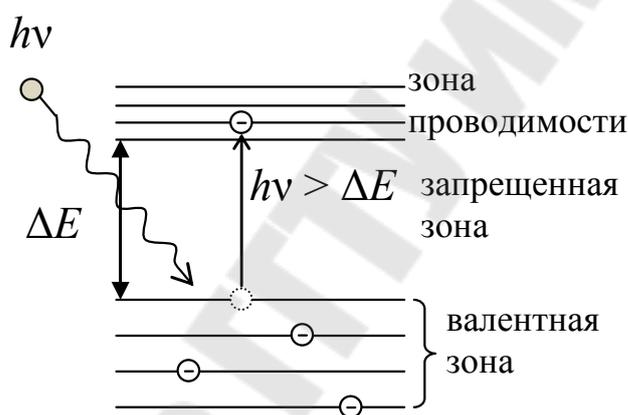


Рис. 3

Внутренний фотоэффект может приводить и к возникновению фотоЭДС. На использовании внутреннего фотоэффекта основано действие фотоэлементов – устройств, преобразующих световую энергию в электрическую. Устройства, преобразующие световую энергию в электрическую, обычно используют внешний фотоэффект (разновидность внутреннего фотоэффекта) – возникновение фотоЭДС на p - n -переходе или на границе металла с полупроводниками. Устройства на внешнем фотоэффекте используются в фотоаппаратах, солнечных батареях, калькуляторах и т. д.

Порядок выполнения работы

1. Изучение внешнего фотоэффекта.

1.1. Включите лабораторный стенд в сеть.

1.2. Переключатель «В₇» установите в положение «ВАКУУМ-НЫЙ».

1.3. Переключатели «СЦВ-3», «ЦГ-3» установите в положение « $F = 0$ »; регулятор напряжения « $0 \div 250$ В» установите в крайнее левое положение.

1.4. Переключатель «СЦВ-3» установите в положение « F_1 ». Изменяя напряжение от 0 до 250 В (U_1), зарегистрируйте зависимость силы фототока I_1 от напряжения, затем проделайте те же действия, когда переключатель «СЦВ-3» находится в положении « F_2 ». Результаты запишите в табл. 1.

Таблица 1

$U, \text{В}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150
$I_1, \text{мА}(F_1)$												
$I_1, \text{мА}(F_2)$												

По данным табл. 1 постройте график зависимости $I_1 = f(U_1)$ при F_1 и F_2 .

1.5. Проделайте п. 3, установив переключатель «В₇» в положение «Газонаполненный».

1.6. Переключатель «ЦГ-3» установите в положение F_1 . Изменяя напряжение U_1 от 0 до 250 В (через каждые 10 В), зарегистрируйте зависимость силы фототока (I_1) от напряжения. Проделайте те же действия, когда переключатель «ЦГ-3» находится в положении F_2 . Результаты запишите в табл. 2.

Таблица 2

$U, \text{В}$	0	10	20	30	...	220	230	240	250
$I_1, \text{мА}(F_1)$									
$I_1, \text{мА}(F_2)$									

По данным табл. 2 постройте график зависимости $I_1 = f(U_1)$, при F_1 и F_2 .

2. Изучение внутреннего фотоэффекта (фотосопротивление ФСК-Г1).

2.1. Установите переключатели «СЦВ-3», «ЦГ-3» и «ФСК-Г1» в положение « $F = 0$ », переключатель « B_2 » – в положение «ВКЛЮЧЕНО».

2.2. Установите ручку регулятора напряжения « $0 \div 250 \text{ В}$ » в крайнее левое положение.

2.3. Установите переключатель «ФСК-Г1» в положение « F_1 ». Изменяя напряжение U_1 от 0 до 250 В (через каждые 10 В), зарегистрируйте изменения силы тока (I_2). Прodelайте те же действия, когда переключатель «ФСК-Г1» находится в положении F_2 . Результаты запишите в табл. 3.

Таблица 3

$U, \text{ В}$	0	10	20	30	...	220	230	240	250
$I_1, \text{ мА}(F_1)$									
$I_1, \text{ мА}(F_2)$									

2.4. По данным табл. 3 постройте график зависимости $I_2 = f(U_1)$ при F_1 и F_2 .

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте законы внешнего фотоэффекта и запишите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

2. Объясните законы фотоэффекта, исходя из квантовой теории света.

3. Поясните сущность внутреннего фотоэффекта.

Лабораторная работа № 7

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы:

1. Изучить основные закономерности теплового излучения.
2. Определить постоянные Стефана–Больцмана и Планка.

Приборы и принадлежности: оптический пирометр с исчезающей нитью, источники постоянного тока, лампа с вольфрамовой спиралью, вольтметр, амперметры, ЛАТР.

Теоретическая часть

Тепловое излучение и его характеристики

Свечение тел при их нагревании называют *температурным* или *тепловым излучением*. Если нагреть твердое тело до высокой температуры оно ярко светится. В этом случае тело отдает окружающей среде теплоту в виде излучения электромагнитных волн. При высоких температурах тела излучают высокочастотные электромагнитные волны (видимые и ультрафиолетовые), однако при постепенном охлаждении тела излучение телом видимого света прекращается – тело испускает лишь инфракрасные лучи, которые невидимы глазом.

Тепловым излучением называют электромагнитное излучение, испускаемое веществом за счет его внутренней энергии и зависящее от термодинамической температуры и оптических свойств тела.

Тепловое излучение присуще всем телам. Оно возникает при любых температурах выше 0 К, поэтому испускается всеми телами.

Тепловое излучение – единственное излучение, которое может быть равновесным, т. е. тело в единицу времени поглощает столько же энергии, сколько и излучает. Равновесное излучение устанавливается в адиабатно-замкнутой системе.

Количественной характеристикой теплового излучения является спектральная плотность энергетической светимости тела – энергии, излучаемой телом с единицы площади поверхности при данной температуре тела в единицу времени в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu}, \quad (1)$$

где $dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}$ – мощность электромагнитного излучения, испускаемого с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$.

Единица спектральной плотности энергетической светимости $[R_{\nu, T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$ (джоуль на метр в квадрате).

Зная спектральную плотность энергетической светимости тела, можно вычислить его интегральную энергетическую светимость, которую часто называют просто энергетической светимостью тела:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu. \quad (2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{падающ}}},$$

которая показывает, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на него электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu + d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность – величина безразмерная.

Величины $R_{\nu, T}$ и $A_{\nu, T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры. Поэтому эти величины относятся к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $\nu + d\nu$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называют *абсолютно черным телом*.

Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним. Абсолютно черным телом, с хорошим приближением можно считать Солнце; почти все излучение, падающее на него, поглощается.

Идеальной моделью абсолютно черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием O , внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 1). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от внутренних стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия меньше 0,1 диаметра полости, падающее излучение почти полностью поглощается.

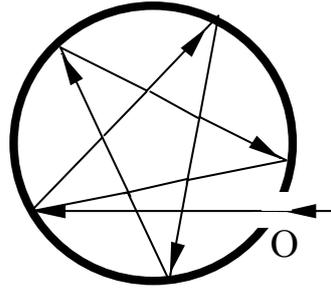


Рис. 1

Наряду с понятием черного тела используют понятие *серого тела* – тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела.

Закон Кирхгофа

Кирхгоф установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглощательной способностью тел.

Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела и является для всех тел универсальной функцией $f(\nu, T)$ частоты и температуры:

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = f(\nu, T). \quad (3)$$

Равенство (3) – закон Кирхгофа.

Для абсолютно черного тела $A_{\nu, T} \equiv 1$, поэтому из равенства (3) вытекает, что $R_{\nu, T}$ для абсолютно черных тел равна $f(\nu, T)$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $f(\nu, T)$ есть *спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела*. В экспериментальных расчетах удобнее пользоваться универсальной функцией относительно длин волн $\varphi(\lambda, T)$. Соотношения между этими функциями равно:

$$f(\nu, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T).$$

Используя закон Кирхгофа, выражение (2) можно записать в следующем виде:

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu, T} f(\nu, T) d\nu.$$

Для *серого* тела

$$R_T^C = A_T \int_0^{\infty} f(\nu, T) d\nu = A_T R_e, \quad (4)$$

где A_T – коэффициент поглощения излучения для серого тела:

$$R_e = \int_0^{\infty} f(\nu, T) d\nu \quad (5)$$

– энергетическая светимость абсолютно черного тела.

Законы Стефана–Больцмана и Вина

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийские физики И. Стефан, анализируя экспериментальные данные (1897 г.), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884 г.), установили зависимость энергетической светимости R_e от температуры. Согласно закону Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \quad (6)$$

т. е. энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры, где коэффициент пропорциональности $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Дж/(м² · К⁴) называют постоянной Стефана-Больцмана.

Немецкий физик В. Вин установил зависимость длины волны λ_{\max} , соответствующей максимуму функции $\varphi(\lambda, T)$, от температуры T . Из экспериментальных кривых следует, что по мере повышения температуры тела происходит смещение положения максимума функции $\varphi(\lambda, T)$ в область коротких длин волн (рис. 2). Площадь, ограниченная кривой $\varphi(\lambda, T)$ и осью абсцисс (ось λ), пропорциональна энергетической светимости абсолютно черного тела. Поэтому в соот-

ветствии с законом Стефана–Больцмана она возрастает пропорционально T^4 .

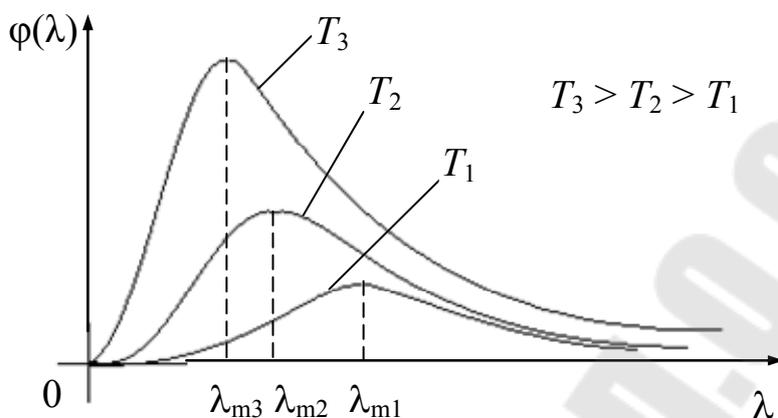


Рис. 2

Согласно закону Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (7)$$

т. е. длина волны λ_{\max} , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $\varphi(\lambda, T)$ абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре ($b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная Вина).

Вин также установил зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости $\varphi(\lambda, T)$ абсолютно черного тела:

$$\varphi(\lambda, T)_{\max} = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right),$$

где $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ – функция, зависящая только от отношения частоты и температуры.

Формулы Рэля–Джинса и Планка

Рэлей и Джинс, исходя из классической теории излучения осциллятора и равномерного распределения энергии по степеням свободы, определили функцию $f(\nu, T)$. Формула Рэля–Джинса для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела имеет следующий вид:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (8)$$

где k – постоянная Больцмана.

Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергии одинаковы, поэтому средняя энергия, приходящая на каждую колебательную степень свободы осциллятора, равна $\bar{\varepsilon} = kT$.

Как показал опыт, выражение (8) согласуется с экспериментальными данными только в области малых частот. В области больших частот формула Рэля–Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом Вина (рис. 3). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана–Больцмана (8) из формулы Рэля–Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (8) энергетическая светимость черного тела (5) равна:

$$R_e = \int_0^{\infty} f(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

а в тоже время по закону Стефана–Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Это противоречие классической теории и экспериментальных данных получило название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре абсолютно черного тела.

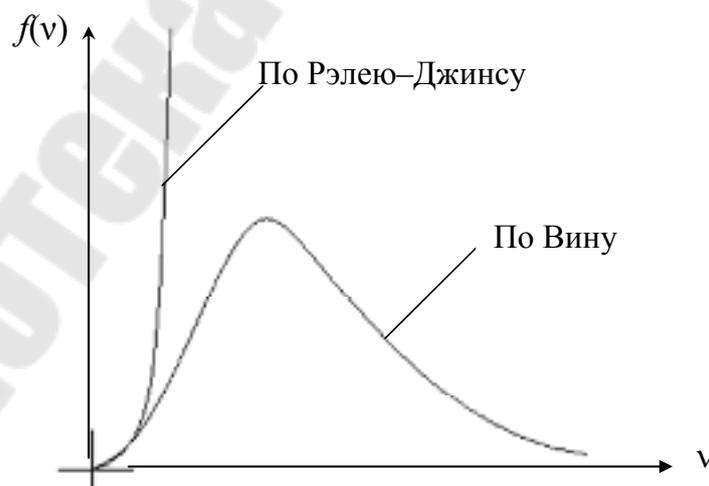


Рис. 3

Выражение, согласующееся с опытными данными для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, было предложено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Планк предложил квантовую гипотезу, согласно которой атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебаний:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (9)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка.

Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε принимает лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии:

$$\varepsilon = nh\nu, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

В данном случае, средняя энергия осциллятора $\bar{\varepsilon}$ не равна kT . Учитывая, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана, получаем выражение для средней энергии осциллятора:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела равна:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (10)$$

Выражение (10) называют формулой Планка, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот и температур.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные h , k и c , можно вычислить константы Стефана–Больцмана σ и Вина b . С другой стороны, зная экспериментальные значения σ и b , можно вычислить значения h , k .

Оптическая пирометрия

Законы теплового излучения используют для измерения температуры раскаленных и самосветящихся тел (например, звезд). Метод измерения высоких температур, использующий зависимость спектральной плотности энергетической светимости или интегральной энергетической светимости тел от температуры, называют оптической пирометрией. Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называют пирометрами. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают радиационную, цветовую и яркостную температуры.

Радиационная температура – это такая температура абсолютно черного тела, при которой его энергетическая светимость R_e (5) равна энергетической светимости R_T (2) исследуемого тела. В данном случае регистрируется энергетическая светимость исследуемого тела, и по закону Стефана–Больцмана (6) вычисляется его радиационная температура:

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\sigma}}. \quad (11)$$

Радиационная температура T_p тела всегда меньше его истинной температуры T . Для доказательства этого рассмотрим исследуемое тело, которое является серым. Тогда из (6) и (4) следует:

$$R_T^c = A_T R_e = A_T \sigma T^4.$$

С другой стороны

$$R_T^c = \sigma T_p^4.$$

Из сравнения этих выражений получаем, что

$$T_p = \sqrt[4]{A_T} T.$$

Так как $A_T < 1$, то $T_p < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше радиационной.

Цветовая температура. Для серых тел (или тел, близких к ним по свойствам) спектральная плотность энергетической светимости равна:

$$R_{\lambda, T} = A_T \varphi(\lambda, T),$$

где $A_T = \text{const} < 1$.

Следовательно, распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как в спектре абсолютно черного тела, имеющего ту же температуру, поэтому к серым телам применим закон смещения Вина (7). Зная длину волны λ_{max} , соответствующую максимальной спектральной плотности энергетической светимости $R_{\lambda, T}$ исследуемого тела, можно определить его температуру

$$T_{\text{ц}} = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}},$$

которую называют *цветовой температурой*. Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной. Измеряя цветовую температуру Солнца, можно определить температуру на ее поверхности ($T_{\text{ц}} = 5800 \text{ K}$). Для тел, которые сильно отличаются от серых (например, обладающих селективным поглощением), понятие цветовой температуры теряет смысл.

Яркостная температура $T_{\text{я}}$ – это температура черного тела, при которой для определенной длины волны его спектральная плотность энергетической светимости равна спектральной плотности энергетической светимости исследуемого тела, т. е.

$$\varphi(\lambda, T_{\text{я}}) = R_{\lambda, T}. \quad (12)$$

По закону Кирхгофа (3) для исследуемого тела при длине волны λ

$$\frac{R_{\lambda, T}}{A_{\lambda, T}} = \varphi(\lambda, T_{\text{я}}),$$

или учитывая (12)

$$A_{\lambda, T} = \frac{\varphi(\lambda, T_{\text{я}})}{\varphi(\lambda, T)}. \quad (13)$$

Так как для нечерных тел $A_{\lambda, T} < 1$, то $\varphi(\lambda, T_{\text{я}}) < \varphi(\lambda, T)$, следовательно, $T_{\text{я}} < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше яркостной.

В качестве яркостного пирометра обычно используется пирометр с исчезающей нитью (рис. 4). Накал нити пирометра подбирается таким, чтобы выполнялось условие (12). В данном случае изобра-

жение нити пирометра становится неразличимым на фоне поверхности раскаленного тела, т. е. как бы «исчезает».

Зная поглощательную способность $A_{\lambda, T}$ тела при той же длине волны, по яркостной температуре можно определить истинную. Перепишав формулу Планка (10) в виде

$$\varphi(\lambda, T_{\text{я}}) = \frac{c}{\lambda^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}$$

и подставив последнее выражение в (13), получим:

$$A_{\lambda, T} = \frac{e^{hc/kT\lambda} - 1}{e^{hc/kT_{\text{я}}\lambda} - 1}, \quad (14)$$

т. е. при известных $A_{\lambda, T}$ и λ можно определить истинную температуру исследуемого тела.

Единицей в числителе и знаменателе в выражении (14) можно пренебречь. Тогда

$$A_{\lambda, T} = \frac{e^{hc/kT\lambda}}{e^{hc/kT_{\text{я}}\lambda}} = e^{\left(\frac{hc}{k\lambda}\right)\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{я}}}\right)},$$

откуда

$$T = \frac{T_{\text{я}}}{1 + (k\lambda/hc)T_{\text{я}} \cdot (\ln A_{\lambda, T})}. \quad (15)$$

Значения $A_{\lambda, T}$ для различных излучателей можно найти в справочниках. Например, для вольфрама: при $T = 3000$ К и $\lambda = 0,66$ мкм, $A_{\lambda, T} = 0,46$. Вычисления по формуле (15) дают в этом случае для яркостной температуры значение $T_{\text{я}} = 2700$ К.

Таким образом, зная яркостную температуру и коэффициент $A_{\lambda, T}$, можно определить истинную термодинамическую температуру накаливаемого тела в монохроматическом свете определенной длины волны.

Выполнение данной лабораторной работы производится в лабораториях № 507 и № 509, в которых имеются лабораторные установки, принцип действия которых описан ниже.

Описание установки № 1 (лаборатория № 507)

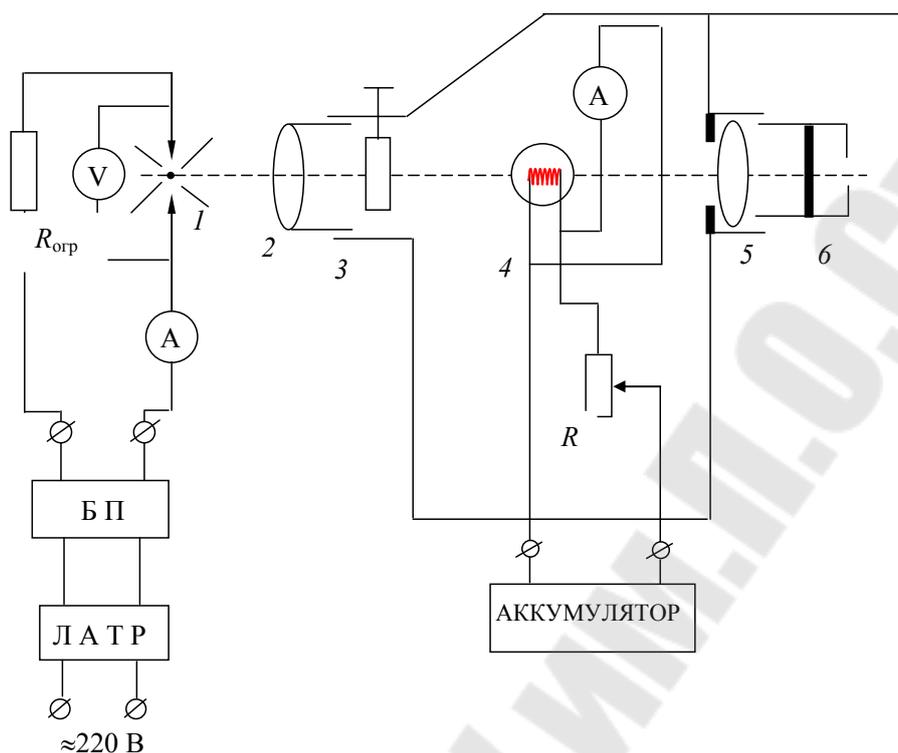


Рис. 4. Оптическая схема пирометра и электрическая схема питания исследуемого источника света

Оптический пирометр (рис. 4) включает следующие принципиально важные элементы.

1. Оптическую систему, состоящую из объектива (2), окуляра (5), диафрагмы и монохроматического (красного) светофильтра (6), позволяющего рассматривать в лучах определенного цвета нить пирометрической лампы на фоне изображения накаливаемого исследуемого тела. Кроме того, в оптическую систему могут поочередно вводиться ослабляющие светофильтры 3, т. е. дымчатые серые поглощающие стекла с заранее известным коэффициентом поглощения.

2. Пирометрическую (фотометрическую) лампу (4), включенную в электрическую схему последовательно с аккумулятором и реостатом (R) для регулирования тока накала нити лампы и служащую эталоном измеряемой яркостной температуры.

3. Электроизмерительный прибор пирометра, который представляет собой дифференциальный амперметр магнитоэлектрической системы с двумя рамками, из которых основная включена параллельно лампе, а дополнительная – навстречу основной и последовательно с лампой.

Применение вышеуказанной схемы позволяет уменьшить нерабочий участок шкалы до минимальной величины. Шкала прибора градуируется в градусах Цельсия яркостной температуры.

Объектом исследования в нашем случае является специальная лампа с вольфрамовой спиралью (I).

Температура спирали измеряется при различных значениях подводимой мощности. Блок питания лампы БП служит для выпрямления и стабилизации напряжения сети. Ток спирали лампы регулируется регулятором напряжения типа ЛАТР.

В цепь накала лампы включены ограничительное сопротивление $R_{огр}$, амперметр и параллельно вольтметр. Такая комбинация приборов позволяет измерять электрическую мощность, выделяемую в спирали лампы и находимую из показаний амперметра.

Приравнивая эту мощность к количеству энергии, теряемой объектом за единицу времени, в соответствии с законом Стефана–Больцмана имеем:

$$W = IU = \sigma S(A_T \cdot T^4 - A_{T_{ок}} \cdot T_{ок}^4) \approx \sigma S A_T T^4, \quad (16)$$

где S – общая поверхность излучателя; $T_{ок}$ – температура окружающей среды; T – истинная температура, рассчитанная по формуле (15).

Отсюда для определения постоянной Стефана–Больцмана имеем расчетную формулу:

$$\sigma = \frac{IU}{A_T S T^4}, \quad (17)$$

где A_T и S задаются для данной лабораторной установки.

Порядок выполнения работы

1. Ручку ЛАТРа установить на ноль.
2. Включить вилку установки в сеть.
3. Включить переключатель «СЕТЬ».
4. Вращая ручку ЛАТРа, установить ток по амперметру до появления красного свечения вольфрамовой спирали лампы.
5. Перемещением объектива и окуляра установить объектив пирометра на отчетливую видимость средней части спирали, а окуляр – на отчетливую видимость нити лампы пирометра. Среднюю часть нити установить по центру спирали.

6. Вращая кольцо пирометра по часовой стрелке, установить одинаковую светимость нити лампы пирометра и исследуемой спирали (нить в этом случае на фоне спирали будет не видна).

7. Прочитать на приборе температуру (t °С).

8. Занести данные в табл. 1.

Таблица 1

Номер п/п	I , А	ΔI , А	U , В	ΔU , В	$t_{я}$, °С	$\Delta t_{я}$, °С	$T_{я}$, К	$\Delta T_{я}$, К	T , К	ΔT , К	σ	$\bar{\sigma}$	$\Delta\bar{\sigma}$	h	\bar{h}	$\Delta\bar{h}$
1																
2																
3																
4																
5																

9. Увеличить ток на 0,25 А. Повторить п. 5–8 (диапазон изменения тока устанавливает преподаватель).

10. По измеренным значениям яркостной температуры на основании расчетной формулы (15) найти истинные термодинамические температуры и результаты измерений представить в виде графика зависимости $T = f(T_{я})$.

11. Вычислить для каждого значения термодинамической температуры расходуемую мощность и результаты измерений представить в виде графика $W = f(T)$.

12. Найти постоянную Стефана–Больцмана по расчетной формуле (17) для каждого значения термодинамической температуры. Полученные значения σ занести в табл. 1.

13. По найденному значению σ определить численную величину постоянной Планка по формуле (11). Полученные значения h занести в табл. 1.

14. Оценить точность измерений постоянных σ , h и истинной температуры T .

Описание установки № 2 (лаборатория № 509)

Блок-схема лабораторной установки для изучения законов теплового излучения представлена на рис. 5. Установка состоит из источника теплового излучения I (нихромовой спирали в форме цилиндра); механического модулятора светового потока, включающего в себя обтюратор 5 и электродвигатель 3 ; набора оптических инфра-

красных фильтров 5; сферического зеркала 5; пироэлектрического приемника излучения 5; электронного блока обработки сигнала фотоприемника с цифровым вольтметром 5 и блока питания 5.

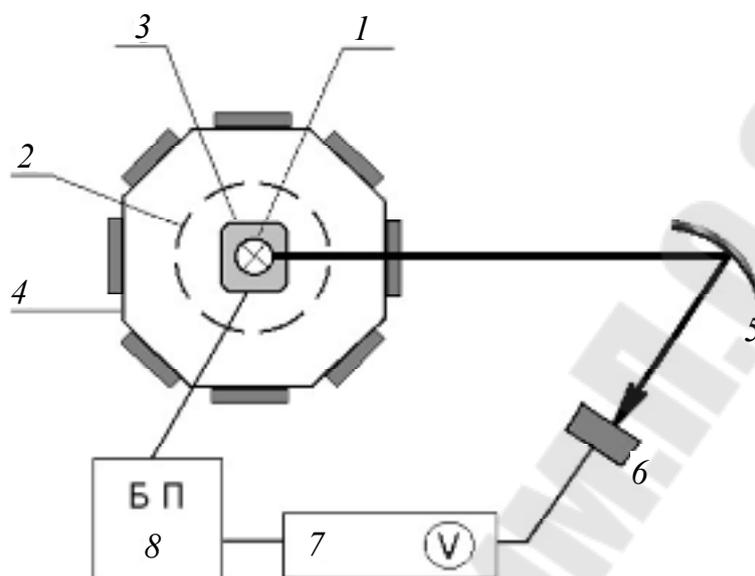


Рис. 5. Схема лабораторной установки

Конструктивно установка выполнена в виде единого прибора, состоящего из оптико-механического блока, расположенного в левой части прибора под прозрачной крышкой, и электронного блока в правой части. Смена оптических фильтров осуществляется поворотом барабана с фильтрами на фиксированный угол с помощью рукоятки, расположенной над крышкой. Поворот следует производить плавно (по направлению стрелки!) до щелчка, означающего фиксацию положения фильтра. При этом номер установленного фильтра появляется в прямоугольном окне на верхней поверхности прозрачной крышки.

Включение лабораторной установки в сеть переменного тока производится нажатием кнопки «СЕТЬ». В отжатом положении данной кнопки установка отключается от сети переменного тока.

Для подключения излучателя к источнику тока нажимается одна из кнопок «Т3», «Т2» или «Т1». При нажатии одной из этих кнопок устанавливается определенная температура нагрева спирали излучателя, что фиксируется свечением одного из светодиодов на лицевой панели.

Внимание. Кнопки «Т3», «Т2», «Т1» необходимо включать последовательно друг за другом. Не допускается одновременное нажатие более одной кнопки! Это может привести к неисправности лабораторной установки.

В нажатом положении кнопки «МОДУЛЯТОР» на электродвигатель подается напряжение. Это приводит во вращение обтюратор, посредством которого осуществляется модуляция светового потока.

При нажатии кнопки «ДИАПАЗОН» показания цифрового индикатора следует увеличить в 3 раза.

Принцип работы лабораторной установки

Поток излучения от нихромовой спирали модулируется во времени, проходит через оптический фильтр и, отразившись от сферического зеркала, попадает на фотоприемник. Модуляция потока излучения осуществляется с целью устранения влияния фоновых засветок, уменьшения влияния внутренних шумов фотоприемника и электронных схем, а также для эффективной обработки полезного сигнала.

Интерференционные фильтры позволяют выделить из падающего потока излучения энергию, приходящуюся на узкий спектральный диапазон. Полуширина полосы пропускания применяемых в работе интерференционных фильтров не превышает 2 % от длины волны максимума пропускания. Это позволяет использовать такой фильтр для измерения испускательной способности нагретого тела в узком интервале длин волн. Применяя набор интерференционных фильтров с различными, длинами волн, соответствующими максимумам полос пропускания, можно построить по результатам измерения $\varepsilon_{\lambda, T}$ спектральную кривую излучения нагретого тела. В лабораторной установке применяются семь инфракрасных узкополосных фильтров. В табл. 2 указаны номера фильтров и соответствующие им длины волн максимумов пропускания.

Таблица 2

Номер фильтра	1	2	3	4	5	6	7
λ_{\max} , мкм	2,1	2,5	3,2	3,9	4,5	6,2	8,5

Излучение нагретого тела, отражаясь от сферического зеркала, попадает на фотоприемник, который обладает практически одинаковой чувствительностью в диапазоне длин волн 2 ÷ 20 мкм. Величина сигнала на выходе фотоприемника пропорциональна величине светового потока, а следовательно, и величине испускательной способности нагретого тела. Таким образом, показания цифрового индикатора вольтметра, выраженные в вольтах, пропорциональны величине $\varepsilon_{\lambda, T}$.

Нихромовый излучатель можно считать серым телом, так как его поглощательная способность практически не зависит от длины

волны падающего на него излучателя. Вследствие этого форма кривой ε_λ ($T = \text{const}$) в нашем случае U_λ должна повторять форму кривой испускательной способности абсолютно черного тела.

Построение кривых U_λ , выполненное для различных температур нагрева спирали излучателя, позволяет осуществить проверку закона смещения Вина и закона Стефана–Больцмана.

Из экспериментальных кривых U_λ определите длины волн, соответствующие максимумам кривых. Используя закон Вина, рассчитайте температуру излучателя по следующей формуле:

$$T_{\text{эксп}} = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}}. \quad (18)$$

Сравните полученное значение температуры с заданным в лабораторной установке.

Для проверки закона Стефана–Больцмана необходимо определить интегральную испускательную способность нагретого тела. С этой целью измеряется напряжение на фотоприемнике при освещении его излучением широкого спектрального диапазона. Для этого вместо узкополосного фильтра устанавливается нейтральный ослабитель. Выполнение соотношения

$$\frac{U_{T_1}}{(T_1)^4} = \frac{U_{T_2}}{(T_2)^4} = \frac{U_{T_3}}{(T_3)^4}. \quad (19)$$

подтверждает справедливость закона Стефана–Больцмана.

Порядок выполнения работы

После включения установки необходимо установить температуру T_3 , нажав кнопку «ТЗ». Выждать 20–25 мин, необходимых для прогрева установки, после чего приступить к выполнению измерений.

1. Построение кривых излучения.

1.1. Поворотом рукоятки блока фильтров по часовой стрелке установить в работе положение «Фильтр № 1».

1.2. Включить двигатель модулятора нажатием кнопки «МОДУЛЯТОР» и не выключать его до окончания измерений.

1.3. Записать показания с цифрового индикатора. Если на индикаторе высвечивается «1.» (после точки цифры не высвечиваются), то

необходимо нажать кнопку «ДИАПАЗОН». При этом показания индикатора следует увеличить в 3 раза.

1.4. Последовательно меняя фильтры, измерить $U_{\lambda,T}$ и результаты записать в табл. 3. Провести не менее трех измерений для каждого фильтра. Определить для каждой длины волны среднее значение $U_{\lambda,T}$.

Таблица 3

λ_{\max} , мкм		2,1	2,5	3,2	3,9	4,5	6,2	8,5	U_T , В
$U_{\lambda,T}$, В	1								
	2								
	3								
	Среднее значение								

1.5. Установить блок фильтров в положение «8». В этом положении вместо узкополосного фильтра устанавливается нейтральный ослабитель, что позволяет измерить величину U_T , пропорциональную энергетической светимости (интегральной испускательной способности) в интервале длин волн от 2 до 20 мкм.

Примечание. При величине показаний цифрового вольтметра менее 2 В более точными являются показания на диапазоне 1.

1.6. Произвести измерения, описанные в п. 4, для температуры T_2 , нажав кнопку «Т2», а затем для температуры T_1 , нажав кнопку «Т1». Результаты измерений занести в таблицы, аналогичные табл. 3.

Примечание. После перехода к новой температуре выждать 5 минут до начала проведения измерений.

1.7. Построить графики зависимости $U_{\lambda,T} = f(\lambda)$ для каждой из трех температур.

1.8. Нажатием кнопки «МОДУЛЯТОР» отключить двигатель от блока питания. Выключить установку нажатием кнопки «СЕТЬ».

2. Проверка справедливости закона смещения Вина.

2.1. Определить из зависимости $U_{\lambda,T} = f(\lambda)$ длины волн, соответствующие максимуму данной зависимости для каждой из трех температур.

2.2. Вычислить по формуле (18) экспериментальные значения температур $T_{1\text{эксп}}$, $T_{2\text{эксп}}$ и $T_{3\text{эксп}}$ и сравнить их с заданными значениями температур: $T_1 = 640$ К; $T_2 = 740$ К; $T_3 = 900$ К.

2.3. Оценить отклонения измеренных температур от заданных и сделать выводы.

3. Проверка выполнимости закона Стефана–Больцмана.

3.1. Используя экспериментально измеренные значения U_{T_1} , U_{T_2} , U_{T_3} и значения заданных температур излучателя, проверить выполнение соотношения (19). Сделать выводы.

3.3. Рассчитайте погрешность.

Вопросы для самопроверки

1. Природа и характеристики теплового излучения.
2. Закон Кирхгофа. Законы Стефана–Больцмана и Вина.
3. Квантовая гипотеза Планка.
4. Оптическая пирометрия. Определение истинной температуры тела T .

Лабораторная работа № 8

ИЗУЧЕНИЕ АТОМНЫХ СПЕКТРОВ ГАЗОВ

Цель работы:

1. Построить градуировочную кривую монохроматора с помощью ртутной лампы.
2. Изучить спектры атомов водорода и аргона, а также определить длины волны заданных спектральных линий.

Приборы и принадлежности: монохроматор, водородная, ртутная и аргоновые лампы, источники питания.

Теоретическая часть

Для построения теории атома водорода датским физиком Бором было предложено два постулата:

1. В атоме существует стационарное (не изменяющееся со временем) состояние, в котором атом не излучает энергию. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретное квантовое значение момента импульса, удовлетворяющее условию:

$$L = m_e \vartheta r_n = n\hbar, \quad (1)$$

где $n = 1, 2, 3 \dots$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка; ϑ – скорость электрона при движении по орбите; r_n – радиус n -й орбиты; m_e – масса электрона.

2. При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) фотон с энергией, равной разности энергии стационарных состояний:

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (2)$$

где $h\nu$ – энергия фотона; E_n, E_m – энергия стационарных состояний атома.

Набор возможных дискретных частот квантовых переходов равен:

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

Постулаты Бора позволили рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных систем, т. е. систем, состоящих из ядра, заряд ко-

того ($Z \cdot e$), и одного электрона, а также теоретически рассчитать постоянную Ридберга (R), где Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева; e – элементарный заряд.

Рассчитаем радиус n -й стационарной орбиты. Для этого воспользуемся первым постулатом Бора и запишем выражение для центростремительной силы, учитывая второй закон Ньютона и Кулона ($a_{ц} = \vartheta^2/r$):

$$m_e \vartheta r_n = n \hbar;$$

$$m_e \frac{\vartheta^2}{r_n} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}.$$

Решая совместно эти уравнения, получаем выражение для радиуса n -й стационарной орбиты электрона:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\epsilon_0}{ze^2 m_e}.$$

Для атома водорода ($Z = 1$) радиус первой орбиты электрона при $n = 1$ называют первым Боровским радиусом орбиты, который равен:

$$r_1 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Из формулы следует, что радиусы орбит растут пропорционально квадратам целых чисел ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Так как радиусы стационарных орбит экспериментально измерить невозможно, то для проверки теоретических расчетов необходимо обратиться к таким величинам, которые можно измерить экспериментально. Такой величиной является излучаемая и поглощаемая энергия атома водорода.

Полная энергия электрона в водородоподобной системе складывается из его кинетической энергии $\frac{m_e \vartheta^2}{2}$ и потенциальной энергии

электрона в электростатическом поле ядра: $-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$.

Отсюда

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Ze^2}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0 r},$$

(получено с учетом, что $\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$).

Последнее равенство перепишем, учитывая выражение для радиуса n -й стационарной орбиты. Получаем, что энергия электрона может принимать следующие дискретные значения:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}, \quad (3)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, а знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Целое число n в последнем выражении, которое определяет энергетические уровни атома, называют *главным квантовым числом*. Энергетическое состояние при $n=1$ называют *основным (нормальным)* состоянием, а состояние $n > 1$ является *возбужденным*.

Согласно второму постулату Бора, переход атома водорода из стационарного состояния (n) с большей энергией в состояние (m) с меньшей энергией сопровождается испусканием кванта света:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

Отсюда следует, что частота кванта света излучения равна:

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$ – постоянная Ридберга.

Попытки распространить теорию Бора на атомы других химических элементов окончились неудачей. Закономерности спектральных линий и устойчивость планетарной модели атомов смогла объяснить квантовая механика. В основе квантовой теории лежит гипотеза

де Бройля. Де Бройль предположил, что частицы обладают свойствами волн. Длина волны, которую можно приписать частице λ , равна:

$$\lambda = \frac{h}{m v}.$$

Следует иметь в виду, что волны де Бройля не испускаются.

Волновые свойства частиц могут проявляться при взаимодействии частицы с другими частицами. Учет волновых свойств частиц зависит от соотношения длины волны с размерами препятствий. Волновые свойства частиц подтверждены опытами Томсона, который наблюдал дифракционную картину при прохождении электронов через металлическую фольгу. Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля способствовало созданию квантовой механики.

Для описания состояния микрочастиц используется волновая функция $\Psi = \Psi(r, t)$. Так как в настоящее время квантовая механика использует вероятностную интерпретацию объяснения движения микрочастиц, то квадрат модуля волновой функции является плотностью вероятности нахождения частицы в данной точке. Тогда вероятность нахождения частиц в элементе объема dV равна:

$$dW = |\Psi|^2 dV = \Psi \cdot \Psi^* dV,$$

где Ψ^* – функция, комплексно-сопряженная к Ψ ; $|\Psi|^2$ – плотность вероятности, т. е. вероятность нахождения частицы в единице объема.

Вероятность нахождения частицы во всем объеме V равна:

$$W = \int_V |\Psi|^2 dV.$$

Если вероятность равна единице, то частица находится только в рассматриваемом объеме; если вероятность равна нулю, то частица отсутствует в этом объеме. Волновая функция должна быть во всех точках пространства конечной, однозначной и непрерывной. Волновая функция находится из уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U \Psi = i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (4)$$

где \hbar – постоянная Планка; m – масса частицы; U – потенциальная энергия; Δ – оператор Лапласа.

В качестве примера рассмотрим нахождение волновой функции электрона в бесконечной одномерной потенциальной яме ширины l :

$$U = \begin{cases} \infty, & x = 0, x = l; \\ 0, & 0 < x < l. \end{cases} \quad (5)$$

Так как нахождение волновой функции электрона в потенциальной яме (5) является стационарной задачей, то уравнение (4) в интервале $0 \leq x \leq l$ принимает следующий вид:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} E \Psi = 0, \quad (6)$$

где m_e – масса электрона; E – собственное значение уравнения, имеющее смысл энергии электрона.

Полученное уравнение является однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение данного уравнения находится через гармонические функции:

$$\Psi = A \sin(\omega x + \varphi_0),$$

где ω, φ_0 – постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий $\Psi|_{x=0} = \Psi|_{x=l} = 0$. Данное выражение означает, что вероятность нахождения электрона на границе бесконечного потенциального барьера равна 0. Из граничных условий получаем:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l}; \quad \varphi_0 = 0, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Постоянная A находится из условия нормировки волновой функции:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx = \int_0^l |\Psi|^2 dx = 1. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$, и тогда волновая функция для электрона в бесконечной потенциальной яме принимает следующий вид:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (8)$$

где n – главное квантовое число.

Подставив волновую функцию (8) в (6), получим выражение для энергии электрона в потенциальной яме:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e l^2} n^2. \quad (9)$$

Из (9) следует, что главное квантовое число квантует энергию электрона в потенциальной яме. Энергия уровней электрона в потенциальной яме пропорциональна квадрату их номера (рис. 1).

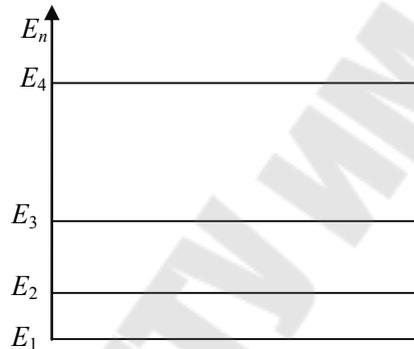


Рис. 1

Рассчитаем энергию электрона в водородоподобном атоме. Потенциальная энергия электрона в водородоподобном атоме определяется следующим выражением:

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева; r – расстояние от ядра атома до электрона. Тогда стационарное уравнение Шредингера для водородоподобного атома принимает следующий вид:

$$\Delta\Psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0. \quad (10)$$

Из решения уравнения (10) следует, что модуль полной энергии электрона в водородоподобном атоме определяется следующим выражением:

$$E_n = \frac{Z^2 e^2 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (11)$$

Таким образом, выражение (11) совпадает с формулой, полученной Бором для энергии водородоподобного атома (3). Однако в квантовой механике дискретные значения энергии являются следствием самой теории и вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

Квантовые числа определяют состояния электрона в водородоподобных атомах:

n – главное квантовое число определяет энергию электрона в атоме и принимает дискретные значения, начиная с единицы;

l – орбитальное квантовое число, которое принимает значение $0, 1, 2, \dots, (n - 1)$. Оно квантует момент импульса электрона (L_e), который принимает дискретные значения $L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}$;

m – магнитное квантовое число, принимающее значение $\dots -2, -1, 0, +1, +2 \dots$, которое квантует проекцию момента импульса электрона на заданную ось z ($L_{ez} = m\hbar$);

m_s – магнитное спиновое квантовое число, принимающее значения $\pm \frac{1}{2}$. Оно квантует проекцию спина на ось z ($L_{sz} = m_s \hbar$).

Порядок выполнения работы

1. Установите ртутную лампу вблизи щели монохроматора. Включите блок питания лампы в сеть. Для включения лампы нажмите кнопку «Пуск».

2. Вращая барабан прибора, добейтесь совмещения указателя окуляра с заданной линией спектра ртутной лампы. Запишите показания деления барабана прибора « N ». Данные запишите в табл. 1. Измерения произведите для всех спектральных линий, указанных в табл. 1. В спектроскопии используется единица измерения длины волны ангстрем, которая равна ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$).

Таблица 1

Номер п/п	Длина волны λ в Å	Цвет линии спектра	Деление барабана «N»
РТУТНАЯ ЛАМПА			
1	6907	красная	
2	5970	желтая	
3	5990	желтая	
...	5461	зеленая	
	4916	голубая	
	4358	фиолетово-синяя	
	4046	фиолетовая	
ВОДОРОДНАЯ ЛАМПА			
		оранжевая	
		зеленая	
АРГОНОВАЯ ЛАМПА			
		красная	
		голубая	
		фиолетовая	

3. Постройте градуировочную кривую монохроматора $\lambda = \lambda(N)$.
4. Замените ртутную лампу на водородную, установив ее перед щелью монохроматора. Нажмите кнопку «ПУСК» и добейтесь видимости спектра водородной лампы.
5. Для двух линий водородной лампы (оранжевой и зеленой), совмещая указатель окуляра барабана с цветом линии, определите деление барабана «N» (N_1 и N_2). Данные запишите в табл. 1.
6. По градуировочному графику $\lambda = \lambda(N)$, зная N_1 и N_2 , определите соответствующие им длины волн λ_1 и λ_2 , а также соответствующие им частоты: $\nu_1 = c/\lambda_1$; $\nu_2 = c/\lambda_2$.
7. Замените водородную лампу на аргоновую и для трех спектральных линий (красной, голубой и фиолетовой) выполните задания по п. 5 и 6.

Вопросы для самопроверки

1. Планетарная модель атома. Постулаты Бора. Испускание и поглощение света.
2. Выведите формулу для энергии стационарных состояний по теории Бора.
3. Гипотеза де Бройля. Волновая функция и ее смысл. Квантовые числа.

Лабораторная работа № 9

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ СЧЕТЧИКА ГЕЙГЕРА–МЮЛЛЕРА

Цель работы: Построить характеристическую зависимость прибора и определить линейный коэффициент ослабления ионизирующего излучения.

Приборы и принадлежности: счетчик Гейгера–Мюллера, источник электропитания счетчика, частотомер и набор поглощающих материалов.

Теоретическая часть

Строение атомного ядра

Атомное ядро состоит из протонов и нейтронов, которые называют нуклонами. Число нуклонов в ядре атома называют массовым числом (A). Число протонов (Z) совпадает с порядковым номером элемента в периодической системе Менделеева. Число нейтронов N равно разности между массовым числом и числом протонов: $N = A - Z$. Для ядра атома некоторого элемента X таблицы Менделеева вводится обозначение ${}_Z X^A$. Радиус ядра зависит от массового числа A и достаточно точно определяется из следующей формулы:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A},$$

где постоянная $R_0 = 1,3 \cdot 10^{-15}$ м.

Устойчивость атомных ядер обеспечивается за счет действия ядерных сил. Чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, нужно совершить работу по преодолению этих сил. Эта работа называется энергией связи ядра. Из закона сохранения энергии следует, что энергия связи равна разности между энергией покоя нуклонов и энергией покоя образованного ядра.

Энергия связи атомного ядра находится из уравнения Эйнштейна:

$$\Delta E = \Delta m c^2,$$

где ΔE – энергия связи ядра; Δm – дефект массы; c – скорость света.

Дефект массы находится по следующей формуле:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}, \quad (1)$$

где m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра.

Подставляя (1) в формулу Эйнштейна, получим значения для энергии связи ядра:

$$\Delta E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2. \quad (2)$$

В таблицах справочников обычно приводятся не массы ядер, а массы атомов. Поэтому для определения энергии связи ядра в формуле (2) вместо массы протона и ядра ставим массу атома водорода и массу искомого атома:

$$\Delta E_{\text{св}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{а}}]c^2. \quad (3)$$

где m_{H} – масса атома водорода; $m_{\text{а}}$ – масса атома; $(A - Z) = N$ – число нейтронов.

Так как m_{H} больше m_p на величину массы электрона m_e , то первый член в квадратных скобках включает в себя массу электронов. Но так как масса атома отличается от массы ядра как раз на массу электронов, то вычисления по формулам (2) и (3) приводят к одинаковым результатам.

Энергию, приходящуюся на один нуклон, называют удельной энергией связи ядра:

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

Чем больше удельная энергия связи, тем устойчивее ядро. Наиболее устойчивыми являются ядра средней части таблицы Менделеева. Тяжелые и легкие ядра менее устойчивы.

Ядерные силы, действующие между нуклонами, обладают существенными отличиями от обычных (кулоновских) сил. Из рассеяния нуклонов на ядрах были установлены основные свойства ядерных сил:

1. Ядерные силы являются силами притяжения.
2. Ядерные силы являются короткодействующими. Они действуют на расстоянии примерно 10^{-15} м.
3. Ядерные силы не зависят от электрического заряда, поэтому они действуют между протонами, протонами и нейтронами с одинаковой силой.
4. Ядерные силы обладают свойством насыщения, т. е. каждый нуклон взаимодействует только с ближайшими нуклонами.
5. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов.

6. Ядерные силы не являются центральными, т. е. не действуют по линии, соединяющей центры нуклонов.

Ядра, имеющие одинаковое число протонов, но разное массовое число (разное число нейтронов), называются *изотопами*. Например, имеются три изотопа водорода:

1) обычный водород или протий ${}_1\text{H}^1$ (число протонов $Z = 1$, нейтронов $N = 0$);

2) тяжелый водород или дейтерий ${}_1\text{H}^2$ (число протонов $Z = 1$, нейтронов $N = 1$);

3) тритий ${}_1\text{H}^3$ (число протонов $Z = 1$, нейтронов $N = 3$);

Ядра с одинаковым массовым числом называются *изобарами*. Например, атомы аргона ${}_{18}\text{Ar}^{40}$ и кальция ${}_{20}\text{Ca}^{40}$.

Ядра с одинаковым числом нейтронов, но разным протонов, называются *изотонами* (например, атомы углерода ${}_6\text{C}^{13}$ и азота ${}_7\text{N}^{14}$).

Атомные ядра не всегда устойчивы. Способность атомных ядер самопроизвольно превращаться в другие ядра с испусканием элементарных частиц и радиоактивных излучений называют *радиоактивностью*. Если в момент $t = 0$ было N_0 – исходное число ядер, то число оставшихся ядер N к моменту времени t определяется по закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (4)$$

где λ – постоянная радиоактивного распада, имеющая смысл вероятности распада ядра за 1 с.

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют две величины: период полураспада T и среднее время жизни τ радиоактивного ядра.

Промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается вдвое, называют периодом полураспада T :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (5)$$

Период полураспада для данного вещества – величина постоянная, она приводится в таблицах справочников. Среднее время жизни радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Виды радиоактивного распада

Естественная радиоактивность была открыта в 1896 г. французским ученым А. Беккерелем. Изучая соли урана, он обнаружил, что уран обладает радиоактивностью. Затем в 1898 г. Мария Складовская-Кюри и Пьер Кюри установили, что радиоактивностью обладает не только уран, но и другие элементы – торий, радий (Th, Ra), открытый ими элемент полоний (${}_{84}\text{Po}^{209}$), названный в честь родины Марии – Польши.

Различают радиоактивность *естественную* и *искусственную*. *Естественная* радиоактивность наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе. *Искусственная* радиоактивность – это радиоактивность изотопов, которые получены в результате ядерных реакций. Принципиального различия между этими двумя типами радиоактивности нет. Им присущи общие физические закономерности.

Радиоактивный распад сопровождается излучением α - и β -частиц и γ -излучением.

Альфа-частицы (ядра атомов гелия ${}_2\text{He}^4$) испускаются при α -распаде радиоактивных ядер. При α -распаде распадающееся «материнское» (исходное) ядро, испуская α -частицу, превращается в «дочернее» ядро по следующей схеме:



где ${}_Z\text{X}^A$ – материнское ядро; ${}_{Z-2}\text{Y}^{A-4}$ – дочернее ядро; ${}_2\text{He}^4$ – ядро атома гелия.

Примеры α -распада:



Альфа-распад присущ ядрам тяжелых химических элементов (плутоний, уран, радон и т. п.), т. е. тем, у которых $A > 200$, а зарядовое число $Z > 82$.

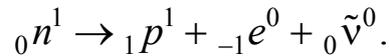
Установлены три разновидности бета-распада:

β^- -электронный; β^+ -позитронный; e^- или K -захват.

1. β^- -распад происходит по схеме согласно правилу смещения:



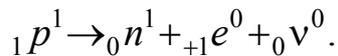
При β^- -распаде нейтрон в ядре атома превращается в протон с испусканием электрона и антинейтрино:



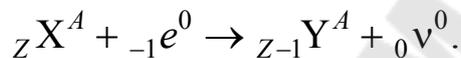
2. β^+ -распад происходит по следующей схеме:



При β^+ -распаде протон в ядре атома превращается в нейтрон с испусканием позитрона и нейтрино:



3. Схема электронного захвата (e^- или K -захват):



Здесь ядро атома спонтанно захватывает электрон с одной из внутренних оболочек атома (K , L и т. д.), в результате чего протон ядра превращается в нейтрон, а из ядра вылетает только одна частица нейтрино:



где ${}_{-1}e^0$ – электрон; ${}_{+1}e^0$ – позитрон (античастица электрона); ${}_0\nu^0$ – нейтрино; ${}_0\tilde{\nu}^0$ – антинейтрино.



Из приведенных схем видно, что при α - и β -распадах выполняются законы сохранения заряда и сохранения массовых чисел.

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки, или ряда радиоактивных превращений, которые заканчиваются стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называют радиоактивным семейством.

Гамма-излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с малой длиной волны $\lambda \leq 10^{-10}$ м, и вследствие этого обладает корпускулярными свойствами, т. е. является потоком частиц – γ -квантов. Гамма-излучение – несамостоятельный тип радиоактивности, который сопровождает радиоактивные процессы распада ядер.

Экспериментальная часть

Ионизационные камеры и счетчик Гейгера-Мюллера – широко применяются как детекторы ядерного излучения. Они содержат камеру, наполненную газом, поэтому их называют еще газонаполненными детекторами. Важной технической характеристикой таких детекторов является счетная характеристика – зависимость числа частиц, регистрируемых счетчиком за единицу времени, от напряжения на счетчике (рис. 1).

Принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера основан на явлении ионизации газа, находящегося в рабочей камере, вызываемого ионизирующим излучением. Между стенками камеры и внутренним электродом счетчика создается электрическое поле за счет приложенной разности потенциалов, которое приводит в движение ионы. Величина заряда, появляющегося на электродах, зависит от числа образованных пар ионов и величины электрического поля. При увеличении разности потенциалов, скорость движения ионов увеличивается, а вероятность рекомбинации (вероятность образования нейтрального атома) уменьшается, при этом величина заряда, собранного на электродах, растет (рис. 1, участок 1). При некотором напряжении все ионы будут достигать электрода. В этом случае количество электричества на электродах не возрастает (рис. 1, участок 2), и величина тока достигает насыщения. Данная область счетной характеристики является рабочей и используется для количественного измерения.

Области 3 и 4 в силу непропорциональности регистрируемого сигнала не используются для количественных измерений.

Счетчик Гейгера-Мюллера применяется для обнаружения и исследования β -распада и γ -излучения, а также нейтронов и космического излучения. Достоинством счетчика является высокая чувствительность к радиоактивному излучению.

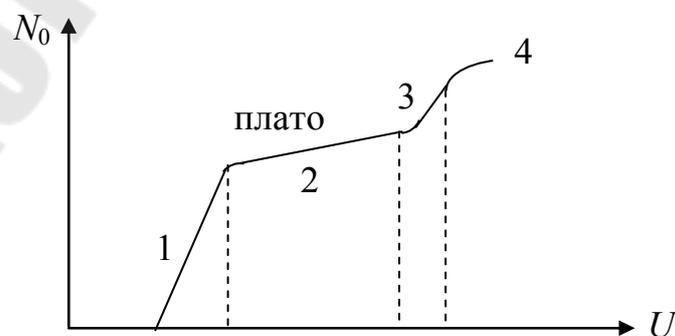


Рис. 1

Принцип работы счетчика

Устройство. Счетчик состоит из внешнего цилиндра – катода и тонкой нити на оси цилиндра – анода.

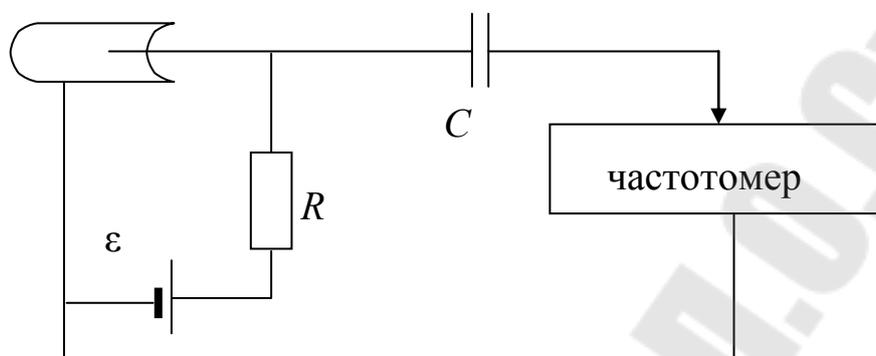


Рис. 2

Цилиндр наполняется газом (гелий, аргон или др.) до достижения давления от нескольких сантиметров до десятков сантиметров ртутного столба.

Схема включения счетчика показана на рис. 2. Напряжение от высоковольтного источника «ε» подается через резистор «R». Конденсатор «C» разделяет высоковольтную цепь питания от входа электрической схемы. Импульсы тока детектора через емкость поступают на счетчик, который позволяет измерить число импульсов за определенный промежуток времени. Число импульсов высвечивается на табло индикатора. Чтобы определить величину импульсов за 1 с, следует общее число зарегистрированных импульсов разделить на время отсчета:

$$N_0 = \frac{N}{t}.$$

Счетная характеристика есть зависимость скорости счета импульсов от приложенного напряжения на электродах при фиксированной интенсивности ионизирующего излучения (см. рис. 1). Кривая имеет горизонтальный участок, называемый «плато».

Пороговое напряжение начала отсчета зависит от рода газа и его давления. В рабочей области счетной характеристики (плато) число импульсов (число отсчетов) определяется числом актов ионизации, т. е. мощностью ионизирующего излучения. Достоверная регистрация ионизирующего излучения может проводиться только в рабочей области счетной характеристики счетчика.

Порядок выполнения работы

1. Включите высоковольтный источник питания и счетчик импульсов в сеть.

2. Ручками регулировки «НАПРЯЖЕНИЕ ГРУБО» и «НАПРЯЖЕНИЕ ПЛАВНО» установите минимальное напряжение, при котором счетчик импульсов начинает работать.

3. Нажмите кнопку «СБРОС» счетчика импульсов. При этом показания счетчика импульсов обнулятся. Отпустите кнопку «СБРОС» и одновременно запишите время начала работы счетчика – t_0 . Определите время счета $\Delta t = t - t_0$ и число импульсов счетчика за это время – N_{0i} .

4. Рассчитайте число импульсов за 1 мин $N_i = \frac{N_{0i}}{\Delta t}$ и запишите

в табл. 1. Зафиксируйте напряжение U , при котором определялось число импульсов за 1 мин. При данном напряжении проведите три измерения и определите среднее число импульсов при напряжении

$$N_{\text{ср}} = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3}.$$

5. Увеличивая напряжение, начиная с порогового и до 540 В, с дискретностью 40 В, определите число импульсов за 1 мин в заданном интервале напряжений. Постройте зависимость среднего числа импульсов от напряжения, т. е. счетную характеристику счетчика $N_{\text{ср}} = N_{\text{ср}}(U)$.

Таблица 1

Номер п/п	Напряжение U , В	Число импульсов N_{0i} (показания частотомера)	Число импульсов за 1 мин $N_i = \frac{N_{0i}}{\Delta t}$	Среднее число импульсов $N_{\text{ср}}$
1				
2				
3				

Определение линейного коэффициента ослабления ионизирующего излучения веществом

6. При прохождении ионизирующего излучения через слой вещества происходит ослабление его интенсивности по закону:

$$J = J_0 e^{-\mu l}, \quad (6)$$

где μ – линейный коэффициент ослабления ионизирующего излучения; l – толщина слоя вещества; J – интенсивность излучения после прохождения вещества; J_0 – интенсивность излучения, падающего на вещество.

Прологарифмировав выражение (6), получаем:

$$\mu = \frac{1}{l} \ln \frac{J_0}{J}. \quad (7)$$

Поскольку интенсивность излучения пропорциональна числу импульсов, то

$$\mu = \frac{1}{l} \ln \frac{N_0}{N}, \quad (8)$$

где N_0 – число импульсов перед поглотителем; N – число импульсов на выходе из вещества; l – толщина слоя вещества.

- 6.1. Установите рабочее напряжение источника – 450 В.
- 6.2. Определите число импульсов источника без поглотителя – N_0 .
- 6.3. Поместите между счетчиком и радиоактивным источником алюминиевую фольгу. Определите число импульсов в 1 мин – N .
- 6.4. Измерьте толщину фольги и по формуле (8) определите линейный коэффициент ослабления ионизирующего излучения веществом.
- 6.5. Измерения для конкретного материала проделайте три раза и запишите в табл. 2.

Таблица 2

Номер п/п	Число импульсов без поглотителя N_0 (показания частотомера)	Число импульсов (показания частотомера) N при наличии поглотителя	Толщина поглотителя, м	Коэффициент ослабления
1				
2				
3				

Вопросы для самопроверки

1. Строение ядер. Дефект масс. Энергия связи.
2. Ядерные силы и их свойства.
3. Альфа-, β -распад. Схемы и закономерности распада. Гамма-излучение. Закон радиоактивного распада.
4. Период полураспада и среднее время жизни радиоактивного изотопа.

Литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1978. – Т. 1, 2, 3.
2. Яворский, Б. М. Курс физики / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Высш. шк., 1989.
3. Гаджаев, М. М. Оптика / М. М. Гаджаев. – М. : Высш. шк., 1977.
4. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1997.

Содержание

<i>Лабораторная работа № 6. Изучение закономерностей внешнего и внутреннего фотоэффекта</i>	3
<i>Лабораторная работа № 7. Изучение законов теплового излучения</i>	11
<i>Лабораторная работа № 8. Изучение атомных спектров газов</i>	29
<i>Лабораторная работа № 9. Изучение работы счетчика Гейгера–Мюллера</i>	37
<i>Литература</i>	46

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

Шаповалов Петр Степанович
Дробышевский Витальдий Иванович

ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Практикум
по курсу «Физика» для студентов технических
специальностей дневной формы обучения

Электронный аналог печатного издания

Редактор
Компьютерная верстка

Т. Н. Мисюрова
Н. Б. Козловская

Подписано в печать 18.03.15.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 3,02.

Изд. № 120.

<http://www.gstu.by>

Издатель и полиграфическое исполнение
Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого.
Свидетельство о гос. регистрации в качестве издателя
печатных изданий за № 1/273 от 04.04.2014 г.
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48