

300.1  
4-49

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА, ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ

И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи

УДК 539.12.

Черниченко Юрий Дмитриевич

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА В РЕЛЯТИВИСТСКОМ

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

01.04.02.-теоретическая физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва 1989

Актуальность темы диссертации.

Отсутствие точного представления о характере сил, действующих между составляющими связанных систем, свидетельствует об актуальности определения взаимодействия, действующего в таких системах, по данным, получаемым из эксперимента.

Эта задача является одной из фундаментальных проблем квантовой теории поля. Наиболее изученной является обратная задача (ОЗ), основанная на нерелятивистском уравнении Шредингера. Однако, этот подход к ОЗ не применим к существенно релятивистским системам, например, системам, образованным легкими кварками. В таких системах вклад релятивистских поправок к гамильтониану взаимодействия сравним с "основным" нерелятивистским членом. Кроме того, нерелятивистское описание систем, образованных тяжелыми кварками, пригодно лишь для низких уровней, и с точки зрения последовательности его применения является неудовлетворительным.

Неприменимость нерелятивистской ОЗ в отмеченных случаях, а также отсутствие точного представления о характере сил, действующих между составляющими связанных систем, приводит к необходимости дальнейшей разработки методов релятивистской ОЗ, в частности, в рамках релятивистского квазипотенциального подхода к проблеме взаимодействия двух релятивистских частиц. Причем, в этом подходе квазипотенциальные уравнения в импульсном пространстве имеют трехмерный вид и по форме аналогичны нерелятивистским уравнениям Шредингера и Липмана-Швингера, а волновая функция двух частиц зависит только от одной временной переменной и имеет обычную вероятностную интерпретацию.

Исследование релятивистской ОЗ является актуальной задачей, рассмотрение которой может дать ответ на многие вопросы, связан-

ние с характером сил, действующих между составляющими связанными систем. При этом, малые расстояния в силу асимптотической свободы можно изучать на основе теории возмущений, а для установления взаимодействия на больших расстояниях надежных методов нет. В связи с этим актуальным и перспективным является применение рассмотренного в диссертации метода.

Цель диссертации - разработка и применение методов восстановления взаимодействия на основе квазипотенциального подхода в квантовой теории поля для релятивистской двухчастичной системы.

Научная новизна работы.

В диссертации получено решение спектральной ОЗ и ОЗ рассеяния в релятивистском квазиклассическом приближении. Дана оценка числа уровней, необходимых для восстановления квазипотенциала в заданной области, через "размер" составной частицы и ее энергию. Установлена закономерность поведения квазипотенциала в нерелятивистской и ультрарелятивистской областях. В частности, получено, что осцилляторный потенциал переходит в почти линейный в ультрарелятивистской области. Этот результат согласуется с общепринятым в настоящее время линейно растущим с расстоянием потенциалом взаимодействия между кварками.

Исследовано решение конечно-разностного квазипотенциального уравнения в релятивистском конфигурационном представлении с сепарабельным квазипотенциалом и сформулирована теорема Левинсона. Основываясь на этих результатах, предложен метод восстановления сепарабельного взаимодействия по фазовому сдвигу и энергиям связанных состояний.

Найдено строгое ограничение сверху на величину  $\Gamma = d\text{Im}F(s,t)/dt|_{t=0}$  при конечных энергиях. Опираясь на реляти-

виотскую амплитуду рассеяния в высокоэнергетическом приближении дано решение обратной задачи и исследовано поведение квазипотенциала.

#### Практическая ценность.

Результаты диссертации могут быть использованы для восстановления взаимодействия двух релятивистских частиц, в частности, для построения потенциала взаимодействия в составных моделях элементарных частиц и при исследовании поведения потенциала кварк-антикваркового взаимодействия на малых и больших расстояниях.

Представляется перспективным использование полученных результатов при рассмотрении вопросов релятивистской ядерной физики.

Полученные выражения для ОЗ в высокоэнергетическом приближении могут быть использованы для исследования асимптотического поведения потенциала.

Практическую ценность представляет и возможность применения полученных результатов для обработки экспериментов.

Апробация работы. Основные результаты, включенные в диссертацию, докладывались на научных семинарах НИИЯФ МГУ, физическом факультете МГУ и ГГУ, на Сессиях ОИЯ АН СССР по физике элементарных частиц и ядерной астрофизике (Москва, 1984, 1988гг.), а также на X Семинаре по физике высоких энергий и теории поля (Протвино, 1987г.).

Результаты опубликованы в девяти печатных работах.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и трех приложений, содержит 10 рисунков и список литературы (91 наименование). Объем диссертации - 105 страниц

машиннописного текста.

Содержание работы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования. Сделан краткий обзор различных подходов к решению ОЗ. Изложены основные особенности используемого в диссертации квазипотенциального подхода в квантовой теории поля и применение к нему разложений на группе Лоренца. Сделан обзор результатов релятивистской ОЗ, полученных на этом пути. Сформулированы задачи, решаемые в диссертации, и кратко изложено содержание работы.

В первой главе на основе применения релятивистского квазиклассического приближения в квазипотенциальном подходе разработан метод восстановления квазипотенциала для системы двух релятивистских бесспиновых частиц равных масс  $m$ .

§ 1 посвящен релятивистскому квазиклассическому методу решения квазипотенциального уравнения для радикальной волновой функции. Основываясь на этих решениях, получено релятивистское квазиклассическое условие квантования. Найден релятивистские квазиклассические выражения для фазового сдвига и модифицированного фазового сдвига. Подчеркивается, что с геометрической точки зрения условие квантования и фазовый сдвиг представляют собой непосредственное геометрическое обобщение соответствующих нерелятивистских выражений.

В § 2 излагается метод восстановления квазипотенциала по заданной системе энергетических уровней  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , соответствующих целым неотрицательным значениям  $n(M, \ell)$  в релятивистском квазиклассическом условии квантования

$$S(\mu, \Lambda) \equiv \pi \lambda [n(M, \ell) + 1/2] = \int_{r^-}^{r^+} dr \operatorname{arctg}(X(r)/R(r)), \quad (I)$$

где  $X(r) = (M - V(r))/2mc^2$ ,  $\mu = (M - M_0)/2mc^2$ ,  
 $R^2(r) = 1 + \Lambda^2 r^{-2}$ ,  $\Lambda = \lambda(\ell + 1/2)$ , (2)

$\lambda = \hbar/mc$  - комptonовская длина волны,  $V(r)$  - квазипотенциал, заданный в релятивистском конфигурационном представлении,  $M$  - полная энергия системы, а  $M_0$  - отвечает минимуму эффективной потенциальной энергии

$$S(0, \Lambda) = 0. \quad (3)$$

Классические точки поворота  $r^\pm$  определяются как корни уравнения

$$X^2(r) = R^2(r). \quad (4)$$

Отмечается, что энергетическими уровнями  $M_1, M_2, \dots, M_n$  не определяется ни левая ( $r^-$ ), ни правая ( $r^+$ ) ветви кривой потенциальной энергии, а только расстояние между ними ( $r^+ - r^-$ ). Далее подчеркивается, что спектральная функция  $S(\mu, \Lambda)$ , заданная только при одном значении  $\ell$ , определяет лишь некоторое семейство спектрально-эквивалентных потенциалов. Используя классический метод Ридберга-Клейна-Риса, установлено, что если спектральная функция  $S(\mu, \Lambda)$  задана и как функция параметра  $\Lambda$ , то тогда определяются обе точки поворота, что позволяет строить кривую квазипотенциала полностью во всей области взаимодействия в рамках релятивистского квазиклассического приближения.

Дана оценка числа уровней, необходимых для восстановления квазипотенциала в заданной области, через "размер" составной частицы  $Q$  и ее энергию

$$n + 1/2 \lesssim Q \sqrt{2\mu} / 2\lambda. \quad (5)$$

Показано, что найденные решения применимы и в тех случаях,

когда спектральная функция  $S(\mu, \Lambda)$  является кусочно-непрерывной функцией и когда  $M_0 = -\infty$ .

В этом же параграфе рассмотрены приложения полученных результатов для случая  $\ell = 0$  и проведен анализ поведения квазипотенциала в нерелятивистской и ультрарелятивистской областях, когда плотность энергетических уровней соответствует движениям в простейших нерелятивистских полях: осцилляторном, линейном, кулоновом, степенном, логарифмическом. Установлено, что если в релятивистскую формулу восстановления квазипотенциала подставить спектр, отвечающий нерелятивистскому, несингулярному, растущему потенциалу типа осцилляторного или линейного, то в релятивистской области, которая в данном случае соответствует большим расстояниям, степень роста квазипотенциала уменьшается. В частности, найдено, что осцилляторный потенциал

$$V(r) = \frac{1}{4} m \omega^2 r^2 \quad (6)$$

переходит в почти линейный

$$V_{\text{реал}} \approx \frac{2}{\pi} m \omega r \ln \left[ \frac{\omega r}{\pi} \ln \left( \frac{\omega r}{\pi} \right) \right], \quad (7)$$

что находится в соответствии с широко используемым в нерелятивистских кварковых моделях линейно растущем с расстоянием потенциалом, обеспечивающим невылетание кварков.

Показано, что в случае спектра, отвечающего сингулярному, убывающему потенциалу типа кулоновского

$$V(r) = -d/r, \quad d > 0, \quad (8)$$

релятивистской областью которого является область малых расстояний, степень сингулярности квазипотенциала по сравнению с нерелятивистским возрастает

$$V_{\text{rel}}(r) \approx -\frac{\pi^2 \alpha^2}{16 m} r^{-2} \ln^{-2} \left( \frac{\pi \alpha r^{-1}}{2\sqrt{2} m} \right). \quad (9)$$

Отмечается, что спектр, отвечающий нерелятивистскому потенциалу типа логарифмического, приводит как в нерелятивистской, так и в релятивистской областях к логарифмическому квазипотенциалу.

В § 3 обобщен изложенный в предыдущем разделе подход к восстановлению квазипотенциала взаимодействия двух релятивистских бесспиновых частиц равных масс  $m$  по заданному для некоторого интервала энергий набору сдвигов фаз  $\{\delta_p(M)\}$  и спектру их масс - фазово-спектральной функции.

Даны решения релятивистской ОЗ, учитывающие как их кулоновское взаимодействие, так и наличие у квазипотенциала более одного минимума.

Указано на неоднозначности, возникающие при решении релятивистской ОЗ, аналогичные тем, которые имеют место в нерелятивистской ОЗ.

Опираясь на полученные результаты, рассмотрены два примера восстановления квазипотенциала по теоретическим фазовым сдвигам ( $l=0$ ), соответствующие движениям в простейших нерелятивистских полях

$$V(r) = \sigma r^{-s}, \quad \sigma > 0, \quad 1 < s < 2, \quad (10)$$

$$V(r) = \sigma r^{-2} - \alpha r^{-1}, \quad \sigma > 0, \quad \alpha > 0. \quad (11)$$

Отмечена та же закономерность возрастания степени сингулярности квазипотенциала, что и в спектральной ОЗ.

В § 4, опираясь на результаты предыдущих параграфов, сформулированы утверждения, позволяющие восстанавливать квазипотенциал по изображению Лапласа фазово-спектральной функции.



Проведен анализ некоторых неоднозначностей, возникающих при решении релятивистской ОЗ. Подчеркивается, что они аналогичны тем, которые имеют место в нерелятивистской ОЗ.

В этом же параграфе продемонстрирована эффективность метода восстановления квазипотенциала по изображению спектральной функции (или ее плотности), в частности, применительно к точному (псевдоклассическому) спектру для сферического "потенциального ящика". Дано объяснение этому обстоятельству.

Вторая глава посвящена решению прямой и обратной задач для конечно-разностного квазипотенциального уравнения в релятивистском конфигурационном представлении с сепарабельным (конечного ранга) квазипотенциалом.

В § 1 найдено решение конечно-разностного квазипотенциального уравнения в релятивистском конфигурационном представлении для радиальной волновой функции с сепарабельным квазипотенциалом

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \varepsilon_{\ell} v_{\ell}(r) v_{\ell}(r') P_{\ell}\left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r r'}\right), \quad \varepsilon_{\ell} = \pm 1. \quad (12)$$

Получено выражение для фазового сдвига как функции параметра  $\chi = \text{arch}(M/2mc^2)$ .

В § 2 проведен анализ найденных в предыдущем параграфе решений квазипотенциального уравнения в импульсном пространстве. На основании этого получены условия существования связанных состояний и сформулирована теорема Левинсона.

Отмечено, что при больших значениях импульса  $\chi$  знак фазового сдвига обращен знаку  $\varepsilon_{\ell}$ .

В § 3 сформулированы условия существования решения релятивистской ОЗ и получены формулы, восстанавливающие квазипотенциал

$$V_l(r) = \sqrt{4\pi} r \mathcal{V}_l(r)$$

для случая  $l=0$  по фазовому сдвигу и энергиям связанных состояний. Дано обобщение изложенного метода на парциальные волны с  $l > 0$  и отмечено его отличие от случая  $l=0$ .

В третьей главе на основе квазипотенциального подхода в квантовой теории поля рассмотрена релятивистская ОЗ в высокоэнергетическом приближении.

В § I найдено строгое ограничение сверху на ширину дифракционного пика

$$\Gamma(s) \equiv \left. \frac{d \operatorname{Im} F(s, t)}{dt} \right|_{t=0}$$

при высоких конечных энергиях  $S$ , использующее свойство аналитичности амплитуды рассеяния  $F(S, t)$  в эллипсе Мартена и информации о связи длины рассеяния  $D$ -волны в  $t$ -канале  $\Omega_2^t$  с мнимой частью амплитуды рассеяния при  $t = 4m^2$  с помощью формулы Фруассара-Грибова.

§ 2 посвящен восстановлению сферически симметричного квазипотенциала по релятивистской амплитуде рассеяния в высокоэнергетическом приближении с помощью релятивистского Фурье-преобразования по энергии. Отмечается, что этот подход справедлив для квазипотенциалов не зависящих от энергии.

В этом же параграфе получены решения, восстанавливающие квазипотенциал по полному сечению  $\sigma_{tot}(s)$  и дифракционному пику  $\Gamma(s)$ .

Проведены оценки поведения квазипотенциала по известным ограничениям на полное сечение и дифракционный пик. Установлено, что эти границы приводят к квазипотенциалу с ядром.

Показано, что постоянное полное сечение при всех энергиях

$$\sigma_{tot}(s) = \frac{4\pi}{m} \sigma^2, \quad \sigma = \text{const} > 0 \quad (13)$$

приводит к дельтаобразному квазипотенциалу (квазипотенциалу с ядром  $\delta/m$ )

$$V(r) = \rho_0 \delta(r - \delta/m), \quad (14)$$

где  $\rho_0$  имеет смысл интенсивности взаимодействия.

В Заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

1. На основе применения релятивистского квазиклассического приближения в квазипотенциальном подходе в квантовой теории поля развит метод восстановления квазипотенциала по спектру масс бесспиновой двухчастичной связанной системы с произвольным относительным орбитальным моментом  $l$ . Проведен анализ поведения квазипотенциала в нерелятивистской, ультрарелятивистской областях по теоретическим энергетическим спектрам, соответствующим движениям в простейших нерелятивистских полях и установлена закономерность поведения квазипотенциала в этих областях. Дана оценка числа уровней, необходимых для восстановления квазипотенциала в заданной области.

2. Модифицировано выражение для релятивистского фазового сдвига, справедливое при наличии кулоновского взаимодействия и дано обобщение метода решения релятивистской спектральной ОЗ для решения ОЗ рассеяния. Получены решения ОЗ рассеяния для различных видов фазово-спектральных данных. Проведен анализ неоднозначностей, возникающих в решениях релятивистской ОЗ. Исследовано поведение квазипотенциала в нерелятивистской и ультрарелятивистской областях по теоретическим фазовым сдвигам, соответствующим движениям в простейших нерелятивистских полях.

3. Сформулированы утверждения, позволяющие восстанавливать квазипотенциал по изображению Лапласа любой кусочно-непрерывной

фазово-спектральной функции и продемонстрирована эффективность этого метода.

4. Рассмотрено решение конечно-разностного квазипотенциального уравнения в релятивистском конфигурационном представлении с сепарабельным квазипотенциалом и получено выражение для фазового сдвига. Проведено исследование условий существования связанных состояний и дана формулировка теорем Левинсона для случая  $V = 0$  и  $V > 0$ . Предложен метод восстановления сепарабельного взаимодействия по фазовым сдвигам и энергиям связанных состояний.

5. Найдено строгое ограничение сверху на ширину дифракционного пика при высоких конечных энергиях, вытекающее из аналитичности амплитуды рассеяния в эллипсе Мартена. Развита метод восстановления квазипотенциала по релятивистской амплитуде рассеяния в высокоэнергетическом приближении и исследовано его поведение.

В Приложениях приведен ряд формул необходимых при проведенных исследованиях.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах.

1. Вернов Ю.С., Черниченко Ю.Д. Ограничение сверху на ширину дифракционного пика // ТМФ. 1983. Т. 56, №3. С. 476-478.
2. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Обратная спектральная задача в релятивистском квазиклассическом приближении // Изв. Вузов СССР. Физика. 1984. №4. С. 63-68.
3. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Обратная спектральная задача для релятивистской двухчастичной связанной системы в квазиклассическом приближении // ЯФ. 1985. Т. 42, Вып. 2(8). С. 494-503.
4. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Релятивистская обратная спектральная задача для двухчастичных систем с ненулевым орбитальным моментом // Изв. АН ВССР. Сер. физ.-мат. наук. 1985. №6. С. 107-110.
5. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Обратная задача рассеяния в

релятивистском квазиклассическом приближении // Изв. Вузов СССР. Физика. 1987. № 5. С. 11-17.

6. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Обратная задача в релятивистском квазипотенциальном подходе // Проблемы физики высоких энергий и теории поля: Тр. X семинара. - М.: Наука, 1988. С. 472-479.

7. Соловцов И.Л., Черниченко Ю.Д. Релятивистская обратная задача в ВКБ - приближении // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1988. № 3. С. 103-109.

8. Черниченко Ю.Д. Восстановление взаимодействия в релятивистском квазипотенциальном квазиклассическом подходе. - Препринт НИИЯФ МГУ-88-019/40. Москва, 1988. 13с.

9. Черниченко Ю.Д. Релятивистская обратная задача для нелокальных сепарабельных взаимодействий. - Препринт НИИЯФ МГУ-88-27/48. Москва, 1988. 15с.

