Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Институт повышения квалификации
и переподготовки кадров

Кафедра «Информатика»

В. О. Лукьяненко, В. И. Мисюткин

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

ПРАКТИКУМ
по одноименному курсу
для слушателей специальности
1-40 01 73 «Программное обеспечение
информационных систем»
заочной формы обучения

Гомель 2014

Содержание

ТЕМА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

1.1 Краткие теоретические сведения

Информация – это сведения о ком-либо или о чем либо. Информация всегда связана с каким либо материальным носителем, который служит для представления или передачи информации.

Сигнал – это изменение характеристики носителя. Для передачи информации применяется ряд следующих друг за другом сигналов.

Существует два типа сигналов: непрерывный и дискретный. Сигнал называется *непрерывным*, если его параметр может принимать любое значение в пределах некоторого интервала (рис. 1.1).

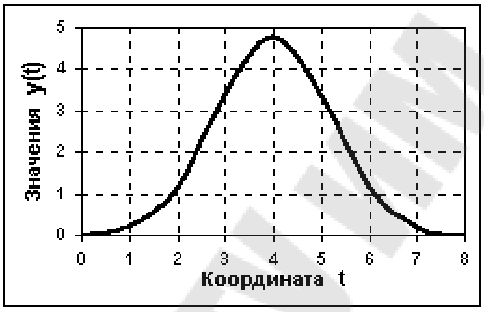


Рисунок 1.1 – Вид непрерывного сигнала

Сигнал называется *дискретным*, если его параметр может принимать конечное число значений в пределах некоторого интервала (рисунок 1.2).

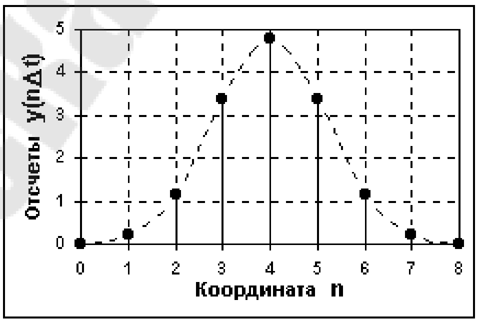


Рисунок 1.2 – Вид дискретного сигнала

Возможны четыре варианта преобразований сигналов (рисунок 1.3).

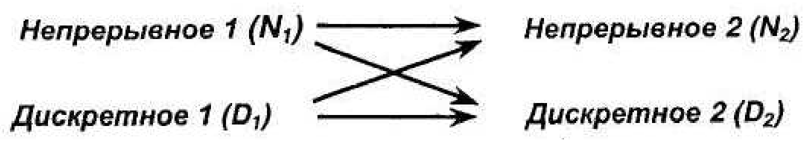


Рисунок 1.3 – Преобразование сигналов

Все они применяются на практике, но решающую роль в таких преобразованиях играет дискретный сигнал, поскольку выполнение преобразования без потерь информации возможно только в том случае, если хотя бы один из сигналов является дискретным.

«Оцифровка» – это преобразование непрерывного сигнала в дискретный путем дискретизации сигнала по времени и квантованию по уровню значения сигнала. Чтобы не было потерь информации, шаг дискретизации (Δt) по времени выбирается на основании теоремы Котельникова: *непрерывный сигнал можно полностью отобразить и точно воссоздать по последовательности измерений или отсчетов величины этого сигнала через одинаковые интервалы времени, меньшие или равные половине периода максимальной частоты, имеющейся в сигнале* (ν_m).

Смысл теоремы состоит в том, что дискретизация не приведет к потере информации, и по дискретным сигналам можно будет полностью восстановить исходный аналоговый сигнал, если развертка по времени выполнена в соответствии со следующим соотношением:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \cdot \nu_m}. \qquad (1.1)$$

Шаг квантования определяется чувствительность приемного устройства.

1.2 Контрольные вопросы и задания

1. Приведите примеры информации:
   - в неживой природе;
   - в биологических системах;
   - в технических устройствах;
   - в жизни общества.

2. Приведите примеры процессов, используемых для передачи информации, и связанных с ними сигналов.
3. Является ли вакуум носителем информации?
4. Приведите примеры неоднозначного и однозначного соответствия между сообщением и содержащимся в нем информацией.
5. Приведите примеры непрерывных сигналов.
6. Приведите примеры дискретных сигналов.
7. Приведите примеры знаков-символов. Могут ли символы образовывать алфавит?
8. В шестнадцатеричной системе счисления используются знаки A, B, C, D, E и F. Следует ли считать эти знаки символами?
9. Какое количество отсчетов за 1 с необходимо воспроизводить цифровому звукозаписывающему устройству, если требуется обеспечить качество записи:
   – телефона (максимальная частота 4кГц);
   – лазерного диска (20 кГц).
10. Что означают термины «оцифровка звука и изображения»? Приведите примеры устройств, выполняющих такие операции.
11. Какая форма представления сигнала позволяет преобразовывать один вид сигнала в другой без потерь. Объясните, почему.
12. Почему в качестве базового алфавита для представления дискретных сообщений выбран двоичный?
13. В чем заключается универсальность компьютера как устройства по обработке информации?

ТЕМА 2. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИИ

2.1. Краткие теоретические сведения

Мерой неопределенности источника информации является энтропия, которая зависит от числа его возможных состояний N.

Если все состояния источника равновероятны, то неопределенность, вносимая одним состоянием, составляет

$$H = -p \cdot \log_2 p, \tag{2.1}$$

где $p = \dfrac{1}{N}$ – вероятность любого из отдельных исходов.

Если источник сообщений имеет N состояний $A_1, A_2, \ldots, A_N$, вероятности которых неодинаковы и равны $p(A_1), p(A_2), \ldots, p(A_N)$, то:

$$H(U) = -\sum_{i=1}^{N} p(A_i) \cdot \log_2 p(A_i)\,. \tag{2.2}$$

Единицей измерения энтропии является 1 бит; в этих же единицах измеряется информация. *Информация* – это снятая неопределенность.

Когда все N состояний источника равновероятны, то количество информации, необходимое для однозначной идентификации одного состояния определяется по формуле Хартли:

$$I = \log_2 N, \tag{2.3}$$

когда N=2k, I=k бит.

Среднее количество информации на знак алфавита определяется по формуле Шеннона:

$$I = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot \log_2 p_i\,, \tag{2.4}$$

где p_i – вероятность появления i-го знака алфавита, состоящего из N знаков, в тексте.

2.2. Примеры решения задач

Задача 1. Какое из соотношений несет в себе большую неопределенность: x=5 или x>3?

Ответ: второе, так как для него возможно бесчисленное количество вариантов, а для первого – только один.

Задача 2. Укажите энтропию следующих опытов:

a) бросок монеты;
b) бросок игральной кости;
c) вытаскивание наугад игральной карты из 36;
d) бросок сразу двух игральных костей.

Решение.

a) У монеты две грани, т.е. n=2. Тогда $H = \log_2 2 = 1$ бит, $\text{p} = \frac{1}{2}$.

b) У игральной кости шесть граней, поэтому n=6. Тогда
$$H = \log_2 6 = 2{,}58496 \text{ бит, p} = \frac{1}{6}.$$

c) $n = 36, \quad H = \log_2 36 = 5{,}16993 \text{ бит}, \; p = \frac{1}{36}.$

d) Имеем два независимых источника A и B, поэтому n_A=6 и n_B=6, тогда:
$$H(A\hat{}\,B) = H(A) + H(B) = 2 \cdot \log_2 2 = 5{,}16993 \text{ бит},$$
$$p(A) = p(B) = \frac{1}{6} \quad p(A\hat{}\,B) = \frac{1}{36}.$$

Задача 3. Двигатель троллейбуса может работать в одном из пяти режимов. Вероятность того, что он работает в первом режиме, равна 0,08, во втором – 0,12, в третьем – 0,15, в четвертом – 0,28, в пятом – 0,37. Найдите энтропию множества возможных режимов работы двигателя.

Решение.

$$H(p) = -\sum_{i=1}^{5} p(A_i) \cdot \log_2 p(A_i) = -0{,}08 \cdot \log_2 0{,}08 -$$
$$- 0{,}12 \cdot \log_2 0{,}12 - 0{,}15 \cdot \log_2 0{,}15 - 0{,}28 \cdot \log_2 0{,}28 -$$
$$- 0{,}37 \cdot \log_2 0{,}37 = 2{,}11407 \text{ бит}.$$

Задача 4. В первой урне имеется 7 белых, 5 черных и 3 синих шара. Во второй урне – 4 белых, 6 черных и 2 синих шара. Наудачу вынимают по одному шару из каждой урны. Для какой из урн исход будет более определенным?

Решение.

Для урны 1.

Вероятности появления шаров: $p_б = \frac{7}{15} \quad p_ч = \frac{5}{15} \quad p_с = \frac{3}{15}$,

Энтропия : $H(U_1) = -\frac{7}{15} \cdot \log_2 \frac{7}{15} - \frac{5}{15} \cdot \log_2 \frac{5}{15} - \frac{3}{15} \cdot \log_2 \frac{3}{15} = 1{,}50682$ бит.

Для урны 2.

Вероятности появления шаров: $p_б = \frac{4}{12} \quad p_ч = \frac{6}{12} \quad p_с = \frac{2}{12}$,

Энтропия : $H(U_1) = -\frac{4}{12} \cdot \log_2 \frac{4}{12} - \frac{6}{12} \cdot \log_2 \frac{6}{12} - \frac{2}{12} \cdot \log_2 \frac{2}{12} = 1{,}45915$ бит.

Так как $H(U_1) > H(U_2)$, то более определенный исход для второй урны.

Задача 5. Алфавит русского языка (r) содержит 34 буквы (включая пробел), а английского (е) – 27. Если считать появление всех букв в тексте равновероятным, то как соотносятся неопределенности, связанные с угадыванием случайно выбранной буквы текста?

Решение.

$$H(r) = \log_2 34 = 5{,}087463 \text{ бит},$$

$$H(e) = \log_2 27 = 4{,}754888 \text{ бит}.$$

У русского алфавита неопределенность, связанная со случайным угадыванием буквы выше.

Задача 6. На соревнованиях по стрельбе на мишенях нанесены области с очками: 0, 2, 6 и 10. Стрелки А и В сделали по 100 выстрелов и показали результаты, приведенные в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Результаты попаданий

Стрелок	Число попаданий в области с очками			
	0	2	6	10
A	5	20	65	10
B	10	10	60	20

Определите, с результатом выстрела какого из стрелков связана большая неопределенность.

Решение.

Для стрелка А:

Вероятности попаданий равны:

$p_1 = 0{,}05 \; p_2 = 0{,}2 \; p_3 = 0{,}65 \; p_4 = 0{,}1$

$H(A) = -0{,}05 \cdot \log_2 0{,}05 - 0{,}2 \cdot \log_2 0{,}2 - 0{,}65 \cdot \log_2 0{,}65 - 0{,}1 \cdot \log_2 0{,}1 =$

$= 1{,}41664$ бит.

Для стрелка В:

Вероятности попаданий равны:

$p_1 = 0{,}1\ p_2 = 0{,}1\ p_3 = 0{,}6\ p_4 = 0{,}2$

$H(A) = -0{,}1 \cdot \log_2 0{,}1 - 0{,}1 \cdot \log_2 0{,}1 - 0{,}6 \cdot \log_2 0{,}6 - 0{,}2 \cdot \log_2 0{,}2 == 1{,}57095$ бит.

Так как *H(A)<H(B),* то неопределенность, связанная с выстрелом стрелка В выше.

Задача 7. Пусть у кого-то из ваших знакомых родился ребенок. Вы спрашиваете: «Кто родился: мальчик или девочка?». Какое количество информации содержится в ответе?

Решение. Считая, что рождение мальчика или девочки равновероятно, получаем: n=2 p_1= p_2=0,5. Тогда

$$I = (0{,}5 \cdot \log_2 0{,}5) \cdot 2 = 1 \text{ бит.}$$

Задача 8. Укажите, какое количество информации связано с исходом следующих опытов:

a) бросок игральной кости;
b) бросок двух монет;
c) вытаскивание наугад одной карты из 52;
d) бросок двух игральных костей.

Решение.

$$a)\quad n = 6 \quad p_1 = \frac{1}{6} \quad (i = 1...6) \quad I = \log_2 6 = 2{,}58496 \text{ бит.}$$

$$b)\quad n_1 = 2 \quad n_2 = 2 \quad p_1 = p_2 = 0{,}5 \quad p(1\text{^}2) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$$

$$I(1\text{^}2) = I_1 + I_2 = \log_2 2 \cdot 2 = 2 \text{ бит.}$$

$$\text{c)}\quad \text{n} = 52 \quad \text{p} = \frac{1}{52} \quad I = \log_2 52 = 5{,}70044 \text{ бит.}$$

$$\text{d)}\quad \text{n}_1 = 6 \quad n_2 = 6 \quad p_1 = p_2 = \frac{1}{6} \quad p(1\text{^}2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$I(1\text{^}2) = I_1 + I_2 = \log_2 6 \cdot 2 = 5{,}16943 \text{ бит.}$$

Задача 9. Сообщение записано в виде десятичного числа из пяти цифр, причем предполагается, что все цифры равновероятны и независимы. Какое количество информации несет в себе это сообщение? Во сколько раз меньшее количество информации содержало бы сообщение, состоящее из пяти двоичных цифр?

Решение.

Для десятичного числа имеем: p_i=0,1 (так как цифр 10), а

$$I = (\log_2 10) \cdot 5 = 16{,}60964 \text{ бит}.$$

Для двоичного числа имеем: p_i=0,5 (i=1,2, так как цифр всего 2), а

$$I = (\log_2 2) \cdot 5 = 5 \text{ бит}.$$

Ответ: в 3,32 раза.

2.3. Контрольные вопросы и задания

1. Определить энтропию источника с алфавитом S={S_1, S_2, S_3, S_4}, у которого

$$p_1 = \frac{1}{4}, \quad p_2 = \frac{1}{8}, \quad p_3 = \frac{1}{2}, \quad p_4 = \frac{1}{8}.$$

Ответ: 1, 75 бит.

2. Найти энтропию дискретной величины, заданной распределением вида

x	1	2.	3	4	5	6	7	8
p	0,1	0,2	0,1	0,05	0,1	0,05	0,3	0,1

Ответ: 2,75 бит.

3. Сколько информации мы получим, выбрав одну карту из колоды, содержащей 36 карт?

Ответ: 5,16993 бит.

4. Вопрос имеет два бинарных варианта ответа. Возможно ли, чтобы с каждым из ответов было связано различное количество информации?

5. Возможно ли, чтобы бинарный ответ содержал меньше одного бита информации?

6. Некто задумал целое число от 0 до 3. Предполагается, что вероятности быть задуманными у всех чисел равны. Нужно угадать число, задавая вопросы с вариантами ответов «Да»-«Нет». Какое количество информации нужно получить, чтобы полностью снять начальную неопределенность? Как построить процесс угадывания?

Ответ: 2 бит.

7. Мы отгадываем задуманное кем-то двухзначное число. Какое количество информации требуется для отгадывания всего числа? Какова оптимальная последовательность вопросов при отгадывании? Каково их минимальное число? Изменится ли требуемое количество информации, если будем отгадывать не все число сразу, а по очереди:

сначала первую цифру числа, а затем вторую? Одинакова ли информация, необходимая для угадывания первой и второй цифр?

Ответ: 6,491853 бит,7 вопросов.

8. С какой буквой «а» или «б» русского алфавита связано больше информации? Найдите эту информацию.

Указание: для буквы «а» $p_а$=0,064, а для буквы «б» $p_б$=0,015.

Ответ: с буквой «а».

9. Источник порождает множество шестизнаковых сообщений, каждое из которых содержит один знак «*», два знака «%», и три знака «!». Какое количество информации содержится в каждом (одном) из таких сообщений?

Ответ: 8,75489 бит.

10. Некто задумал целое число от 0 до 6. Предполагается, что вероятности быть задуманными у всех чисел равны. Сколько вопросов нужно задать для определения числа?

Ответ: 3.

11. Символы азбуки Морзе могут появиться в сообщении с вероятностями: для точки – 0,51, для тире – 0,31, для промежутка между буквами – 0,12, а для промежутка между словами – 0,06. Определите среднее количество информации в сообщении из 500 символов данного алфавита, считая, что связь между последовательными символами отсутствует.

Ответ: 814,91 бит.

12. В некотором городе проживает 280 000 жителей. Какое минимальное количество вопросов, требующих ответа «Да» или «Нет» необходимо задать, чтобы найти нужного жителя?

Ответ: 19.

13. Радиотехническое устройство состоит из пяти блоков (А, Б, В, Г, Д). Блок А в среднем выходит из строя 1 раз в 100 дней, блок Б – 1 раз в 25 дней, блок В – 1 раз в 5 дней, блок Г – 1 раз в 4 дня, блок Д – 1 раз в 2 дня. Контрольный прибор позволяет за одно измерения проверить работоспособность в целом любой комбинации блоков. Как часто нужно проводить контроль, чтобы затратить на поиски неисправного блока, в среднем, минимальное количество проверок? Найдите это среднее значение.

14. В некоторой местности имеется две близкорасположенные деревни А и В. Известно, что жители деревни А всегда говорят правду, а жители деревни В всегда лгут. Известно также, что жители обо-

их деревень любят ходить к другу в гости, поэтому в каждой из деревень можно встретить жителя соседней деревни. Путешественник, сбившись ночью с пути, оказался в одной из деревень и, заговорив с первым встречным, захотел выяснить, в какой деревне он находится, и откуда его собеседник. Какое минимальное количество вопросов с бинарными ответами требуется задать путешественнику и какие вопросы?

Ответ: 2.

15. Ответьте на вопрос предыдущей задачи при условии, что помимо деревень А и В имеется деревня С, жители которой дают по очереди то правдивые, то ложные ответы, причем неизвестно, с какого ответа они начинают.

Ответ: 4.

ТЕМА 3. КОДИРОВАНИЕ СИМВОЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

3.1. Краткие теоретические сведения

Значение средней длины кода равно:

$$K(A,B)=\frac{I^{(A)}}{I^{(B)}}, \tag{3.1}$$

где $I^{(A)}$, $I^{(B)}$ – среднее количество информации на знак первичного (A) и вторичного (B) алфавитов, соответственно.

Относительная избыточность кода:

$$Q(A,B)=\frac{K(A,B)\cdot I^{(B)}}{I^{(A)}}-1. \tag{3.2}$$

Для двоичных сообщений источника без памяти при кодировании знаками равной вероятности формула примет вид:

$$Q(A,2)=\frac{K(A,2)}{I_1^{(A)}}-1 \quad . \tag{3.3}$$

Код называется *префиксным*, если он удовлетворяет *условию Фано*: *неравномерный код может быть однозначно декодирован, если никакой из кодов не совпадает с началом какого-либо иного более длинного кода.*

3.2 Алгоритм получения префиксного кода Шеннона-Фано.

Префиксный код Шеннона-Фано:

1) расположить знаки алфавита в порядке убывания вероятностей их появления в тексте;
2) разделить знаки на две группы так, чтобы суммы вероятностей в каждой из них были бы приблизительно равными;
3) первой группе присвоить первый знак кода «0», второй группе присвоить первый знак кода «1»;
4) продолжить деление каждой из групп на подгруппы по этой же схеме.

3.3 Алгоритм построения кодов Хаффмена:

Прямой ход.

1. Расположить знаки алфавита в порядке убывания вероятностей.
2. Создать новый алфавит A_1, объединив два знака с наименьшими вероятностями и заменив их одним знаком $a^{(1)}$ с вероятностью, равной сумме вероятностей объединяемых знаков.
3. Остальные знаки включить в новый алфавит без изменения. Общее число знаков в новом алфавите будет на 1 меньше, чем в исходном.
4. Упорядочить знаки в новом алфавите по убыванию вероятностей.
5. Продолжить создавать новые алфавиты согласно п.2÷4, пока в последнем не останется два знака.

Обратный ход.

6. Провести кодирование в обратном направлении. Двум знакам последнего алфавита присвоить коды 0 и 1 (верхнем знаку – 0, а нижнему – 1).
7. В предпоследнем алфавите, состоящем из трех знаков, одиночному знаку задать код знака последнего алфавита, имеющего такую же вероятность. Коды знаков, которые объединялись в один, сделать двузначными: их первой цифрой кода сделать код их «родителя» – знака, имеющего объединенную вероятность, а второй цифрой: 0 для верхнего и 1 – для нижнего (как в методе Шеннона-Фано).
8. Повторять п.7 до тех пор, пока не будут определены коды всех символов первичного алфавита.

3.4. Примеры решения задач

Задача 1. Какое из двух преобразований $y=log\ x$ или $y=cos\ x$ является взаимно однозначным кодированием применительно к положительным числам?

Ответ: первое, так как оно дает возрастающую последовательность, а для второй функции $cos(x)=-cos(x)$, т.е. оно неоднозначно.

Задача 2. Требуется декодировать сообщение

001000100001110101011100000110,

закодированное в соответствии с кодировочной таблицей 3.1.

Таблица 3.1 – Таблица кодов

Символ	А	л	м	р	у	ы
Код	10	010	00	11	0110	0111

Решение. Сделаем разбивку сообщения на отдельные группы кодов, соответствующие символам кодировочной таблицы:

00/10/00/10/00/0111/010/10/11/10/00/0110/

м а м а м ы л а р а м у

Получили: мама мыла раму.

Задача 3. Первичный алфавит содержит восемь знаков с вероятностями, представленными в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Вероятности появления знаков

Знак	**Пробел**	**?**	**&**	*****	**+**	**%**	**#**	**!**
Вероятность	0,25	0,18	0,15	0,12	0,1	0,08	0,07	0,05

В соответствии с правилами предложите:

a) вариант неравномерного алфавитного двоичного кода с разделителем знаков;

b) постройте префиксные коды:
   - Шеннона-Фано;
   - Хаффмена.

Сравните избыточности полученных кодов.

Решение.

Первая часть. Возьмем в качестве разделителя знаков при неравномерном кодировании сочетание символов «00». Тогда получим следующую таблицу кодов:

Знак	**пробел**	**?**	**&**	*****	**+**	**%**	**#**	**!**
Код	0	1	10	11	101	110	111	1010

После знаков «*» и «#» сделаны пропуски кодов, окончания которых совпадали со знаком разделителя «00».

$$K(A,2) = 0{,}25 \cdot 3 + 0{,}18 \cdot 3 + 0{,}15 \cdot 4 + 0{,}12 \cdot 4 + 0{,}1 \cdot 5 + 0{,}08 \cdot 5 + 0{,}07 \cdot 5 + 0{,}05 \cdot 6 = 3{,}92 \text{ симв.}$$

$$I_1^{(A)} = -\sum_{i=1}^{8} p_i \cdot \log_2 p_i = 2{,}83127 \text{ бит}$$

$$Q(A{,}2) = \frac{K(A{,}2)}{I_1^{(A)}} - 1 = \frac{3{,}92}{2{,}83127} - 1 = 0{,}3845$$

Код Шеннона-Фано.

Знак	$\mathbf{p_i}$	**Разряды кода**				**Код**
		1	**2**	**3**	**4**	
пробел	0,25	0	0	-	-	00
?	0,18	0	1	-	-	01
&	0,15	1	0	0	-	100
*	0,12	1	0	1	-	101
+	0,1	1	1	0	0	1100
%	0,08	1	1	0	1	1101
#	0,07	1	1	1	0	1110
!	0,05	1	1	1	1	1111

Параметры полученного кода:

K(A,2)=2,87 симв/знак, $I_1^{(A)} = 2{,}83127$ бит, Q(A,2)=0,013678.

Код Хаффмена. Прямой ход.

Знак	$\mathbf{P_i}$	**Промежуточные алфавиты**					
		$\mathbf{A^{(1)}}$	$\mathbf{A^{(1)}}$	$\mathbf{A^{(2)}}$	$\mathbf{A^{(3)}}$	$\mathbf{A^{(4)}}$	$\mathbf{A^{(5)}}$
пробел	0,25	0,25	0,25	0,25	0,33	0,42	0,58
?	0,18	0,18	0,18	0,24	0,25	0,33	0,42
&	0,15	0,15	0,18	0,18	0,24	0,25	
*	0,12	0,12	0,15	0,18	0,18		
+	0,1	0,12	0,12	0,15			
%	0,08	0,1	0,12				
#	0,07	0,08					
!	0,05						

Обратный ход.

Знак	Исходный алфавит		Промежуточные алфавиты												
	p_i	Код	$A^{(1)}$		$A^{(2)}$		$A^{(3)}$		$A^{(4)}$		$A^{(5)}$		$A^{(6)}$	
пробел	0,25	01	0,25	01	0,25	01	0,25	01	0,33	00	0,42	1	0,58	0
?	0,18	11	0,18	11	0,18	11	0,24	10	0,25	01	0,33	00	0,42	1
&	0,15	001	0,15	001	0,18	000	0,18	11	0,24	10	0,25	01		
*	0,12	100	0,12	100	0,15	001	0,18	000	0,18	11				
+	0,1	0000	0,12	101	0,12	100	0,15	001						
%	0,08	0001	0,1	0000	0,12	101								
#	0,07	1010	0,08	0001										
!	0,05	1011												

Для полученных кодов имеем:

K(A,2)=2,87 симв/знак, $I_1^{(A)} = 2{,}83127$ бит, *Q(A,2)*=0,013678.

Задача 3. Сравнить избыточность кода при буквенном и блочном кодировании.

Решение.

Коды при буквенном кодировании.

a	0
b	1

$I_1 = 0{,}75 \cdot \log_2 0{,}75 + 0{,}25 \cdot \log_2 0{,}25 = 0{,}81128$ бит.

K=1 симв/знак

$$Q = \frac{K}{I_1} - 1 = \frac{1}{0{,}81158} - 1 = 0{,}23262 \approx 23\%$$

Код Шеннона-Фано при блочном двухбуквенном кодировании.

Знак	P_i	Разряды			Код
		1	2	3	
aa	0,5625	0	-	-	0
ab	0,1875	1	0	-	10
ba	0,1875	1	1		110
bb	0,0625	1	1	1	111

$$I_1 = 0{,}5625 \cdot \log_2 0{,}5625 + (0{,}1875 \cdot \log_2 0{,}1825) \cdot 2 + 0{,}0625 \cdot \log_2 0{,}0625 =$$
$$= 1{,}62256 \text{ бит.}$$
$$\mathrm{K} = 0{,}5625 \cdot 1 + 0{,}1875 \cdot 2 + 0{,}1875 \cdot 3 + 0{,}0625 \cdot 3 = 1{,}6875 \text{ симв/знак.}$$
$$Q = \frac{K}{I_1} - 1 = \frac{1{,}6875}{1{,}62256} - 1 = 0{,}04003 \approx 4\%$$

3.5 Контрольные вопросы и задания

1. Укажите, какое количество книг объемом 200 страниц может поместиться:
– на дискете емкостью 1,44 Мб;
– в ОЗУ компьютера емкостью 1 Гб;
– на CD-диске, емкостью 650 Мб;
– на жестком магнитном диске емкость 160 Гб.

Указание: считать, что:
– 1 страница состоит из 40 строк:
– 1 строка содержит 60 знаков.

2. Считая алфавит самостоятельным, а появление различных цифр равновероятным, найдите избыточность кода Морзе для цифрового алфавита.

Цифра	**Код**	**Цифра**	**Код**
0	-----	5	…..
1	.----	6	-….
2	..---	7	--…
3	…--	8	---..
4	….-	9	----.

Ответ: 0,51.

3. Первичный алфавит содержит семь знаков с вероятностями 0,3; 0,22; 0,18; 0,12; 0,08; 0,06 и 0,04. Постройте префиксные коды Шеннона - Фано и Хаффмена. Сравните их избыточности.

Ответ: избыточность одинакова и равна 0,017818.

4. Пусть первичный алфавит содержит знаки «м» и «а» с вероятностями 0,35 и 0,65, соответственно. Сравнить избыточность кода Хаффмена при алфавитном и блочном кодировании.

Ответ: Q_1=0,07059, $Q_{бл}$=0,03178.

5. Источник генерирует знаки z_1 с вероятностью 0,8 и z_2 с вероятностью 0,2. Построить префиксные коды Шеннона-Фано и Хаффмена для последовательности из трех знаков: z_i z_j z_k. Чему равно среднее число символов на знак?

Ответ: 2,165784.

6. Построить коды Хаффмена и Шеннона-Фано для алфавита, знаки которого появляются с вероятностями:

$$p_1 = \frac{1}{3}, \quad p_2 = \frac{1}{4}, \quad p_3 = \frac{1}{5}, \quad p_4 = \frac{1}{6}, \quad p_5 = \frac{1}{20}.$$

Сравнить избыточность кодов.

Ответ: избыточность одинакова и равна 0,0352.

7. Построить коды Хаффмена и Шеннона-Фано для алфавита, знаки которого появляются с вероятностями:

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad p_2 = \frac{1}{4}, \quad p_3 = \frac{1}{8}, \quad p_4 = \frac{1}{16}, \quad p_5 = \frac{1}{16}.$$

Сравнить избыточность кодов.

Ответ: избыточность одинакова и равна 0,0666.

ТЕМА 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ЧИСЕЛ В КОМПЬЮТЕРЕ

4.1 Краткие теоретические сведения

Система счисления – это совокупность приемов записи чисел с помощью цифр. Системы счисления бывают: *непозиционные* и *позиционные*. Примером непозиционной системы счисления является римская. В ней цифра, записанная в разных позициях числа, имеет одно и то же значение, например: в числе XXX, X – везде означает десять.

В позиционных системах счисления вес каждой цифры зависит от ее положения в числе – позиции (разряда), например: в числе 777 первая семерка означает семь сотен, вторая – семь десятков, а третья – семь единиц.

Количество цифр, используемых в системе счисления для записи чисел, называется основанием системы – q. В вычислительной технике и информационных технологиях используются в основном двоичная, восьмеричная, десятичная и шестнадцатеричная системы. Запись первых двух десятков десятичных чисел в этих системах представим в виде таблицы 4.1.

Таблица 4.1 – Системы счисления

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Шестнадцатеричная
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

Для перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую используют следующие правила.

1. Общее правило. Число нужно записать в виде многочлена, слагаемые которого представляют собой степени основания, умноженные на некоторый коэффициент $<q$:

$$Z = a_{n-2} \cdot q^{n-2} + a_{n-1} \cdot q^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 +$$
$$a_{-1} \cdot q^{-1} + a_{-2} \cdot q^{-2} + \ldots + a_m \cdot q^m,$$

где n – количество цифр в целой части числа, m – количество цифр в дробной части числа.

В новой системе счисления число запишется в виде последовательности из этих коэффициентов, перечисленных слева направо с учетом запятой, разделяющей целую и дробную части.

2. Правило перевода целых чисел. Число нужно многократно делить нацело на основание новой системы, записывая остатки от деления. Деление продолжать до тех пор, пока частное не станет меньше делителя. Число в новой системе записать в виде остатков деления, начиная с последнего частного (записывать в обратном порядке).

3. Правило перевода дробей. Число нужно многократно умножать на основание новой системы, записывая целые части получающихся произведений. Умножать до тех пор, пока не получится ноль или не будет достигнута требуемая точность. Дробь в новой системе записать в виде целых частей произведений, начиная с первого.

4. Правило перевода дробных чисел. По правилам 2 и 3 перевести отдельно целую и дробную части, и записать их рядом через запятую.

5. ***Правило перевода чисел из восьмеричной или шестнадцатеричной системы в двоичную.*** Заменить каждую цифру восьмеричного/шестнадцатеричного числа соответствующей двоичной триадой/тетрадой. (здесь знак «/»означает или).

6. Правила перевода чисел из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную. Разбить исходное число на триады/тетрады влево и вправо от запятой. Неполные триады /тетрады дополнить нулями, соответственно, слева или справа. Заменить каждую триаду/тетраду соответствующей восьмеричной/шестнадцатеричной цифрой.

7. ***Правила двоичной арифметики.*** Сложение и умножение в двоичной системе осуществляются в двоичной системе в соответствии со следующими правилами:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

Если при сложении возникает переполнение разряда, то единица переносится в соседний левый разряд, а в сам разряд записывается нуль.

Операция умножения сводится к многократному поразрядному сдвигу с дальнейшим выполнением сложения.

Действия в шестнадцатеричной системе производятся также как и в десятичной: шестнадцатеричные цифры разряда переводим в десятичные, выполняем над ними необходимую операцию, результат переводим шестнадцатеричную систему и записываем, при необходимости делая перенос в старший разряд.

4.2 Примеры решения задач

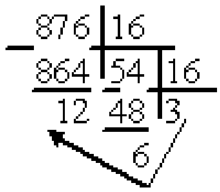
Задача 1. Перевести число 35,6 из восьмеричной системы счисления в десятичную.

Решение.

$$35{,}6_8 = 3\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0 + 6\cdot 8^{-1} = 29{,}75,$$

Задача 2. Перевести целое число 876 из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.

Решение.



Ответ: 36С.

Задача 3. Перевести дробь 0,54675 из десятичной системы счисления в двоичную с пятью знаками.

Решение.

0	54675
×	2
1	09350
×	2
0	1870
×	2
0	374
×	2
0	748
×	2
1	496

Ответ: 0,10001.

Задача 4. Перевести двоичное число 111011100011,11011101 в:

1) восьмеричную;
2) шестнадцатеричную систему.

Решение. Разбиваем знаком «/» исходное число влево и вправо от запятой по триадам для 1) и по тетрадам для 2), дополняя неполные триады и тетрады нулями:

1) 111/011/100/011,/110/111/01_0/
2) 1110/1110/0011,/1101/1101/

Ответы: 1) $7343,672_8$; 2) $EE3,DD_{16}$.

Задача 5. Перевести шестнадцатеричное число FA4,5BC в двоичную систему счисления.

Решение. Заменим каждое шестнадцатеричное число соответствующей тетрадой:

111110100100,010110111100.

Задача 6. Перевести число 7461,543 из восьмеричной системы счисления шестнадцатеричную.

Решение.

1. Переведем исходное число в двоичную систему, заменив каждую цифру соответствующей триадой:

   111100110001,101100011

2. Заменим каждую тетраду получившегося числа соответствующей шестнадцатеричной цифрой:

   /1111/0011/0001,1011/0001/1_{000}/ $\rightarrow$ $F31,B18_{16}$.

Задача *7*. Выполнить указанные действия над числами в заданной системе счисления и проверить результат выполнением этих же действий над ними в десятичной системе:

a) 101001_2+1101_2
b) $3CF_{16}+378_{16}$
c) $1101_2\times 11_2$

Решение. Для проверки каждое число и полученный результат переводим в десятичную систему и в ней тоже выполняем сложение. При правильно выполненных действиях результаты должны совпасть.

Действия	Проверка
101001	41
+ 1101	+13
110110	54

Рисунок 4.1 – Двоичное сложение

Действия	**Проверка**
3CF	975
+378	+888
747	1863

Рисунок 4.2 – Шестнадцатеричное сложение

Действия	**Проверка**
1101	13
× 11	× 3
1101	39
+1101	
100111	

Рисунок 4.3 – Двоичное умножение

4.3 Контрольные вопросы и задания

1. Перевести числа из заданной системы счисления в десятичную:

a) 100011_2
b) $1021,1_3$
c) $35,6_8$
d) $11110011,101_2$
e) $F5A8,BC4_{16}$
f) $4123,412_5$.

2. Перевести целые числа из десятичной системы счисления в заданную:

a) $769 \rightarrow q_2$
b) $286 \rightarrow q_2$
c) $5397 \rightarrow q_{16}$
d) $6997 \rightarrow q_{16}$
e) $98 \rightarrow q_8$
f) $17658 \rightarrow q_5$.

3. Перевести дроби из десятичной системы счисления в заданную с тремя-четырьмя знаками после запятой:

a) $0,125 \rightarrow q_2$
b) $0,6125 \rightarrow q_2$
c) $0,1756 \rightarrow q_8$
d) $0,5555 \rightarrow q_{16}$
e) $0,8947 \rightarrow q_5$.

4. Перевести двоичные числа в восьмеричную и шестнадцатеричную систему:

a) 111001110110,0110111
b) 100010111101,000011000111
c) 1010111000111111,00011111111
d) 1111111111111101,000000000001.

5. Перевести шестнадцатеричные числа в двоичную и восьмеричную системы счисления:

a) 1234CA,04C
b) FFFF,FF0C
c) 10055D,CBA54
d) FEB41AA,00F5ED.

6. Перевести числа из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную:

a) 743,156
b) 10056,4653
c) 77741,634.
d) 10000045,645.

7. Выполнить указанные действия над числами в заданной системе счисления и проверить результат выполнением этих же действий над ними в десятичной системе:

a) $10011101_2+10011101_2$
b) $1101101_2 \times 1101_2$
c) $1110111_2-110101_2$
d) $28ACB_{16}+702EF_{16}$
e) $FFECB_{16}-C2D05_{16}$.

ТЕМА 5. ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ

5.1 Краткие теоретические сведения

Пропускная способность канала при отсутствии помех равна

$$C = \frac{I_1}{K^{(2)} \cdot \tau_0}, \tag{5.1}$$

где I_1 – среднее количество информации на знак первичного алфавита, $K^{(2)}$ – средняя длина двоичного кода на знак первичного алфавита, τ_0 – длительность импульса.

Пропускная способность реального канала C_R оказывается меньше, чем аналогичного идеального C:

$$C_R = C + \frac{p \cdot \log_2 p + (1-p) \cdot \log_2 (1-p)}{\tau_0}, \tag{5.2}$$

где p – вероятность искажения сигнала.

Метод кодирования позволяющий определить, в каком бите находится ошибка (одиночная!) предложен Р. Хеммингом. Коды, построенные по этому методу, получили название *коды Хемминга*.

Идея состоит в добавлении к информационным битам нескольких битов четности, каждый из которых контролирует определенные информационные биты. Если пронумеровать все передаваемые биты, начиная с 1 *слева направо* (информационные биты нумеруются с 0 и справа налево), то контрольными оказываются биты, номера которых равны степеням числа 2, а все остальные являются информационными (рис. 5.1).

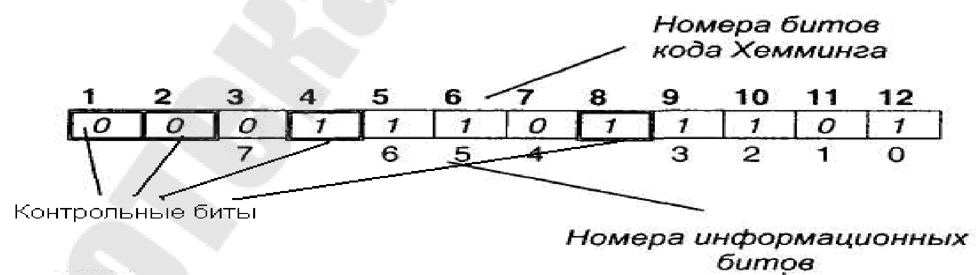


Рисунок 5.1 – Контрольные и информационные биты

Номера контролируемых битов для каждого проверочного приведены в таблице 5.1. В перечень контролируемых битов входит и тот, в котором располагается проверочный. При этом состояние проверочного бита устанавливается таким образом, чтобы *суммарное количество единиц в контролируемых им битах было бы четным.*

Таблица 5.1 – Проверочные и контролируемые биты

Проверочные биты	Контролируемые биты											
1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	…
2	2	3	6	7	10	11	14	15	18	19	22	…
4	4	5	6	7	12	13	14	15	20	21	22	…
8	8	9	10	11	12	13	14	15	24	25	26	…
16	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	…
32	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	…

Правило: для любого номера проверочного бита n, начиная с него , n бит подряд оказываются проверяемыми, затем – группа n непроверяемых бит; далее происходит чередование групп.

Алгоритм проверки и исправления передаваемой последовательности бит в представлении Хемминга:

1) произвести проверку всех битов четности;
2) если все биты четности верны, то перейти к п.5;
3) вычислить сумму номеров всех неправильных битов четности;
4) инвертировать содержимое бита, номер которого равен сумме, найденной в п.3;
5) исключить биты четности, принять правильный информационный код.

5.2 Примеры решения задач

Задача1. В информационном канале используется алфавит с четырьмя различными символами. Длительность всех символов одинакова и равна t=1 мкс. Определите пропускную способность канала при отсутствии шумов.

Решение.

t=1 мкс, $I_1=\log_2 4=2$ бит, $K^{(2)}=\log_2 4=2$ зн.

$$C=\frac{I_1}{K^{(2)}\cdot t}=\frac{2}{2\times 0{,}000001}=10^6 \text{ бит/с}$$

Задача 2. Человек может осмысленно читать со скоростью 15 знаков в секунду. Оцените пропускную способность зрительного канала в данном виде деятельности, если считать появления букв равновероятными.

Решение. t=1/15 с. Количество букв для русского алфавита N=32. I_1= $\log_2 32$=5 бит, $K^{(2)}$= $\log_2 32$=5 зн.

$$C = \frac{I_1}{K^{(2)} \cdot t} = \frac{5 \times 15}{5} = 15 \text{ бит/с}$$

Задача3. Получено машинное слово, закодированное с использованием кода Хемминга: 101111110001. Требуется найти и исправить ошибку передачи.

Решение. Поступившее машинное слово

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1
		7		6	5	4		3	2	1	0

Проверяем состояние контрольных битов (выделены жирной рамкой).

Бит 1. (Контролирует нечетные биты: 1, 3, 5, 7, 9, 11). ***Верно*** (так как сумма контролируемых бит четная). Следовательно, ошибки в нечетных битах нет.

Бит 2. (Контролирует биты: 2, 3, 6, 7, 10, 11). ***Неверно*** (так сумма контролируемых бит нечетная). С учетом предыдущей проверки следует, что ошибка возможна во 2, 6 или 10 битах.

Бит 4. (Контролирует биты: 4, 5, 6, 7, 12). ***Неверно.*** С учетом предыдущего следует, что ошибка возможна только в 6 бите. Таким образом, чтобы обнаружить ошибку, в данном случае не понадобилась проверка последнего 8-го контрольного бита. Убедимся в этом.

Бит 8. (Контролирует биты: 8, 9, 10, 11, 12). ***Верно.*** Следовательно, ошибка, как мы уже определили, в 6 бите. На ее существование указали контрольные коды 2 и 4. Их сумма равна 2+4=6, т.е. номеру бита, содержащего ошибку, что соответствует свойствам кода Хемминга.

Чтобы информационное сообщение стало верным, в 6-ом бите единицу нужно заменить нулем (инвертировать).

Задача 4 *(обратная третьей)*. Зашифровать кодом Хэмминга информационную цепочку (букву W): 01010111.

Решение. К информационной цепочке мы должны добавить еще четыре контрольных бита, задав их значения такими, чтобы ни один из них не показывал на ошибку.

Бит 1. Его значение задаем равным 1, чтобы вместе с ним в нечетных битах количество единиц было бы четным (= 4).

Бит 2. Его значение задаем равным 1, чтобы вместе с ним в битах 2, 3, 6, 7, 10, 11 количество единиц было бы четным (= 4).

Бит 4. Его значение задаем равным 1, чтобы вместе с ним в битах: 4, 5, 6, 7, 12 количество единиц было бы четным (=4).

Бит 8. Его значение задаем равным 1, чтобы вместе с ним в битах 8, 9, 10,11,12 количество единиц было бы четным (= 4).

Таким образом, получаем цепочку битов, готовую к отправке.

1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1
		7		**6**	**5**	**4**		**3**	**2**	**1**	**0**

Задача 5. Получено символьное сообщение в ASCII-кодировке, закодированное кодом Хемминга.

1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1

Требуется его декодировать с учетом возможных одиночных ошибок в отдельных информационных битах.

Решение. Применим алгоритм поиска одиночной ошибки для каждого информационного бита. Результаты сведем в таблицу.

№ информационного байта	**Контрольные биты**				**№ ошибочного бита**
	1	2	4	8	
1	+	-	+	+	2
2	-	+	-	+	5
3	-	+	+	-	9
4	+	+	+	+	-
5	+	+	-	-	12

Таким образом, получим следующий исправленный код сообщения.

1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1

Пользуясь таблицей кодов ASCII, фрагмент которой приведен в таблице 5.2, декодируем исправленное сообщение.

Информационный байт	1	2	3	4	5
Шестнадцатеричный код	45	58	43	45	4C
Символ	E	X	C	E	L

Таблица 5.2 – ASCII-коды (шестнадцатеричные)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
41	42	43	44	45	46	47	48	49	4A	4B	4C	4D	4E

O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
4F	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	5A

Ответ: EXCEL.

5.3 Контрольные вопросы и задания

1. Что произойдет при попытке передачи информации со скоростью, превышающей пропускную способность канала связи? Поясните свой ответ.

2. Почему происходит потеря информации при ее передаче по каналу с шумом?

3. Определите, на какую долю снижается пропускная способность канала с шумом по сравнению с идеальным каналом при двоичном кодировании, если вероятность появления ошибки составляет:

– 0,1;

– 0,5.

Поясните полученные результаты.

4. В чем смысловое отличие понятия «избыточность» для идеальных и реальных каналов передачи информации?

5. Почему оказывается невыгодной передача длинных кодовых цепочек с одним проверочным битом?

6. Будет ли установлен факт ошибки передачи, если эта ошибка содержится в самом контрольном бите? Обоснуйте свой ответ.

7. Оцените пропускную способность слухового канала радиста, принимающего сигналы азбуки Морзе, если известно, что для распознавания одного элементарного сигнала ему требуется 0,2 с.

8. Получено машинное слово, закодированное с использованием кода Хемминга:

a) 010001000111;

b) 100010111100010110011;

c) 101010010110101100001.

Устраните ошибку передачи, если она имеется.

Ответ: a) ошибка в 9 бите; b) ошибка в 6 бите; c) ошибка в 9 бите.

9. В каких ситуациях код Хемминга не позволяет локализовать и исправить ошибку передачи?

10. Получено символьное сообщение в ASCII-кодировке, закодированное кодом Хемминга.

1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1

Требуется его декодировать с учетом возможных одиночных ошибок в отдельных информационных битах.

Ответ: DELPHI.

Список использованных источников

1. Свирид Ю.В. Основы теории информации. – изд. 2-е, – Минск: БГУ, 2010. – 151 с.
2. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации: Учебник для вузов. – М: Высшая школа, 1989.
3. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов. – М.: Советское радио, 1979.
4. Хэмминг Р.В. Теория кодирования и теория информации. – М: Радио и связь, 1983.
5. Шавенько Н.К. Основы теории информации и кодирования. Учебное пособие. – М: МИИГАиК, 2012. – 125 с.
6. Хохлов Г.И. Основы теории информации : учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М: Академия, 2008. – 176 с.
7. Колычев П.М. Релятивная теория информации. – СПб: СПбГУИТМО, 2008. – 96 с.

УДК 519.72(075.8)
ББК 32.811я73
Л84

Рекомендовано кафедрой «Информатика» ГГТУ им. П. О. Сухого
(*протокол № 12 от 26.06.2014 г.*)

Рецензент: зав. каф. «Промышленная электроника» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *Ю. В. Крышнев*

Лукьяненко, В. О.

Л84 Элементы теории информации : практикум по одноим. курсу для слушателей специальности 1-40 01 73 «Программное обеспечение информационных систем» заоч. формы обучения / В. О. Лукьяненко, В. И. Мисюткин. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2014. – 34 с. Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http://library.gstu.by. – Загл. с титул. экрана.

Даны основные сведения по теории информации. Представлены решения задач, связанные с расчетами количества информации, способами кодирования информационных сообщений и их защиты от искажения. Приводятся контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.

Для слушателей специальности 1-40 01 73 «Программное обеспечение информационных систем» заочной формы обучения ИПК и ПК.

УДК 519.72(075.8)
ББК 32.811я73

Лукьяненко Владимир Олегович
Мисюткин Виктор Иванович

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Практикум
по одноименному курсу
для слушателей специальности
1-40 01 73 «Программное обеспечение информационных систем»
заочной формы обучения

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического комплекса 16.12.14.
Рег. № 132E.
http://www.gstu.by