

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

# **МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

**ПРАКТИКУМ**

**по курсу «Физика»**

**для студентов технических специальностей  
дневной формы обучения**

Гомель 2015

УДК 531/534+539.19(075.8)  
ББК 22.2+22.36я73  
М55

*Рекомендовано научно-методическим советом  
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 7 от 27.05.2014 г.)*

Составители: *О. И. Проневич, С. В. Пискунов, К. К. Матькунов*

Рецензент: зав. каф. «Физика» БелГУТа канд. физ.-мат. наук, доц. *В. А. Зыкунов*

**Механика** и молекулярная физика : практикум по курсу «Физика» для студентов  
М55 техн. специальностей днев. формы обучения / сост.: О. И. Проневич, С. В. Пискунов,  
К. К. Матькунов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2015. – 39 с. – Систем. требования:  
PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ;  
Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл.  
с титул. экрана.

Содержит задачи к практическим занятиям по разделу «Механика и молекулярная физика»  
и основные формулы.

Для студентов технических специальностей дневной формы обучения.

УДК 531/534+539.19(075.8)  
ББК 22.2+22.36я73

© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2015

## Предисловие

Предлагаемое практическое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов дневного факультета.

Включает два раздела программы курса общей физики для инженерно-технических специальностей вузов: «Физические основы классической механики» и «Молекулярная физика и термодинамика».

Практическое пособие включает краткие теоретические сведения по указанным разделам курса физики, список задач по темам, список литературы.

В конце пособия в качестве приложения даются таблицы физических констант и величин, используемых при решении задач, а также, математические формулы.

## 1 Кинематика поступательного движения

Радиус-вектор частицы	$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ,
Модуль радиус-вектора	$r =  \vec{r}(t)  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
Вектор мгновенной скорости	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
Модуль скорости	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$
Проекции вектора скорости на оси координат $x, y, z$	$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$
Вектор мгновенного ускорения	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
Модуль ускорения	$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
Проекции вектора ускорения на оси координат $x, y, z$	$a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$
Тангенциальное ускорение	$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$
Нормальное ускорение	$a_n = \frac{v^2}{r}$
Модуль полного ускорения при криволинейном движении	$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

### Радиус-вектор:

- 1.1 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ , где  $i, j$ - орты осей  $x$  и  $y$ . Определите для момента времени  $t = 1$  с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

- 1.2 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = (2 + 3t + 5t^3)\vec{i} + (4 + 4t^4)\vec{j} + 3t\vec{k}$ . Найти зависимость от времени векторов скорости и ускорения и модулей этих величин для момента времени  $t = 1$  с.
- 1.3 Движение материальной точки задано уравнением  $\vec{r} = A(\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t)$ , где  $A = 1$  м и  $\omega = 5$  рад/с. Начертить траекторию точки. Определить модуль скорости  $|\vec{v}|$  и модуль нормального ускорения  $|\vec{a}_n|$ .
- 1.4 Материальная точка движется по закону  $\vec{r} = \alpha \sin(5t)\vec{i} + \beta \cos(5t)\vec{j}$ , где  $\alpha = 2$  м,  $\beta = 3$  м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения материальной точки.
- 1.5 Скорость материальной точки, движущейся в плоскости  $xu$ , изменяется со временем по закону  $\vec{v} = A \cdot \vec{i} - 2Bt \cdot \vec{j}$ , где  $A$  и  $B$  – положительные постоянные. Найти: а) зависимость от времени модуля скорости точки; б) ускорение точки и его модуль; в) зависимость радиуса-вектора  $\vec{r}$  точки от времени, если в момент  $t = 0$  он был равен нулю.
- 1.6 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 1\vec{k}$ . Найти зависимости от времени векторов скорости и ускорения точки и модулей этих величин.
- Связь пути, скорости, ускорения:**
- 1.7 Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = At - Bt^2 + Ct^3$ , где  $A = 2$  м/с,  $B = 3$  м/с<sup>2</sup> и  $C = 4$  м/с<sup>3</sup>. Найти: 1) зависимость скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$ , 2) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения. Построить график пути, скорости и ускорения для  $0 \leq t \leq 3$  с через 0,5 с.
- 1.8 Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = A - Bt + Ct^2$ , где  $A = 6$  м,  $B = 3$  м/с и  $C = 2$  м/с<sup>2</sup>. Найти: среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 до 4 с. Построить график пути, скорости и ускорения для  $0 \leq t \leq 5$  с через 1 с.
- 1.9 Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $C = 0,14$  м/с<sup>2</sup> и  $D = 0,01$  м/с<sup>3</sup>. Через какое время  $t$  после начала движения тело будет

иметь ускорение  $a = 1 \text{ м/с}^2$ ? Найти среднее ускорение тела за этот промежуток времени.

**Криволинейное движение (в поле силы тяжести):**

- 1.10 С башни высотой  $h = 25 \text{ м}$  горизонтально брошен камень со скоростью  $v_0 = 15 \text{ м/с}$ . Какое время  $t$  камень будет в движении? На каком расстоянии  $S$  от основания башни он упадет на землю? С какой скоростью  $v$  он упадет на землю? Какой угол  $\alpha$  составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?
- 1.11 Мяч бросили со скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$  под углом  $\alpha = 40^\circ$  к горизонту. Найти: 1) на какую высоту  $h$  поднимется мяч, 2) на каком расстоянии  $S$  от места бросания он упадет на землю, 3) сколько времени он будет в движении. Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.12 Тело брошено горизонтально со скоростью  $v_0 = 5 \text{ м/с}$ . Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите радиус кривизны траектории тела через  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения.
- 1.13 Камень брошен в горизонтальном направлении. Через  $0,5 \text{ с}$  после начала движения числовое значение скорости камня стало в  $1,5$  раза больше его начальной скорости. Найти начальную скорость камня. Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.14 Камень брошен горизонтально со скоростью  $v_0 = 15 \text{ м/с}$ . Найти нормальное и  $a_n$  и тангенциальное  $a_\tau$  ускорения камня через время  $t = 1 \text{ с}$  после начала движения.
- 1.15 Тело брошено горизонтально с начальной скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ . Через  $\Delta t = 2 \text{ с}$  после начала движения, пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) угол между вектором скорости и вертикалью; б) модули тангенциального и нормального ускорений; в) радиус кривизны траектории в точке, соответствующей этому моменту времени.

**Криволинейное движение (равномерное и равноускоренное):**

- 1.16 Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом  $R = 4 \text{ м}$ , задается уравнением  $a_n = A + Bt + Ct^2$  ( $A = 1 \text{ м/с}^2$ ,  $B = 6 \text{ м/с}^3$ ,  $C = 9 \text{ м/с}^4$ ). Определите: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время  $t_1 = 5 \text{ с}$  после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени  $t_2 = 1 \text{ с}$ .
- 1.17 Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением  $s = A - Bt + Ct^2$ , где  $B = 2 \text{ м/с}$  и  $C = 1$

- м/с<sup>2</sup>. Найти линейную скорость точки, ее тангенциальное, нормальное и полное ускорения через время  $t = 3$  с после начала движения, если известно, что при  $t' = 2$  с нормальное ускорение точки  $a_n' = 0,5$  м/с<sup>2</sup>.
- 1.18 Материальная точка движется по окружности радиусом  $R = 2,2$  м согласно уравнению  $s = 8t - 0,2t^3$ . Найти модуль скорости, тангенциальное, нормальное и полное ускорения в момент времени  $t = 3,2$  с.
- 1.19 Материальная точка движется по окружности радиусом  $R = 5$  м. Когда нормальное ускорение точки становится  $a_n = 3,2$  м/с<sup>2</sup>, угол между векторами полного и нормального ускорений  $\varphi = 60^\circ$ . Найти модули скорости и тангенциального ускорения точки для этого момента времени.
- 1.20 На цилиндр, который вращается вокруг горизонтальной оси, намотана нить, к концу которой привязали грузик и предоставили возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время 3 с опустился на высоту 1,5 м. Определить угловое ускорение цилиндра, если радиус цилиндра 4 см.
- 1.21 Диск радиусом 10 см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением  $0,5$  рад/с<sup>2</sup>. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.
- 1.22 Точка движется по окружности радиусом  $0,3$  м с постоянным угловым ускорением. Определить тангенциальное ускорение точки, если известно, что за время 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение равно  $27$  м/с<sup>2</sup>.

## 2 Кинематика вращательного движения

Вектор угловой скорости (первая производная от угла поворота по времени)	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
В случае равномерного вращательного движения выполняются соотношения	$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \omega = 2\pi\nu,$
Вектор углового ускорения (производная от угловой скорости по времени)	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$
Уравнения равнопеременного вращательного движения	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности	$s = \varphi \cdot r, \quad v = \omega \cdot r, \quad a_\tau = \varepsilon \cdot r, \\ a_n = \omega^2 \cdot r$

### Равнопеременное:

- 2.1 Колесо радиусом  $R = 10$  см вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 3,14$  рад/с<sup>2</sup>. Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: а) угловую скорость  $\omega$ ; б) линейную скорость  $v$ ; в) тангенциальное ускорение  $a_\tau$ ; г) нормальное ускорение  $a_n$ ; д) полное ускорение  $a$ ; е) угол  $\alpha$ , составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса.
- 2.2 Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 3$  рад/с<sup>2</sup>. Определите радиус колеса, если через  $t = 1$  с после начала движения полное ускорение колеса  $a = 7,5$  м/с<sup>2</sup>.
- 2.3 Колесо, вращаясь равноускорено, достигло угловой скорости  $\omega = 20$  рад/с через  $N = 10$  оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса.
- 2.4 Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения  $\nu = 50$  с<sup>-1</sup> после выключения тока, сделав  $N = 628$  оборотов, остановился. Определите угловое ускорение  $\varepsilon$  якоря.
- 2.5 Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время  $t = 1$  мин уменьшило свою частоту с  $\nu_1 = 300$  об/мин до  $\nu_2 = 180$  об/мин. Найти угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса и число оборотов  $N$  колеса за это время.



- 2.6 Вентилятор вращается с частотой  $\nu = 900$  об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки  $N = 75$  оборотов. Какое время  $t$  прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?
- 2.7 Твердое тело вращается с угловой скоростью  $\vec{\omega} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$ , где  $A = 0,5 \text{ с}^{-2}$ ,  $B = 0,06 \text{ с}^{-3}$ . Найти для момента времени  $t = 10$  с: а) модули угловой скорости и углового ускорения; б) угол между этими векторами.
- 2.8 Материальная точка начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $0,02 \text{ рад/с}^2$ . Через какой промежуток времени после начала вращения вектор полного ускорения образует с вектором скорости угол  $45^\circ$ ?
- 2.9 Определить радиус маховика, если при вращении скорость точек на его ободе  $6 \text{ м/с}$ , а скорость точек, находящихся на  $0,15 \text{ м}$  ближе к оси –  $5,5 \text{ м/с}$ . С некоторого момента времени маховик начинает двигаться равнозамедленно и за  $60 \text{ с}$  останавливается. Сколько оборотов сделает маховик до остановки?

**Неравномерное:**

- 2.10 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A = 0,5 \text{ рад/с}^2$ ). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии  $80 \text{ см}$  от оси вращения, тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения.
- 2.11 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A = 0,1 \text{ рад/с}^2$ ). Определите полное ускорение  $a$  точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если в этот момент линейная скорость этой точки  $v = 0,4 \text{ м/с}$ .
- 2.12 Колесо радиусом  $R = 0,1 \text{ м}$  вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $B = 2 \text{ рад/с}$  и  $C = 1 \text{ рад/с}^3$ . Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения: а) угловую скорость  $\omega$ ; б) линейную скорость  $v$ ; в) угловое ускорение  $\varepsilon$ ; д) тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения.

- 2.13 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1$  рад/с,  $C = 1$  рад/с<sup>2</sup> и  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно  $a_n = 346$  м/с<sup>2</sup>.
- 2.14 Материальная точка движется по окружности  $R = 0,2$  м по закону  $\varphi = 3t - 0,4t^2$ . Определить угловую скорость, угловое ускорение для момента времени  $t = 2$  с. Найти модули тангенциального, нормального и полного ускорений.
- 2.15 Уравнение вращения диска радиуса  $R = 0,2$  м имеет вид  $\varphi = 3 - t + 0,1t^3$ . Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t = 2$  с.
- 2.16 Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = At - \frac{Bt^2}{2}$ , где  $A$  и  $B$  - некоторые положительные постоянные. Найти угловую скорость вращения тела, его угловое ускорение и момент времени, когда тело остановится.
- 2.17 Колесо с радиусом  $0,1$  и вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением:  $\varphi = 5 + t + 2t^2 + t^3$  рад. Для точек, лежащих на ободе колеса, определить угловую скорость, угловое ускорение, нормальное, тангенциальное и полное ускорение к концу второй секунды. Какой угол образует вектор полного ускорения и вектор линейной скорости?
- 2.18 Диск с радиусом  $0,4$  м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = 12 + 3t + 2t^2 + t^3$  рад. Найти нормальное, тангенциальное, полное ускорение точки на окружности диска для момента времени  $2$  с. Какой угол составляет при этом вектор полного ускорения с радиусом колеса? Сколько оборотов сделает колесо за это время?

### 3 Динамика поступательного движения

По первому закону Ньютона - равнодействующая всех сил равна нулю	$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$
По второму закону Ньютона - равнодействующая всех сил равна произведению массы тела на его ускорение	$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}$
Третий закон Ньютона	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
Сила трения	$F = \mu N$
Сила упругости	$F = -kx$
Сила тяжести	$F = mg$
Сила гравитационного взаимодействия	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

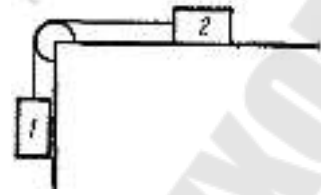
#### Второй Закон Ньютона:

- 3.1 Тело массой  $m = 0,5$  кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ , где  $C = 5$  м/с<sup>2</sup> и  $D = 1$  м/с<sup>3</sup>. Найти силу  $F$ , действующую на тело в конце первой секунды движения.
- 3.2 Тело массой  $m = 0,5$  кг движется так, что зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = A \sin \omega t$ , где  $A = 5$  см и  $\omega = \pi$  рад/с. Найти силу  $F$ , действующую на тело через время  $t = (1/6)$  с после начала движения.
- 3.3 Тело массой  $m$  движется в плоскости  $XU$  по закону  $x = A \cos \omega t$ ,  $y = A \sin \omega t$ , где  $A$ ,  $B$  и  $\omega$  - некоторые постоянные. Определите модуль силы, действующей на это тело.

#### Блок:

- 3.4 Две гири с массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 1$  кг соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения нити  $T$ . Трением в блоке пренебречь.

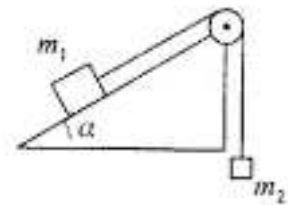
- 3.5 Невесомый блок укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы  $m_1 = m_2 = 1$  кг соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол  $\mu = 0,1$ . Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения нити  $T$ . Трением в блоке пренебречь.



**Наклонная плоскость**

- 3.6 Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Пройдя путь  $s = 36,4$  см, тело приобретает скорость  $v = 2$  м/с. Найти коэффициент трения  $\mu$  тела о плоскость.
- 3.7 Наклонная плоскость, образующая угол  $\alpha = 25^\circ$  с плоскостью горизонта, имеет длину  $l = 2$  м. Тело, двигаясь равноускорено, соскользнуло с этой плоскости за время  $t = 2$  с. Определить коэффициент трения  $\mu$  тела о плоскость.

- 3.8 В установке на рисунке угол  $\alpha$  наклонной плоскости с горизонтом равен  $20^\circ$ , массы тел  $m_1 = 200$  г и  $m_2 = 150$  г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела, если тело  $m_2$  опускается.



**Движение по окружности (или её части):**

- 3.9 Грузик, привязанный к нити длиной  $l = 1$  м, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период  $T$  обращения, если нить отклонена на угол  $60^\circ$  от вертикали.
- 3.10 Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом  $R = 4$  м. С какой наименьшей скоростью  $v_{\min}$  должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?
- 3.11 Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Разность между максимальным и минимальным натяжениями веревки  $\Delta F_n = 9,8$  Н. Найти массу камня.

#### 4 Работа. Энергия. Мощность. КПД

Работа постоянной силы	$A = FS \cos \alpha$
Элементарная работа $dA$ по перемещению тела	$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = Fdr \cos \alpha$
Полная работа при перемещении тела из положения 1 в положение 2	$A = \int_1^2 dA$
Потенциальная энергия упругих сил	$E_n = \frac{kx^2}{2}$
Потенциальная энергия тела в поле тяготения земли	$E_n = mgh$
Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
Работа, совершаемая телом при изменении скорости движения, равна разности кинетических энергий тела	$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$
Работа, совершаемая потенциальными силами при изменении конфигурации системы, равна разности потенциальных энергий тела, взятых со знаком минус	$A = -(E_{n2} - E_{n1}) = -\Delta E_n$
Связь силы и потенциальной энергии	$F = -\frac{dE_n}{dr}$
Мгновенная мощность	$N = \frac{dA}{dt}$
Коэффициент полезного действия	$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затр}}}$

4.1 Найти работу  $A$ , которую дано совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой  $m = 1$  т от  $v_1 = 2$  м/с до  $v_2 = 6$  м/с на пути  $s = 10$  м. На всем пути действует сила трения  $F_{\text{тр}} = 2$  кН.

- 4.2 Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 8^\circ$  с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения  $\mu$  на всем пути, если известно, что тело проходит по горизонтальной поверхности то же расстояние, что и по наклонной плоскости.
- 4.3 Автомобиль массой  $m = 1,8$  т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определите: 1) работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения  $\mu = 0,1$ ; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.
- 4.4 Поезд массой  $m = 600$  т движется под гору с уклоном  $\alpha = 0,3^\circ$  и за время  $t = 1$  мин развивает скорость  $v = 18$  км/ч, коэффициент трения  $\mu = 0,01$ . Определите среднюю мощность локомотива.
- 4.5 Материальная точка массой  $m = 1$  кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению  $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$  ( $B = 3$  м/с,  $C = 5$  м/с<sup>2</sup>,  $D = 1$  м/с<sup>3</sup>). Определите мощность  $N$ , затрачиваемую на движение точки за время, равное 1 с.
- 4.6 Тело массой  $m$  начинает двигаться под действием силы  $\vec{F} = 2t \cdot \vec{i} + 3t^2 \cdot \vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – соответственно единичные векторы координатных осей  $x$  и  $y$ . Определите мощность  $N(t)$ , развиваемую силой в момент времени  $t$ .
- 4.7 Какую мощность  $N$  развивает двигатель автомобиля массой  $m = 1$  т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью  $v = 36$  км/ч: а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути; в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения  $\mu = 0,07$ .
- 4.8 Найти КПД  $\eta$  двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения  $v = 40$  км/ч двигатель потребляет объем  $V = 13,5$  л бензина на пути  $S = 100$  км и что развиваемая двигателем мощность  $N = 12$  кВт. Плотность бензина  $\rho = 0,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота сгорания бензина  $q = 46$  МДж/кг.
- 4.9 Зависимость потенциальной энергии  $E_n$  тела в центральном силовом поле от расстояния  $r$  до центра поля задается функцией  $E_n(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$  ( $A = 6$  мкДж·м<sup>2</sup>,  $B = 0,3$  мДж·м). Определите, при каких значениях максимальное значение принимают: 1) потенциальная энергия тела; 2) сила, действующая на тело.

## 5 Законы сохранения импульса (ЗСИ) и энергии (ЗСЭ)

Импульс тела	$\vec{p} = m\vec{v}$
Закона сохранения импульса	$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = Const$
Механическая энергия системы	$E = E_k + E_n$
Закон сохранения энергии	$E = E_k + E_n = Const$
Коэффициент восстановления скорости	$K_u = \frac{u_{После}}{u_{До}}$
Энергия деформации	$Q = E_{До} - E_{После}$

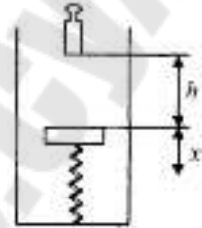
### Импульс. Закон сохранения импульса:

- 5.1 Струя воды сечением  $S = 6 \text{ см}^2$  ударяется о стенку под углом  $\alpha = 60^\circ$  к нормали и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти силу  $F$ , действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе  $v = 12 \text{ м/с}$ .
- 5.2 Снаряд массой  $m_1 = 100 \text{ кг}$ , летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью  $v_1 = 500 \text{ м/с}$ , попадает в вагон с песком, масса которого  $m_2 = 10 \text{ т}$ , и застревает в нем. Какую скорость  $u$  получит вагон, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью  $v_2 = 36 \text{ км/ч}$  в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался со скоростью  $v_2 = 36 \text{ км/ч}$  в направлении, противоположном движению снаряда?
- 5.3 Граната, летящая со скоростью  $v = 10 \text{ м/с}$ , разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью  $u_1 = 25 \text{ м/с}$ . Найти скорость  $u_2$  меньшего осколка.
- 5.4 Конькобежец массой  $M = 70 \text{ кг}$ , стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой  $m = 3 \text{ кг}$  со скоростью  $v_0 = 8 \text{ м/с}$ . На какое расстояние  $S$  откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,02$ ?

- 5.5 Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирию массой 5 кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью 1 м/с. Масса конькобежца 60 кг. Определить работу, совершенную конькобежцем при бросании гири.

**Закон сохранения энергии:**

- 5.6 Гирия массой  $m = 10$  кг падает с высоты  $h = 0,5$  м на подставку, скрепленную с пружиной жесткостью  $k = 30$  Н/см. Определите при этом смещение  $x$  пружины.



- 5.7 Тело брошено вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 20$  м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите, на какой высоте  $h$  кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии.
- 5.8 Подвешенный на нити шарик массой  $m = 200$  г отклоняют на угол  $\alpha = 45^\circ$ . Определите силу натяжения нити в момент прохождения шариком положения равновесия.
- 5.9 Пренебрегая трением, определите наименьшую высоту  $h$ , с которой должна скатываться тележка с человеком по желобу, переходящему в петлю радиусом  $R = 6$  м, и не оторваться от него в верхней точке петли.
- 5.10 Гирия, положенная на верхний конец спиральной пружины, в состоянии равновесия сжимает ее на  $2 \cdot 10^{-3}$  м. На сколько сожмет пружину эта же гирия, упавшая на конец пружины с высоты 8 см.

**Смешанные задачи (ЗСИ и ЗСЭ):**

- 5.11 Тело массой  $m_1 = 2$  кг движется со скоростью  $v_1 = 3$  м/с и нагоняет тело массой  $m_2 = 8$  кг, движущееся со скоростью  $v_2 = 1$  м/с. Считая удар центральным, найти скорости  $u_1$  и  $u_2$  тел после удара, если удар: а) неупругий; б) упругий.
- 5.12 Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нём. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол  $\alpha = 10^\circ$ .
- 5.13 Два шара массами  $m_1 = 9$  кг и  $m_2 = 12$  кг подвешены на нитях длиной  $l = 1,5$  м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол  $\alpha = 30^\circ$  и отпустили. Считая удар неупругим, определите высоту  $h$ , на которую поднимутся оба шара после удара.



- 5.14 Два шара массами  $m_1 = 3$  кг и  $m_2 = 2$  кг подвешены на нитях длиной  $l = 1$  м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол  $\alpha = 60^\circ$  и отпустили. Считая удар упругим, определите скорость второго шара после удара.
- 5.15 Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после упругого и центрального столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в 4 раза меньше массы атома гелия?
- Теплота при ударах. Коэффициент восстановления:**
- 5.16 Тело массой 3 кг движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе.
- 5.17 Деревянным молотком, масса которого  $m_1 = 0,5$  кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара  $v_1 = 1$  м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе молотка о стенку  $k = 0,5$ , найти количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе. (Коэффициентом восстановления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара).
- 5.18 Деревянный шарик массой  $m = 0,1$  кг падает с высоты  $h_1 = 2$  м. Коэффициент восстановления при ударе шарика о пол  $k = 0,5$ . Найти высоту  $h_2$ , на которую поднимается шарик после удара о пол, и количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе.
- 5.19 Два неупругих шара массами 2 кг и 3 кг движутся со скоростью соответственно 8 м/с и 4 м/с. Найти энергию деформации шаров в двух случаях: а) меньший шар нагоняет больший, б) шары движутся навстречу друг другу.

## 6 Динамика вращательного движения (ДВД)

Модуль момента силы равен	$M = Fr \sin \alpha = Fl$
Момент инерции материальной точки	$J = mr^2$
Момент инерции цилиндра (или диска) радиуса $R$ относительно оси вращения, совпадающей с осью цилиндра	$J = \frac{1}{2}mR^2$
Момент инерции шара радиуса $R$ относительно оси вращения, проходящей через центр масс шара	$J = \frac{2}{5}mR^2$
Момент инерции тонкого стержня длиной $l$ , если ось вращения перпендикулярна стержню и проходит через центр масс стержня	$J = \frac{1}{12}ml^2$
Теорема Штейнера	$J_O = J_C + md^2$
Модуль момента импульса	$L = rmu \sin \alpha$
Связь момента импульса с моментом инерции	$L = J\omega$
Закон сохранения момента импульса	$J\omega = Const$
Основное уравнение вращательного движения	$M = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon$
Кинетическая энергия вращающегося тела равна	$E_{\text{вращ}} = \frac{J\omega^2}{2}$

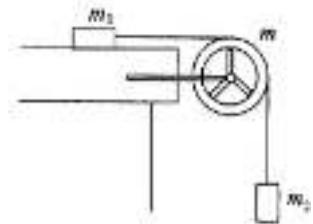
### Вычисление моментов инерции. Теорема Штейнера:

- 6.1 Определить момент инерции  $J$  тонкого однородного стержня длиной  $l = 30$  см и массой  $m = 100$  г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 2) точку, отстоящую от конца стержня на  $1/3$  его длины.

- 6.2 Диаметр диска  $d = 20$  см, масса  $m = 800$  г. Определить момент инерции  $J$  диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

**Основное уравнение ДВД:**

- 6.3 Однородный диск радиусом  $R = 0,2$  м и массой  $m = 5$  кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости  $\omega$  вращения диска от времени  $t$  дается уравнением  $\omega = A + Bt$ , где  $B = 8$  рад/с<sup>2</sup>. Найти касательную силу  $F$ , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.
- 6.4 На барабан радиусом  $R = 0,5$  м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 10$  кг. Найти момент инерции  $J$  барабана, если известно, что груз опускается с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>.
- 6.5 Две гири с массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 2$  кг соединены нитью, перекинутой через блок массой  $m = 2$  кг. Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.
- 6.6 На рисунке тело массой  $m_1 = 0,25$  кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой  $m_2 = 0,2$  кг, скользит по поверхности горизонтального стола. Масса блока  $m = 0,15$  кг. Коэффициент трения  $\mu$  тела о поверхность равен  $0,2$ . Пренебрегая трением в подшипниках, определите: 1) ускорение  $a$ , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нити по обе стороны блока.



**Энергия, работа:**

- 6.7 Диск массой  $m = 2$  кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $v = 4$  м/с. Найти кинетическую энергию  $E_k$  диска.
- 6.8 Шар диаметром  $D = 6$  см и массой  $m = 0,25$  кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения  $\nu = 4$  об/с. Найти кинетическую энергию  $W_k$  шара.
- 6.9 Медный шар радиусом  $R = 10$  см вращается с частотой  $\nu = 2$  об/с, вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое?

- 6.10 Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равномерно, сделал до остановки 75 оборотов. Работа сил торможения равна 44,4 Дж. Найти: 1) момент инерции вентилятора, 2) момент сил торможения.
- 6.11 Однородный стержень длиной  $l = 1$  м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол  $\alpha$  надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость  $v = 5$  м/с?
- 6.12 Карандаш длиной  $l = 15$  см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость  $\omega$  и линейную скорость  $v$  будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

### **Момент импульса.**

#### **Закон сохранения момента импульса (ЗСМИ):**

- 6.13 Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой  $\nu = 5$  об/с,  $E_k = 60$  Дж. Найти момент импульса  $L$  вала.
- 6.14 Горизонтальная платформа массой  $m = 100$  кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $\nu_1 = 10$  об/мин. Человек массой  $m_0 = 60$  кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой  $\nu_2$  начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.
- 6.15 Какую работу  $A$  совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы  $R = 1,5$  м.
- 6.16 Горизонтальная платформа массой  $m = 80$  кг и радиусом  $R = 1$  м вращается с частотой  $\nu_1 = 20$  об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой  $\nu_2$  будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $J_1 = 2,94$  кг·м<sup>2</sup> до  $J_2 = 0,98$  кг·м<sup>2</sup>? Считать платформу однородным диском.

## 7 Механические колебания и волны

Уравнение гармонических колебаний материальной точки	$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или}$ $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$
Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания	<p>Если <math>x = A \cos(\omega t + \varphi_0)</math>, то</p> $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0),$ $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0),$
Амплитуда и начальная фаза результирующего колебания при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$ $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$
Циклическая частота колебаний пружинного маятника	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Циклическая частота колебаний физического маятника	$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$
Циклическая частота математического маятника	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$
Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания	$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$
Логарифмический декремент затухания	$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$
Амплитуда затухающих колебаний	$A = A_0 e^{-\beta t}$

### Кинематика гармонических колебаний:

- 7.1 Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению  $x = 0,02 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$  м. Определите: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через какое время после начала отсчета точка будет проходить через положение равновесия?
- 7.2 Дано уравнение движения точки  $x = 2 \sin(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4})$  см. Найти период колебаний  $T$ , максимальную скорость  $v_{\max}$  и максимальное ускорение  $a_{\max}$  точки.
- 7.3 Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний  $T = 2$  с, амплитуда  $A = 50$  мм, начальная фаза  $\varphi_0 = 0$ . Найти скорость  $v$  точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия  $x = 25$  мм.
- 7.4 Материальная точка совершает гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение  $-4$  см, а скорость  $-10$  см/с. Определить амплитуду и начальную фазу колебаний, если их период  $2$  с.

### Динамика гармонических колебаний. Маятники:

- 7.5 Уравнение колебаний материальной точки массой  $m = 10$  г имеет вид  $x = 5 \sin(\frac{\pi}{5} t + \frac{\pi}{4})$  см. Найти максимальную силу  $F_{\max}$  действующую на точку, и полную энергию  $E$  колеблющейся точки.
- 7.6 Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение,  $E = 30$  мкДж; максимальная сила, действующая на тело,  $F_{\max} = 1,5$  мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний  $T = 2$  с и начальная фаза  $\varphi_0 = \pi/3$ .
- 7.7 К пружине подвешен груз массой  $1$  кг. Зная, что пружина под влиянием силы  $10$  Н растягивается на  $15$  см, определить период вертикальных колебаний груза.
- 7.8 Шарик массой  $2 \cdot 10^{-3}$  кг, подвешенный на нити длиной  $2$  м, отклоняют на угол  $\alpha = 4^\circ$  и отпускают. Считая угол малым и пренебрегая трением, найти скорость шарика и энергию маятника при прохождении им положения равновесия.
- 7.9 Груз, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания с амплитудой  $0,06$  м. Максимальная кинетическая энергия

груза 1,2 Дж. Найти коэффициент жесткости пружины. Массой пружины пренебречь.

- 7.10 Тонкий обруч радиусом  $R = 50$  см подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Определите период  $T$  колебаний обруча.
- 7.11 Тонкий однородный стержень длиной  $l = 60$  см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, отстоящей на расстоянии  $x = 15$  см от его середины. Определите период колебаний стержня, если он совершает малые колебания.
- 7.12 Диск радиусом 0,24 м колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.
- 7.13 Математический маятник длиной 0,4 м и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной 0,6 м синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние от центра тяжести стержня до оси колебаний.

**Сложение колебаний:**

- 7.14 Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемых уравнениями  $x_1 = 3 \cos 2\omega t$  см и  $x_2 = 3 \cos(2\omega t + \frac{\pi}{4})$  см. Определите для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Запишите уравнение результирующего колебания и представьте векторную диаграмму сложения амплитуд.
- 7.15 Найти амплитуду  $A$  и начальную фазу  $\varphi_0$  гармонического колебания, полученного от одинаково направленных колебаний, данных уравнениями  $x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{2})$  м и  $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4})$  м.
- 7.16 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \sin \pi t$  м и  $y = 2 \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$  м. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

- 7.17 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = 2 \sin \omega t$  м и  $y = 2 \cos \omega t$  м. Найти траекторию результирующего движения точки.
- 7.18 Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \sin \pi t$  м и  $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$  м. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

**Затухающие колебания:**

- 7.19 Период затухающих колебаний  $T = 1$  с, логарифмический декремент затухания равен 0,3 и начальная фаза равна нулю. Смещение точки при  $t = 2T$  составляет 5 см. Запишите уравнение движения этого колебания.
- 7.20 Найти логарифмический декремент затухания математического маятника, если за время  $t = 1$  мин амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Длина маятника  $l = 1$  м.
- 7.21 Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время  $t_1 = 1$  мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время  $t_2 = 3$  мин?
- 7.22 Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 минут уменьшилась в 2 раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?
- 7.23 За время, в течение которого система совершает  $N = 50$  полных колебаний, амплитуда уменьшается в 2 раза. Определите добротность  $Q$  системы.

**Вынужденные колебания:**

- 7.24 Определите резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний  $\nu_0 = 300$  Гц, а логарифмический декремент затухания 0,2.
- 7.25 Собственная частота  $\nu_0$  колебаний некоторой системы составляет 500 Гц. Определите частоту  $\nu$  затухающих колебаний этой системы, если резонансная частота  $\nu_{рез} = 499$  Гц.
- 7.26 Гири массой  $m = 0,5$  кг, подвешенная на спиральной пружине жесткостью  $k = 50$  Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления  $r = 0,5$  кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону  $F = 0,1 \cos \omega t$  Н. Определите для данной колебательной системы: 1) коэффициент затухания  $\beta$ ; 2) резонансную амплитуду  $A_{рез}$ .



**Волны:**

- 7.27 Две точки лежат на луче и находятся от источника колебаний на расстояниях  $x_1 = 4$  м и  $x_2 = 7$  м. Период колебаний  $T = 20$  мс и скорость  $\nu$  распространения волны равна 300 м/с. Определите разность фаз колебаний этих точек.
- 7.28 Звуковые колебания с частотой  $\nu = 450$  Гц и амплитудой  $A = 0,3$  мм распространяются в упругой среде. Длина волны  $\lambda = 80$  см. Определите: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.
- 7.29 Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой  $\nu = 400$  Гц. Скорость распространения колебаний в среде  $\nu = 1$  км/с. Определите, при какой наименьшей разности хода, не равной нулю, будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

## 8 Молекулярно-кинетическая теория газов

Количество вещества	$\nu = \frac{N}{N_A} \text{ или } \nu = \frac{m}{\mu}$
Уравнение Клапейрона-Менделеева (уравнение состояния идеального газа)	$pV = \frac{m}{\mu} RT$
Закон Дальтона	$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$
Концентрация молекул	$n = N/V = N_A \rho / M$
Уравнение молекулярно-кинетической теории газов	$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2$
Средняя кинетическая энергия молекулы	$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$
Внутренняя энергия идеального газа	$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT$
Скорости молекул:	
наиболее вероятная	$\langle v_g \rangle = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M}$
средняя квадратичная	$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3kT/m_0} = \sqrt{3RT/M}$
средняя арифметическая	$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_0)} = \sqrt{8RT/M}$
Распределение молекул в потенциальном поле сил (распределение Больцмана)	$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)$
Барометрическая формула	$p = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right)$

### Уравнение газового состояния:

- 8.1 Найти плотность  $\rho$  водорода при температуре  $t = 15^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 97,3$  кПа.

- 8.2 Какое число молекул  $N$  находится в комнате объемом  $V = 80 \text{ м}^3$  при температуре  $t = 17 \text{ }^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 100 \text{ кПа}$ ?
- 8.3 Сколько молекул будет находиться в  $1 \text{ см}^3$  сосуда при  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 1,33 \cdot 10^{-9} \text{ Па}$ ?
- 8.4 Первоначальное давление газа  $150 \text{ кПа}$ . За счет изотермического сжатия объем газа уменьшили на  $12\%$ . На сколько изменилось давление газа?
- 8.5 В шаре диаметром  $20 \text{ см}$  находится азот массой  $m = 7,0 \text{ г}$ . До какой температуры можно нагреть этот шар, если максимальное давление которое выдерживают стенки шара  $p = 0,3 \text{ МПа}$ ?
- 8.6 Определить начальную температуру газа, если в изохорном процессе при нагревании на  $14 \text{ К}$  давление возрастает на  $5\%$ .

**Утечка:**

- 8.7 В сосуде вместимостью  $V = 0,3 \text{ л}$  при температуре  $T = 290 \text{ К}$  находится некоторый газ. На сколько понизится давление  $p$  газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет  $N = 10^{19}$  молекул?
- 8.8 В баллоне находилась масса  $m_1 = 10 \text{ кг}$  газа при давлении  $p_1 = 10 \text{ МПа}$ . Какую массу  $\Delta m$  газа взяли из баллона, если давление стало равным  $p_2 = 2,5 \text{ МПа}$ ? Температуру газа считать постоянной.
- 8.9 Давление в цилиндре паровой машины объемом  $V = 20 \text{ дм}^3$  после открывания клапана уменьшилось на  $\Delta p = 0,81 \text{ МПа}$ . Какова масса пара, выпущенного из цилиндра? Температуру пара считать  $T = 373 \text{ К}$ .

**Основное уравнение МКТ. Энергия молекул:**

- 8.10 В колбе вместимостью  $V = 240 \text{ см}^3$  находится газ при температуре  $T = 290 \text{ К}$  и давлении  $p = 50 \text{ кПа}$ . Определить количество вещества  $\nu$  газа и число  $N$  его молекул.
- 8.11 Давление  $p$  газа равно  $1 \text{ мПа}$ , концентрация  $n$  его молекул равна  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Определить: 1) температуру  $T$  газа; 2) среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.
- 8.12 В двух сосудах одинакового объема находятся гелий и аргон, массы которых равны. Во сколько раз давление гелия, больше чем аргона, если температуры газов одинаковы?

**Скорости молекул:**

- 8.13 Средняя квадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях равна  $480 \text{ м/с}$ . Сколько молекул содержит  $1 \text{ г}$  этого газа?
- 8.14 Определите наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении  $40 \text{ кПа}$  составляет  $0,35 \text{ кг/м}^3$ .

- 8.15 При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на 100 м/с?
- 8.16 Плотность некоторого газа  $\rho = 0,06 \text{ кг/м}^3$ , средняя квадратичная скорость его молекул  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500 \text{ м/с}$ . Найти давление  $p$ , которое газ оказывает на стенки сосуда.

**Смеси газов:**

- 8.17 В закрытом сосуде вместимостью 20 л находятся водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Определите: 1) давление  $p$ ; 2) молярную массу газовой смеси  $M$  в сосуде, если температура смеси  $T = 300 \text{ К}$ .
- 8.18 Баллон вместимостью 20 л содержит смесь водорода и азота при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Определите массу водорода, если масса смеси равна 150 г.
- 8.19 Определите плотность смеси газов водорода массой  $m_1 = 8 \text{ г}$  и кислорода массой  $m_2 = 64 \text{ г}$  при температуре  $T = 290 \text{ К}$  и при давлении  $p = 0,1 \text{ МПа}$ . Газы считать идеальными.
- 8.20 В сосуде 1 объемом  $V_1 = 3 \text{ л}$  находится газ под давлением  $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ . В сосуде 2 объемом  $V_2 = 4 \text{ л}$  находится тот же газ под давлением  $p_2 = 0,1 \text{ МПа}$ . Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением  $p$  будет находиться газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

**Барометрическая формула:**

- 8.21 На какой высоте  $h$  давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной и равной  $t = 0 \text{ }^\circ\text{С}$ .
- 8.22 На какой высоте  $h$  плотность газа вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру газа считать постоянной и равной  $t = 0 \text{ }^\circ\text{С}$ . Задачу решить для: а) воздуха, б) водорода.

**Элементы статистической физики:**

- 8.23 Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре  $t = 100 \text{ }^\circ\text{С}$  и давлении  $p = 13,3 \text{ Па}$ . Диаметр молекул углекислого газа  $\sigma = 0,32 \text{ нм}$ .
- 8.24 Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул углекислого газа при температуре  $t = 100 \text{ }^\circ\text{С}$ , если средняя длина свободного пробега  $\langle l \rangle = 870 \text{ мкм}$ .
- 8.25 Найти среднюю длину свободного пробега атомов гелия, если известно, что плотность гелия  $\rho = 0,021 \text{ кг/м}^3$ .
- 8.26 Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега  $\langle l \rangle = 5$

мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500$  м/с.

- 8.27 Средняя длина свободного пробега молекул водорода  $\langle l \rangle = 90$  нм при некотором давлении  $p$  и температуре  $T = 294$  К. В результате изотермического процесса давление газа увеличилось в 3 раза. Найти среднее число столкновений  $\langle Z \rangle$  молекул водорода за 1 с.
- 8.28 Какая часть молекул кислорода при  $t = 0$  °С обладает скоростями  $v$  от 100 до 110 м/с?
- 8.29 Используя закон распределения молекул идеального газа по скоростям, найдите формулу наиболее вероятной скорости  $v_{\text{в}}$ .

## 9 Термодинамика

Теплоемкость молярная:	
изохорная	$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_V = c_V M$
изобарная	$C_p = \frac{(i+2)}{2}R, \quad C_p = c_p M$
Первое начало термодинамики	$\delta Q = dU + \delta A$ $dU = (m/M)C_V dT, \quad dA = pdV$
Работа расширения газа при процессе:	
изобарном	$A = p(V_2 - V_1)$
изотермическом	$A = \frac{m}{M}RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{p_1}{p_2}$
Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе	$pV^\gamma = const, \quad TV^{\gamma-1} = const,$ $T^\gamma p^{1-\gamma} = const$
Коэффициент полезного действия цикла Карно	$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$
Изменение энтропии	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$

### Первое начало термодинамики:

- 9.1 Масса  $m = 6,5$  г водорода, находящегося при температуре  $t = 27$  °С, расширяется вдвое при постоянном давлении за счет притока тепла извне. Найти работу  $A$  расширения газа, приращение  $\Delta U$  внутренней энергии газа и количество теплоты  $Q$ , сообщенное газу.
- 9.2 Масса  $m = 10$  г кислорода находится при давлении  $p = 300$  кПа и температуре  $t = 10$  °С. После нагревания при  $p = const$  газ занял

- объем  $V = 10$  л. Найти количество теплоты  $Q$ , полученное газом, изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа и работу  $A$ , совершенную газом при расширении.
- 9.3 Масса  $m = 10,5$  г азота изотермически расширяется при температуре  $t = -23$  °С, причем его давление изменяется от  $p_1 = 250$  кПа до  $p_2 = 100$  кПа. Найти работу  $A$ , совершенную газом при расширении.
- 9.4 Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема  $V_1 = 1$  л до  $V_2 = 2$  л. Найти работу, совершенную газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.
- 9.5 При изотермическом расширении газа, занимавшего объем  $V = 2$  м<sup>3</sup>, давление его меняется от  $p_1 = 0,5$  МПа до  $p_2 = 0,4$  МПа. Найти работу  $A$ , совершенную при этом.
- 9.6 Расширяясь трехатомный газ совершит работу  $A = 245$  Дж. Какое количество теплоты  $Q$  было подведено газу, если он расширяется: 1) изобарно; 2) изотермически?
- 9.7 Во время изобарного сжатия при начальной температуре  $T = 200$  К объем кислорода массой  $m = 10$  кг уменьшился в 1,25 раза. Определить работу  $A$ , совершенную газом, и количество отведенной теплоты  $Q$ .
- 9.8 Двухатомный идеальный газ ( $\nu = 2$  моль) нагревают при постоянном объеме до температуры  $T_1 = 289$  К. Определить количество теплоты  $Q$ , которое нужно сообщить газу, чтобы увеличить его давление в  $n = 3$  раза.
- Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона:**
- 9.9 До какой температуры  $t_2$  охладится воздух, находящийся при  $t_1 = 0$  °С, если он расширяется адиабатически от объема  $V_1$  до  $V_2 = 2V_1$ ?
- 9.10 Объем  $V_1 = 7,5$  л кислорода адиабатически сжимается до объема  $V_2 = 1$  л, причем в конце сжатия установилось давление  $p_2 = 1,6$  МПа. Под каким давлением  $p_1$  находился газ до сжатия?
- 9.11 Воздух в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания сжимается адиабатически и его давление при этом изменяется от  $p_1 = 0,1$  МПа до  $p_2 = 3,5$  МПа. Начальная температура воздуха 40 °С. Найти температуру воздуха в конце сжатия.
- 9.12 Количество  $\nu = 1$  кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема  $V_1$  до  $V_2 = 5V_1$ .

Найти изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа и работу  $A$ , совершенную газом при расширении.

- 9.13 Какой объем  $V$  сжатого двухатомного газа нужно израсходовать для совершения работы  $A = 250$  кДж, если при адиабатном расширении объем его увеличился в 2 раза при начальном давлении  $p = 0,18$  МПа.
- 9.14 Азот, находившийся при температуре  $T = 400$  К подвергли адиабатическому расширению, в результате которого его объем увеличился в  $n = 5$  раз, и внутренняя энергия уменьшилась на 4 кДж. Определить массу азота.

**Циклы. Круговые процессы:**

- 9.15 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 2,512$  кДж. Температура нагревателя  $T_1 = 400$  К, температура холодильника  $T_2 = 300$  К. Найти работу  $A$ , совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты  $Q_2$ , отдаваемое холодильнику за один цикл.
- 9.16 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу  $A = 73,5$  кДж. Температура нагревателя  $t_1 = 100$  °С, температура холодильника  $t_2 = 0$  °С. Найти КПД  $\eta$  цикла, количество теплоты  $Q_1$ , получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты  $Q_2$ , отдаваемое за один цикл холодильнику.
- 9.17 Паровая машина мощностью  $P = 14,7$  кВт потребляет за время  $t = 1$  ч работы массу  $m = 8,1$  кг угля с удельной теплотой сгорания  $q = 33$  МДж/кг. Температура котла  $t_1 = 200$  °С, температура холодильника  $t_2 = 58$  °С. Найти фактический КПД  $\eta$  машины и сравнить его с КПД  $\eta_0$  идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

**Энтропия:**

- 9.18 Найти изменение  $\Delta S$  энтропии при превращении массы  $m = 10$  г льда, находящегося при температуре  $t = -20$  °С, в пар ( $t_n = 100$  °С). Учесть, что удельная теплоемкость льда  $c_l = 2100$  Дж/кг·К, удельная теплоемкость воды  $c_v = 4190$  Дж/кг·К, удельная теплота парообразования  $r = 2,26$  МДж/кг.
- 9.19 Найти изменение  $\Delta S$  энтропии при переходе массы  $m = 8$  г кислорода от объема  $V_1 = 10$  л при температуре  $t_1 = 80$  °С к объему  $V_2 = 40$  л при температуре  $t_2 = 300$  °С.



- 9.20 Масса  $m = 6,6$  г водорода расширяется изобарически от объема  $V_1$  до объема  $V_2 = 2V_1$ . Найти изменение  $\Delta S$  энтропии при этом расширении.
- 9.21 Найти изменение  $\Delta S$  энтропии при изотермическом расширении массы  $m = 6$  г водорода от давления  $p_1 = 100$  кПа до давления  $p_2 = 50$  кПа.
- 9.22 Масса  $m = 10$  г кислорода нагревается от температуры  $t_1 = 50$  °С до температуры  $t_2 = 150$  °С. Найти изменение  $\Delta S$  энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.
- 9.23 Кислород массой  $m = 2$  кг увеличил свой объем в  $n = 5$  раз один раз изотермически, другой – адиабатно. Найти изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

## Литература

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2004. – 542 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т.1. – 350 с.
3. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Академия, 2003. – 720 с.
4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1989. – Т.1. – 576 с.

## Приложение

### 1. Некоторые физические константы

Наименование	Обозначение	Числовое значение
Скорость света в вакууме	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молекулярная газовая постоянная	$R$	$8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Объем моля идеального газа при нормальных условиях	$V_0$	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$
Ускорение свободного падения	$g$	$9,81 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$

### 2. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	$10^9$
мега	М	$10^6$
кило	к	$10^3$
гекто	г	$10^2$
милли	м	$10^{-3}$
микро	мк	$10^{-6}$
нано	н	$10^{-9}$
пико	п	$10^{-12}$

### 3. Некоторые сведения по математике

#### 3.1. Формулы алгебры и тригонометрии

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x,$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y,$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x, \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x,$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x), \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x).$$

#### 3.2. Формулы дифференциального и интегрального исчисления

$$\frac{d}{dx} c = 0,$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2},$$

$$\frac{d}{dx} (x^m) = m x^{m-1},$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x,$$

$$\frac{d(uV)}{dx} = V \frac{du}{dx} + u \frac{dV}{dx},$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x,$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{V}\right)}{dx} = \frac{V \frac{du}{dx} - u \frac{dV}{dx}}{V^2},$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a,$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x},$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1},$$

$$\int \sin x dx = -\cos x,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x,$$

$$\int \cos x dx = \sin x,$$

$$\int e^x dx = e^x,$$

$$\int dx = x.$$

### 3.3. Некоторые математические постоянные

$$\pi = 3,1416$$

$$\sqrt{2} = 1,4142$$

$$\sqrt{\pi} = 1,772$$

$$\sqrt{3} = 1,7321$$

$$\varepsilon = 2,7183$$

$$\ln 2 = 0,6931$$

$$\sqrt{\varepsilon} = 1,6487$$

$$\ln 3 = 1,0986$$

$$1 \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\right) \approx 57^\circ 17'$$

$$\alpha^\circ = \frac{180}{\pi} \alpha \text{ рад}$$

Скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi, \text{ где } \varphi \text{ - угол между векторами } \vec{a} \text{ и } \vec{b}.$$

Векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$

$$[\vec{a}, \vec{b}] \text{ или } \vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \alpha.$$

### 3.4. Формулы приведения

$\beta$	$\sin\beta$	$\cos\beta$	$\operatorname{tg}\beta$	$\operatorname{ctg}\beta$
$\alpha + \frac{\pi}{2}$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
$\alpha + \pi$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
$2\pi + \alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
$-\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$
$\pi - \alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$
$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$

### 3.5. Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
$0^\circ$	0	1	0	–
$30^\circ$	0,5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$90^\circ$	1	0	–	0
$180^\circ$	0	–1	0	–
$360^\circ$	0	1	0	–

## Содержание

	стр.
Предисловие	3
1 Кинематика поступательного движения	4
2 Кинематика вращательного движения	7
3 Динамика поступательного движения	11
4 Работа. Энергия. Мощность. КПД	13
5 Законы сохранения импульса (ЗСИ) и энергии (ЗСЭ)	15
6 Динамика вращательного движения (ДВД)	18
7 Механические колебания и волны	21
8 Молекулярно-кинетическая теория газов	26
9 Термодинамика	30
Литература	34
Приложение	35
Содержание	39

# **МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

## **Практикум по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной формы обучения**

Составители: **Проневич** Олег Иванович  
**Пискунов** Сергей Васильевич  
**Матькунов** Константин Константинович

Подписано к размещению в электронную библиотеку  
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного  
учебно-методического документа 03.02.15.

Пер. № 123Е.  
<http://www.gstu.by>