



Министерство образования Республики Беларусь

**Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»**

Кафедра «Техническая механика»

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

ПРАКТИКУМ

**по курсу «Теория механизмов и машин»
для студентов специальности 1-36 01 01
«Технология машиностроения»
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2014

УДК 621.01(075.8)
ББК 34.412.02я73
С36

*Рекомендовано научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 7 от 10.03.2014 г.)*

Авторы: Д. Г. Кроль, Н. В. Иноземцева, И. А. Концевой, М. И. Лискович

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *М. П. Кульгейко*

Силовой анализ механизмов : практикум по курсу «Теория механизмов и машин»
С36 для студентов специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения» днев. и заоч. форм
обучения / Д. Г. Кроль [и др.]. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2014. – 45 с. – Систем. тре-
бования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ;
Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://library.gstu.by>. – Загл.
с титул. экрана.

Пособие содержит необходимые теоретические сведения, расчетные формулы и примеры вы-
полнения расчетов и графических построений для силового анализа механизмов.

Для студентов специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения» дневной и заочной
форм обучения.

УДК 621.01(075.8)
ББК 34.412.02я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2014

Содержание

Введение	4
1. Общая методика силового анализа плоских рычажных механизмов	4
1.1. Кинетостатический подход силового расчета механизмов	4
1.2. Силы в кинематических парах плоских механизмов (без учета трения)	5
1.2.1. Поступательная кинематическая пара	6
1.2.2. Вращательная кинематическая пара	7
1.2.3. Высшая плоская кинематическая пара	7
1.3. Статическая определимость групп Ассура и механизма	8
1.4. Порядок силового анализа плоского механизма	9
2. Графоаналитический способ силового анализа механизмов (метод планов сил)	9
2.1. Шарнирный четырехзвенник (группа Ассура II класса 1-го типа)	10
2.2. Кривошипно-ползунный механизм (группа Ассура II класса 2-го типа)	17
2.3. Кривошипно-коромысловый механизм (группа Ассура II класса 3-го типа)	19
2.4. Тангенсный механизм (группа Ассура II класса 4-го типа)	23
2.5. Синусный механизм (группа Ассура II класса 5-го типа)	26
3. Аналитический метод силового расчета механизмов	29
3.1. Шарнирный четырехзвенник (группа Ассура II класса 1-го типа)	30
3.2. Кривошипно-ползунный механизм (группа Ассура II класса 2-го типа)	33
3.3. Кривошипно-коромысловый механизм (группа Ассура II класса 3-го типа)	35
3.4. Тангенсный механизм (группа Ассура II класса 4-го типа)	38
3.5. Синусный механизм (группа Ассура II класса 5-го типа)	40
Литература	44

Введение

Во время движения механизма в его кинематических парах действуют силы, являющиеся силами взаимодействия между звеньями. Эти силы относятся к внутренним силам по отношению к механизму в целом. Нагруженность кинематических пар силами взаимодействия является важной динамической характеристикой механизма. Знание сил в кинематических парах необходимо для расчета звеньев механизма на прочность, жесткость, вибростойкость, износоустойчивость, для расчетов подшипников на долговечность и для проведения других подобных расчетов, выполняемых при проектировании механизма. Основная задача силового расчета состоит в определении сил (реакции) в кинематических парах механизмов (внутренних сил), а также, в ряде задач, сил и пар сил, приложенных к механизму извне, например движущего либо уравновешивающего момента. Силовой расчёт может выполняться с учётом и без учёта сил трения. В большинстве механизмов потери на преодоление трения малы, а пренебрежение ими позволяет значительно упростить и сократить расчёт. В данном практикуме будет приведена методика силового анализа плоских рычажных механизмов без учета сил трения.

1. Общая методика силового анализа плоских рычажных механизмов

Изложение методов силового расчета будет сделано только для плоских механизмов. При этом примем, что механизм имеет плоскость симметрии, которая параллельна плоскости движения и в которой действуют все приложенные силы. Указанному условию отвечает очень большое число механизмов энергетических, технологических, транспортных машин и различных приборов.

1.1. Кинетостатический подход силового расчета механизмов

Силовой расчет следует выполнять с учетом ускоренного движения звеньев, так как их ускорения в современных быстроходных машинах весьма значительны. Неучет ускоренного движения звеньев вызовет недооценку нагружающих сил, что может привести к ошибкам в дальнейших инженерных расчетах.

Учет ускоренного движения звеньев выполним методом кинестатики, условно приложив к каждому подвижному звену механизма главный вектор $\vec{\Phi}$ и главный момент \vec{M}^Φ сил инерции. Тогда для звена i можно записать три уравнения кинестатики:

$$\sum_{k=1}^l F_{kx} + \Phi_{ix} = 0; \quad (1.1)$$

$$\sum_{k=1}^l F_{ky} + \Phi_{iy} = 0; \quad (1.2)$$

$$\sum_{k=1}^l M_O(\vec{F}_k) + \sum_{k=1}^l M_k + M_O(\vec{\Phi}_i) + M_i^\Phi = 0. \quad (1.3)$$

Два алгебраических уравнения (1.1) и (1.2) могут быть заменены одним эквивалентным векторным уравнением сил:

$$\sum_{k=1}^l \vec{F}_k + \vec{\Phi}_i = 0. \quad (1.4)$$

Главный вектор $\vec{\Phi}_i$ и главный момент сил инерции M_i^Φ звена i определяются по формулам

$$\vec{\Phi}_i = -m_i \cdot \vec{a}_{si}, \quad \vec{M}_i^\Phi = -J_{si} \cdot \vec{\varepsilon}_i. \quad (1.5)$$

Главный вектор сил инерции $\vec{\Phi}_i$, приложен к центру масс i -го звена и направлен в сторону, противоположную вектору ускорения центра масс; главный момент сил инерции M_i^Φ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению, рисунок 1.

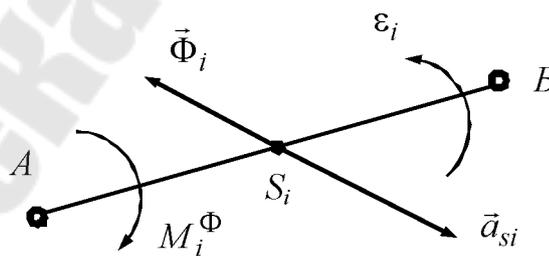


Рисунок 1. Силы инерции звена в плоском движении

1.2. Силы в кинематических парах плоских механизмов (без учета трения)

Рассмотрим действие сил в кинематических парах, считая, что влияние трения мало и им можно пренебречь. Сила взаимодействия звеньев, образующих низшую пару, представляет собой равнодействующую элементарных сил, распределенных по поверхности сопри-

косновения звеньев. Как известно из теоретической механики, сила взаимодействия двух соприкасающихся тел при отсутствии трения направлена по общей нормали к их поверхности.

1.2.1. Поступательная кинематическая пара

Примем, что главный вектор реакции связей будем обозначать буквой \vec{R} с нижними индексами ij , где i – номер отбрасываемого звена, j – номер звена, на которое действует реакция. Рассмотрим звено 2. Отбрасывая звено 1, к звену 2 будем прикладывать силу \vec{R}_{12} , которая направлена по нормали $n-n$, рисунок 2а. Модуль силы \vec{R}_{12} и расстояние b неизвестны и должны быть определены в процессе силового расчета. При выполнении силового расчета расстояние b может получиться больше длины a , рисунок 2б. Это означает, что к звену 2 приложена уже не одна, а две реакции: \vec{R}_{12}^u и \vec{R}_{12}^w – направленные навстречу друг другу и неизвестные по модулю. Именно они и представляют реальное силовое воздействие на звено 2 от звена 1, а вектор \vec{R}_{12} полученный формально из уравнений (показан на рисунке 2б штриховой линией), является лишь их равнодействующей.

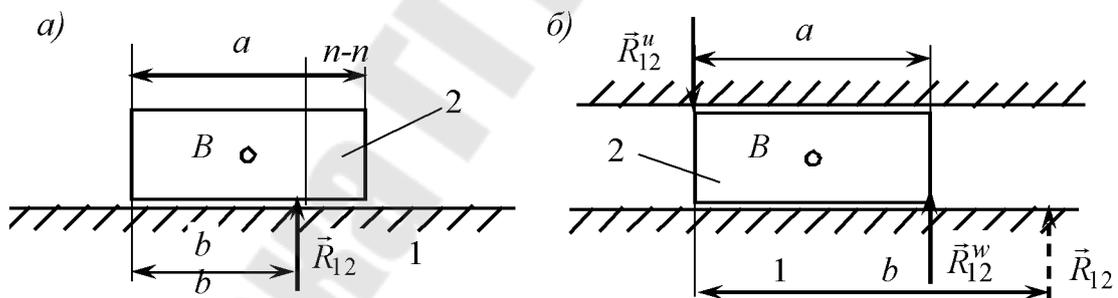


Рисунок 2. Реакции связей в поступательной кинематической паре

Из теоретической механики известно, что любую систему сил можно привести к главному вектору и главному моменту. Приведем силы реакции к точке B , рисунок 3. Главный вектор реакции связи будет равен \vec{R}_{12} и приложен в точке B . Главный момент будет равен произведению R_{12} на расстояние $(b - a/2)$. В результате имеем две неизвестные величины \vec{R}_{12} и M_{12} . Таким образом, поступательная пара в любом случае (рисунок 2а, б) и рисунок 3 вносит в расчетные уравнения две неизвестные величины.

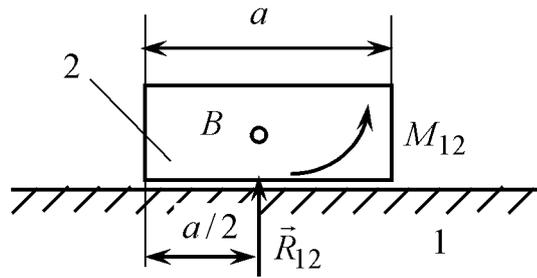


Рисунок 3. Реакции связей в поступательной кинематической паре

1.2.2. Вращательная кинематическая пара

Во вращательной паре реакция связи \vec{R}_{12} направлена нормально к цилиндрической поверхности соприкосновения обоих звеньев, т. е. проходит через центр шарнира B , рисунок 4. Положение центра шарнира всегда известно, но модуль силы \vec{R}_{12} и угол β неизвестны. Следовательно, эта низшая кинематическая пара приносит в расчет две неизвестные величины.

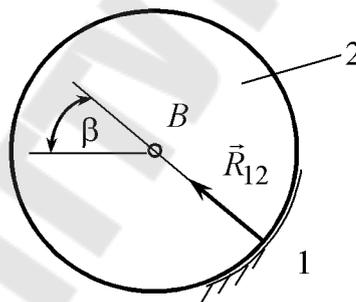


Рисунок 4. Реакции связей во вращательной кинематической паре

В результате получим, что каждая кинематическая пара 5-го класса дает *две неизвестные* величины.

1.2.3. Высшая плоская кинематическая пара

В высшей паре контакт звеньев может быть либо точечным, либо линейным. Силовое взаимодействие звеньев при точечном контакте выражается в виде сосредоточенной силы, при линейном – в виде нагрузки, распределенной по линии контакта. В последнем случае под силой взаимодействия понимают равнодействующую элементарных распределенных сил.

Сила \vec{R}_{12} в высшей паре направлена по общей нормали $n-n$, рисунок 5. Следовательно, для силы \vec{R}_{12} известны как точка приложения (точка A), так и линия действия и неизвестным остается только модуль. Таким образом, реакция в высших парах содержит одну неизвестную величину.

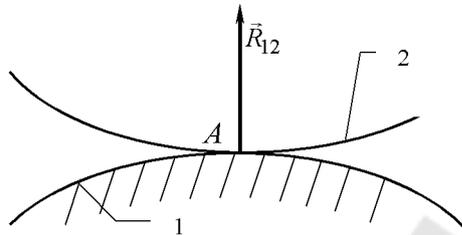


Рисунок 5. Реакции связей в плоской кинематической паре

1.3. Статическая определимость групп Ассура и механизма

Рассмотрим статическую определенность любого плоского механизма без избыточных связей, в состав которого входят n подвижных звеньев, p_5 низших и p_4 высших кинематических пар. Так как для каждого звена механизма можно записать три расчетных уравнения, то общее число уравнений для всех его n подвижных звеньев составит $3n$. Выше было показано, что каждая низшая пара вносит в расчетные уравнения две неизвестные величины, а каждая высшая – одну. Поэтому все кинематические пары вносят $2p_5 + p_4$ неизвестных. Эти неизвестные относятся к силам в кинематических парах, т. е. к внутренним силам. Конкретно в число неизвестных входят модули этих сил, линейные координаты точек их приложения, угловые координаты линий их действия.

Запишем для плоского механизма формулу Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 > 0.$$

Так как число независимых уравнений $3n$ больше числа неизвестных силовых параметров $2p_5 + p_4$, то механизм без избыточных связей статически определим. Оставшиеся уравнения используются для определения тех внешних силовых факторов, т. е. сил и пар сил, приложенных к механизму извне, которые не заданы и в силовом расчете являются искомыми. Следовательно, число этих внешних неизвестных не должно превышать числа степеней свободы механизма. Если же все внешние нагружения заданы, то оставшиеся уравнения используются как контрольные.

Рассмотрим произвольную группу Ассура, состоящую из n звеньев и имеющую p_5 кинематических пар пятого класса. Для каждого звена можно записать три независимых уравнения кинетостатики, для n звеньев – $3 \cdot n$ уравнений. Каждая кинематическая пара пятого класса дает две неизвестные величины. Общее число неизвестных – $2 \cdot p_5$. В то же время для группы Ассура справедливо уравнение

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 = 0 \text{ (число степеней свободы).}$$

Сопоставляя это выражение с числом неизвестных и количеством уравнений для группы Ассура получим, что число неизвестных равно числу независимых уравнений.

Следовательно, какой бы сложной не была группа Ассура, она полностью статически определима.

Примечание. Это не касается случаев, когда кроме неизвестных реакций связей к звену группы Ассура приложен внешний неизвестный силовой фактор. В этом случае необходимо записывать для каждого звена механизма три уравнения и совместно решать полученную систему уравнений.

1.4. Порядок силового анализа плоского механизма

Установим последовательность выполнения силового расчета:

- выполняем кинематический анализ механизма, в ходе которого определяем ускорения центров масс и угловые ускорения звеньев;
- рассчитываем силы инерции;
- строим картину силового нагружения механизма (в характерные точки механизма прикладываем силы тяжести, силы инерции, силы полезного сопротивления, движущие силы и т.д.);
- разбиваем механизм на структурные группы;
- силовой анализ механизма ведем по структурным группам, согласно формуле строения, начиная с последней группы, в порядке обратном порядку их последовательного присоединения и завершаем анализом входного звена.

2. Графоаналитический способ силового анализа механизмов (метод планов сил)

Рассмотрим алгоритмы силового анализа групп Ассура на примере типовых плоских рычажных четырехзвенных механизмов.

2.1. Шарнирный четырехзвенник (группа Асура II класса 1-го типа)

Рассмотрим шарнирный четырехзвенник, рисунок 6. Предварительно выполним кинематический анализ механизма [6].

Выполним расчет сил инерции.

Величина вектора силы инерции:

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{S2}, \quad \Phi_3 = m_3 \cdot a_{S3}, \quad \Phi_4 = m_4 \cdot a_{S4}.$$

Величина моменты сил инерции:

$$M_2^\Phi = J_{S2} \cdot \varepsilon_2, \quad M_3^\Phi = J_{S3} \cdot \varepsilon_3, \quad M_4^\Phi = J_{S4} \cdot \varepsilon_4.$$

В нашем случае $\varepsilon_2 = 0$, т.к. $\omega_2 \equiv \text{const}$. Следовательно $M_2^\Phi = 0$.

Расчет сил тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

Строим картину силового нагружения механизма. Для этого вычерчиваем план положений механизма. В соответствующие точки прикладываем внешние силы (силы тяжести, силы полезного сопротивления, движущие силы и моменты) и силы инерции (вектора сил инерции и моменты сил инерции). Все вектора сил показываем строго параллельно их линиям действия.

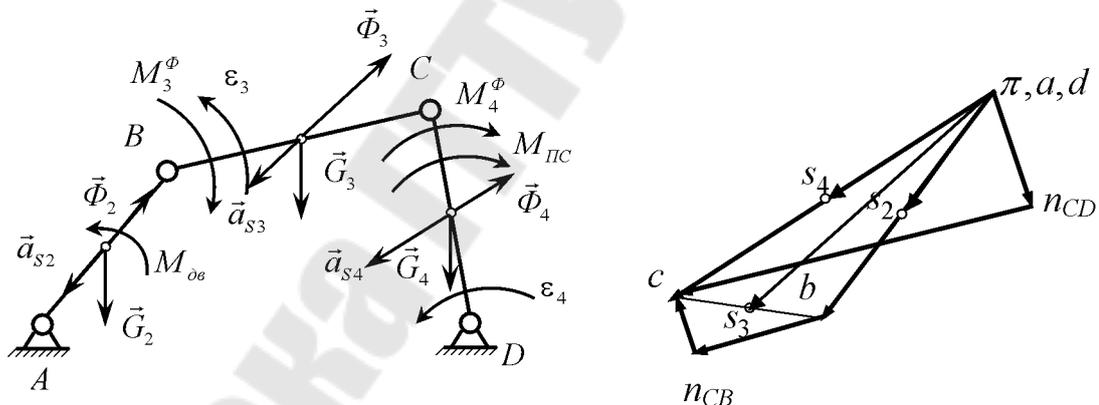


Рисунок 6. Картина силового нагружения механизма и план ускорений

Рассмотрим последнюю группу Асура, рисунок 7. Вычерчиваем ее план и показываем все действующие на нее силы. Покажем реакции связей. Так как внутренняя кинематическая пара вращательная, то каждую из реакций связей во внешних вращательных кинематических парах B и D представляем в виде нормальной \vec{R}_{23}^n , \vec{R}_{14}^n и касательной \vec{R}_{23}^τ , \vec{R}_{14}^τ составляющих. Нормальные составляющие направляем так, чтобы линии действия их проходили через внутреннюю ки-

нематическую пару C . Тангенциальные составляющие реакций \vec{R}_{23}^τ , \vec{R}_{14}^τ направим перпендикулярно к нормальным составляющим \vec{R}_{23}^n , \vec{R}_{14}^n соответственно.

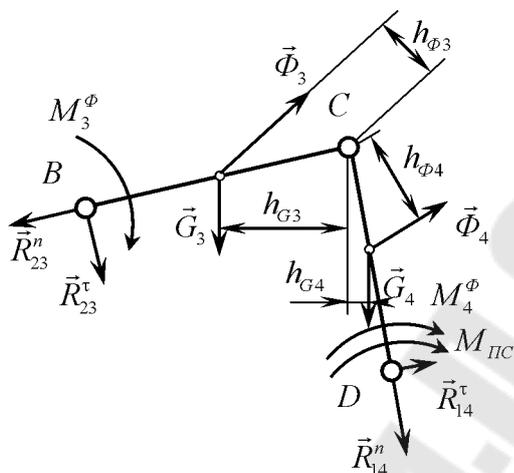


Рисунок 7. Картина силового нагружения группы Ассур II(3,4)

Рассмотрим сначала уравнение кинестатического равновесия звена 4. Для этого звена сумма моментов всех сил, действующих на него, включая и реакции связей, относительно точки C (внутренняя кинематическая пара) равна нулю:

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0. \quad (2.1)$$

В это уравнение не войдут реакция связи \vec{R}_{14}^n и реакция \vec{R}_{34} во внутренней кинематической паре C , так как их линии действия проходят через точку C и они дают моменты равные нулю. Развернутое уравнение равновесия (2.1) примет вид:

$$R_{14}^\tau \cdot BC \cdot \mu_l - G_4 \cdot h_{G4} \cdot \mu_l + \Phi_4 \cdot h_{\Phi4} \cdot \mu_l - M_{nc} - M_4^\Phi = 0, \quad (2.2)$$

где BC , h_{G4} , $h_{\Phi4}$ соответственно отрезки, характеризующие плечи векторов сил \vec{R}_{14}^τ , \vec{G}_4 и $\vec{\Phi}_4$ (плечо – кратчайшее расстояние от моментной точки до линии действия силы).

Моменты всех сил берутся с учетом знака. Величины BC , h_{G4} , $h_{\Phi4}$ измеряем на плане группы Ассур и умноженные на μ_l они дают действительные значения плеч. Из уравнения (2.2) определяется значение реакции R_{14}^τ :

$$R_{14}^\tau = \frac{G_4 \cdot h_{G4} \cdot \mu_l - \Phi_4 \cdot h_{\Phi4} \cdot \mu_l + M_{nc} + M_4^\Phi}{BC \cdot \mu_l}.$$

Если численное значение реакции \vec{R}_{14}^τ получится со знаком «минус», то направление реакции \vec{R}_{14}^τ изменяем на противоположное.

Аналогично из рассмотрения кинетостатического равновесия звена 3 находим реакцию \vec{R}_{23}^τ . Для звена 3 сумма моментов всех сил, действующих на него, относительно точки C (внутренняя кинематическая пара) равна нулю:

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0. \quad (2.3)$$

Развернутое уравнение равновесия (2.3) примет вид:

$$R_{23}^\tau \cdot AB \cdot \mu_l + G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_l - \Phi_3 \cdot h_{\Phi3} \cdot \mu_l - M_3^\Phi = 0, \quad (2.4)$$

где AB , h_{G3} , $h_{\Phi3}$ соответственно отрезки, характеризующие плечи векторов сил \vec{R}_{23}^τ , \vec{G}_3 и $\vec{\Phi}_3$. Величины AB , h_{G3} , $h_{\Phi3}$ измеряем на плане группы Ассур. Из уравнения (6.8) определяется значение реакции \vec{R}_{23}^τ :

$$R_{23}^\tau = \frac{-G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_l + \Phi_3 \cdot h_{\Phi3} \cdot \mu_l + M_3^\Phi}{AB \cdot \mu_l}.$$

Если численное значение реакции \vec{R}_{23}^τ получится со знаком «минус», то направление реакции \vec{R}_{23}^τ изменяем на противоположное.

Теперь рассмотрим кинетостатическое равновесие всей группы Ассур. Воспользуемся тем условием, что главный вектор всех сил, действующих на группу Ассур, равен нулю:

$$\sum \vec{F}_{3,4} = 0. \quad (2.5)$$

Реакция в кинематической паре C в это уравнение не войдет, так как главный вектор внутренних сил равен нулю:

$$\vec{R}_{34} + \vec{R}_{43} = 0.$$

Уравнение (2.5) содержит только два неизвестных параметра: реакции \vec{R}_{14}^n и \vec{R}_{23}^n (они известны по направлению, но неизвестны по величине). Запишем развернутое векторное уравнение равновесия всех сил действующих на группу Ассур (смотри правило):

$$\vec{R}_{23}^n + \vec{R}_{23}^\tau + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{R}_{14}^\tau + \vec{R}_{14}^n = 0. \quad (2.6)$$

Правило составления векторного уравнения равновесия всех сил действующих на группу Ассур:

- векторное уравнение группы Ассур начинается и заканчивается неизвестными по величине составляющими реакций связей;

- нормальная и тангенциальная составляющие главного вектора реакции кинематической пары записываются в уравнении друг за другом;

- сначала перечисляют силы одного звена, а затем другого.

Векторному уравнению (2.6) соответствует на плане сил векторное уравнение, рисунок 8:

$$\vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{de} + \vec{ef} + \vec{fg} + \vec{gk} + \vec{ka} = 0. \quad (2.7)$$

Для построения плана сил определяем масштабный коэффициент μ_F силового многоугольника:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h},$$

где F_{\max} – значение максимальной из известных сил уравнения (2.6), h – отрезок, отображающий данную силу на плане сил.

Силы, входящие в уравнение, на чертеже будут изображаться следующими отрезками:

$$bc = \frac{R_{23}^{\tau}}{\mu_F}; \quad cd = \frac{G_3}{\mu_F}; \quad de = \frac{\Phi_3}{\mu_F}; \quad ef = \frac{G_4}{\mu_F}; \quad fg = \frac{\Phi_4}{\mu_F}; \quad gk = \frac{R_{14}^{\tau}}{\mu_F}.$$

Построение векторного уравнения (2.7) возможно благодаря тому, что уравнение (2.6) начинается и заканчивается неизвестными по величине реакциями \vec{R}_{14}^n и \vec{R}_{23}^n . Построение начинаем с первого известного вектора, т.е. с силы \vec{R}_{23}^{τ} . Выбираем произвольно точку b и откладываем вектор \vec{bc} . Затем, согласно правила «треугольника» сложения векторов, последовательно изображаем известные вектора уравнения (2.6), заканчивая последним известным вектором, т.е. силой \vec{R}_{14}^{τ} . При этом получаем точку k на плане сил. Через точку b проводим прямую, параллельную вектору \vec{R}_{23}^n , а через точку k – параллельную вектору \vec{R}_{14}^n . Пересечение этих прямых даст точку a . Согласно условия замкнутости векторного многоугольника сил, точка a даст решение уравнения (2.6), рисунок 8.

Вектора \vec{ac} и \vec{ga} изображают, соответственно, реакции \vec{R}_{23} и \vec{R}_{14} . Их числовые значения определяем по формулам:

$$R_{23} = ac \cdot \mu_F, \quad R_{14} = ga \cdot \mu_F.$$

Нахождение векторов \vec{R}_{23} и \vec{R}_{14} не потребовало новых построений, т.к. нормальные и касательные составляющие вошли в исходное уравнение (2.6) одна за другой.

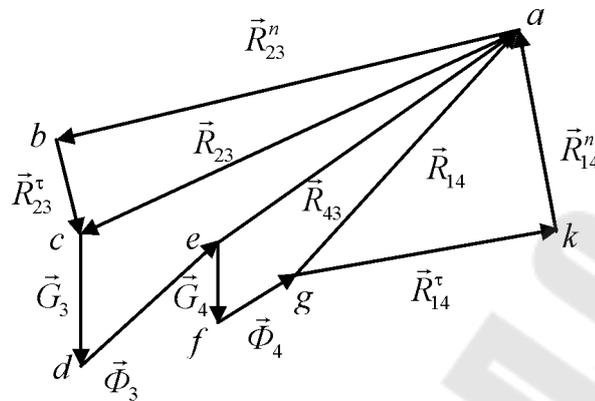


Рисунок 8. План сил группы Ассур II (3,4)

Определим реакцию во внутренней кинематической паре C \vec{R}_{43} . Благодаря тому, что в уравнение (2.6) входят сначала силы действующие на третье звено, а затем на четвертое, реакция во внутренней кинематической паре определяется без построения дополнительного плана сил.

Рассмотрим уравнение кинетостатического равновесия звена 3:

$$\sum \vec{F}_3 = 0 . \quad (2.8)$$

Уравнение (2.8) содержит только два неизвестных параметра: величину и направление \vec{R}_{43} . Развернутое векторное уравнение равновесия сил, действующих на звено 3, имеет вид:

$$\vec{R}_{23} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{R}_{43} = 0 ,$$

$$\vec{ac} + \vec{cd} + \vec{de} + \vec{ea} = 0 .$$

Это векторное уравнение (2.9) почти реализовано на плане сил группы Ассур II (3, 4). Осталось лишь провести вектор из точки e в точку a .

Реакция \vec{R}_{43} численно равна:

$$R_{43} = ea \cdot \mu_F .$$

Таким образом, определены реакции во всех кинематических парах группы Ассур, а значит, завершен ее силовой анализ.

Переходим к силовому анализу входного звена 2. Ограничимся случаем, когда входное звено совершает вращательное движение.

Вычерчиваем входное звено 2 и показываем на нем внешние силы и силы инерции. В точке B прикладываем реакцию \vec{R}_{32} , которая определяется формулой:

$$\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}.$$

В кинематической паре A реакцию \vec{R}_{12} представляем в виде главного вектора, приложенного в точке A . Реакция \vec{R}_{12} неизвестна, как по величине, так и по направлению. В этом случае, реакцию показываем штриховой линией, тем самым, указывая на то, что направление неизвестно. Внешний силовой фактор, действующий на звено 2, представим в виде пары сил с моментом $M_{\partial\partial}$. Силовой анализ начинаем с определения $M_{\partial\partial}$, рисунок 9.

Рассмотрим кинетостатическое равновесие звена 2 и запишем уравнение моментов всех сил, действующих на него, включая и реакции связей, относительно точки A :

$$\sum M_A(\vec{F}_2) = 0. \quad (2.10)$$

В это уравнения не войдет реакция \vec{R}_{12} , так как линия действия ее проходит через точку A . Развернутое уравнение равновесия (2.10) примет вид:

$$-R_{32} \cdot h_{R32} \cdot \mu_l - G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_l + M_{\partial\partial} = 0, \quad (2.11)$$

где h_{R32} , h_{G2} – соответственно отрезки, характеризующие плечи векторов сил \vec{R}_{32} , \vec{G}_2 . Моменты всех сил берутся с учетом знака. Величины h_{R32} , h_{G2} измеряем на плане входного звена и, умноженные на μ_l , они дают действительные значения плеч. Из уравнения (2.11) определяется движущая пара сил с моментом $M_{\partial\partial}$:

$$M_{\partial\partial} = R_{32} \cdot h_{R32} \cdot \mu_l + G_2 \cdot h_{G2} \cdot \mu_l.$$

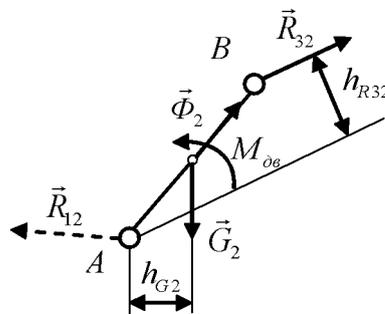


Рисунок 9. Картина силового нагружения звена 2

Записываем векторное уравнение равновесия сил, действующих на звено 2, рисунок 9:

$$\sum \vec{F}_2 = 0. \quad (2.12)$$

Уравнение (2.12) содержит только два неизвестных параметра: величину и направление реакции \vec{R}_{12} . Развернутое векторное уравнение равновесия всех сил имеет вид (неизвестная реакция в это уравнение записывается последней):

$$\vec{R}_{32} + \vec{\Phi}_2 + \vec{G}_2 + \vec{R}_{12} = 0. \quad (2.13)$$

Векторному уравнению (2.13) соответствует на плане сил векторное уравнение:

$$\vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{da} = 0.$$

Рассчитываем масштабный коэффициент μ_F силового многоугольника:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h},$$

где F_{\max} – значение максимальной из известных сил уравнения (2.13), h – отрезок, отображающий данную силу на плане сил.

Силы, входящие в уравнение, на чертеже будут изображаться следующими отрезками:

$$ab = \frac{R_{32}}{\mu_F}; \quad bc = \frac{\Phi_2}{\mu_F}; \quad cd = \frac{G_2}{\mu_F}.$$

Построение начинаем с вектора \vec{R}_{32} , рисунок 10. Выбираем произвольно точку a и откладываем вектор \vec{ab} . Затем последовательно изображаем известные вектора уравнения (2.13), заканчивая последним известным вектором, т.е. силой \vec{G}_2 . При этом получаем точку d на плане сил. Проводим вектор из точки d в точку a . Тогда,

$$\vec{R}_{12} = \vec{da} \cdot \mu_F.$$

Численное значение определяем по формуле: $R_{12} = da \cdot \mu_F$.

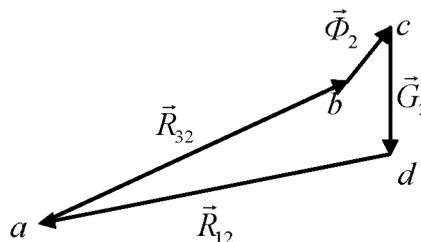


Рисунок 10. План сил звена 2

2.2. Кривошипно-ползунный механизм (группа Ассур II класса 2-го типа)

Определяем инерционные нагрузки, действующие на звенья механизма. Силы инерции звеньев:

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{S_2}, \quad \Phi_3 = m_3 \cdot a_{S_3}, \quad \Phi_4 = m_4 \cdot a_{S_4}.$$

Моменты пар сил инерции:

$$M_2^\Phi = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \text{ т.к. } \varepsilon_2 = 0, \quad M_3^\Phi = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3, \quad M_4^\Phi = J_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,$$

т.к. $\varepsilon_4 = 0$.

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

В масштабе μ_l изображаем план положений механизма, рисунок 11. Указываем центры масс всех звеньев, показываем силы тяжести \vec{G}_i и силы инерции $\vec{\Phi}_i$ ($\vec{\Phi}_i \updownarrow \vec{a}_{S_i}$); направляем моменты пар сил инерции M_i^Φ ($M_i^\Phi \updownarrow \vec{\varepsilon}_i$); показываем силу полезного сопротивления \vec{F}_{nc} , действующую на звено 4.

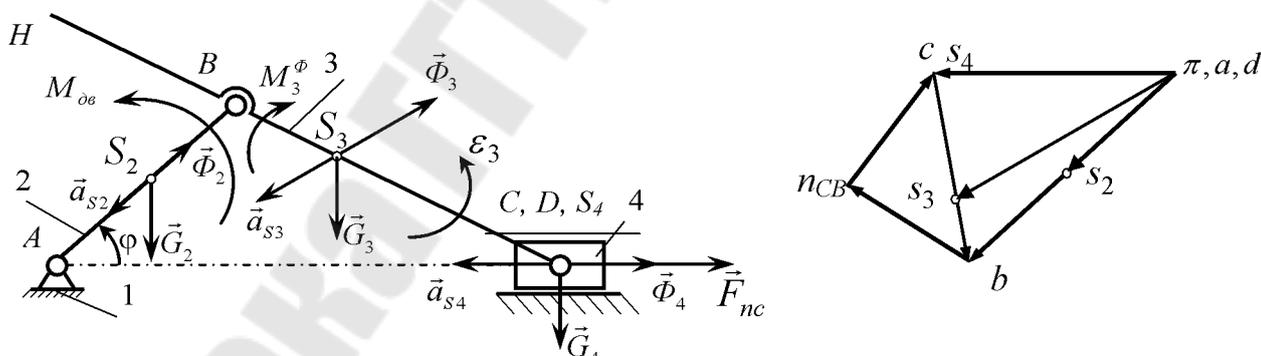


Рисунок 11. Картина силового нагружения механизма и план ускорений

Силовой расчет группы Ассур II(3,4).

В масштабе μ_l изображаем группу Ассур II(3,4). Во внешних кинематических парах B и D указываем неизвестные реакции связей \vec{R}_{23}^n , \vec{R}_{23}^τ , \vec{R}_{14} и M_{14} , действующие на звенья 3 и 4 со стороны отброшенных звеньев 2 и 1, рисунок 12.

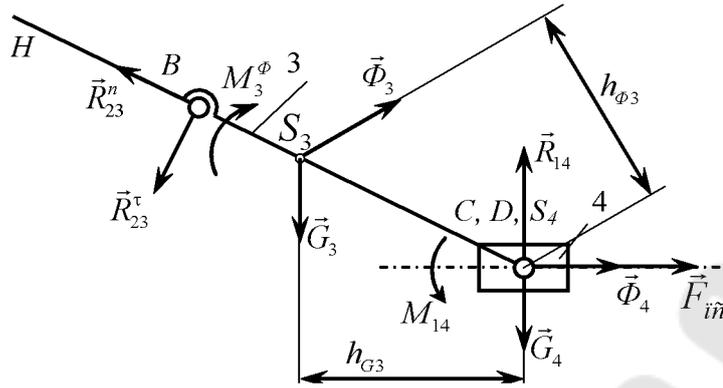


Рисунок 12. Картина силового нагружения группы Ассур II (3,4)

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0, \\ M_{14} = 0.$$

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0, \\ R_{23}^\tau \cdot BC \cdot \mu_l + G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_l - \Phi_3 \cdot h_{\Phi3} \cdot \mu_l - M_3^\Phi = 0.$$

Откуда

$$R_{23}^\tau = \frac{-G_3 \cdot h_{G3} \cdot \mu_l + \Phi_3 \cdot h_{\Phi3} \cdot \mu_l + M_3^\Phi}{BC \cdot \mu_l}.$$

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на группу Ассур II (3, 4):

$$\sum \vec{F}_{3,4} = 0, \\ \vec{R}_{23}^n + \vec{R}_{23}^\tau + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{F}_{ПС} + \vec{R}_{14} = 0. \quad (2.14)$$

Векторному уравнению (2.14) на чертеже соответствует следующее векторное уравнение

$$\vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{de} + \vec{ef} + \vec{fg} + \vec{gk} + \vec{ka} = 0.$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную из известных сил уравнения (2.14), и определяем масштабный коэффициент плана сил

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Определяем отрезки, изображающие известные силы уравнения (2.14) на плане сил

$$bc = \frac{R_{23}^{\tau}}{\mu_F}; \quad cd = \frac{G_3}{\mu_F}; \quad de = \frac{\Phi_3}{\mu_F}; \quad ef = \frac{G_4}{\mu_F}; \quad fg = \frac{\Phi_4}{\mu_F}; \quad gk = \frac{F_{ПС}}{\mu_F}.$$

На основании уравнения (2.14) строим план сил группы Ассур, рисунок 13.

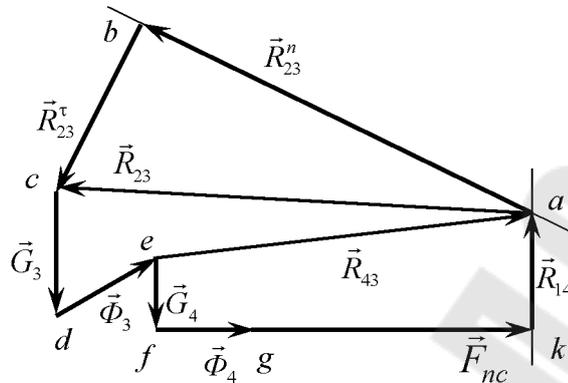


Рисунок 13. План сил группы Ассур II (3,4)

Значения неизвестных реакций определяем, измеряя на плане сил длины отрезков ac и ka , а именно

$$R_{23} = ac \cdot \mu_F; \quad R_{14} = ka \cdot \mu_F.$$

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на звено 3:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_3 &= 0, \\ \vec{R}_{23} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{R}_{43} &= 0, \\ \vec{ac} + \vec{cd} + \vec{de} + \vec{ea} &= 0. \end{aligned}$$

Измерив величину отрезка ea на плане сил группы Ассур II(3,4), рисунок 13, определяем значение реакции \vec{R}_{43} во внутренней кинематической паре С:

$$R_{43} = ea \cdot \mu_F.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 кривошипно-ползунного механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 2.1.

2.3. Кривошипно-коромысловый механизм (группа Ассур II класса 3-го типа)

Вектора сил инерции:

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{S2}, \quad \Phi_3 = m_3 \cdot a_{S3}, \quad \Phi_4 = m_4 \cdot a_{S4}.$$

Моменты сил инерции:

$$M_2^\Phi = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \text{ т.к. } \varepsilon_2 = 0, \quad M_3^\Phi = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3, \quad M_4^\Phi = J_{S_4} \cdot \varepsilon_4.$$

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

В масштабе μ_l изображаем план положений механизма. Показываем силы тяжести \vec{G}_i и силы инерции $\vec{\Phi}_i$ ($\vec{\Phi}_i \uparrow \downarrow \vec{a}_{S_i}$); направляем моменты пар сил инерции M_i^Φ ($\vec{M}_i^\Phi \uparrow \downarrow \vec{\varepsilon}_i$); показываем момент полезного сопротивления $M_{\text{пс}}$, действующий на звено 4. Картина силового нагружения и план ускорений механизма показаны на рисунке 14.

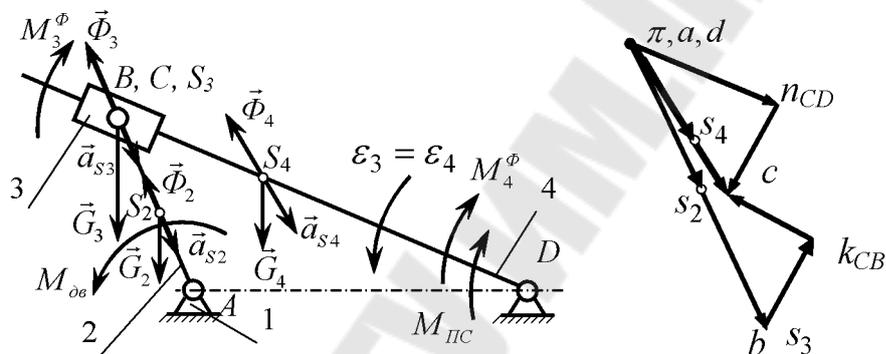


Рисунок 14. Картина силового нагружения механизма и план ускорений

Силовой расчет группы Ассур II(3,4). В масштабе μ_l изображаем группу Ассур II(3,4), отбросив в кинематических парах B и D звенья 2 и 1, соответственно, заменив их действие на звенья 3, 4 реакциями \vec{R}_{23} , \vec{R}_{14} , рисунок 15.

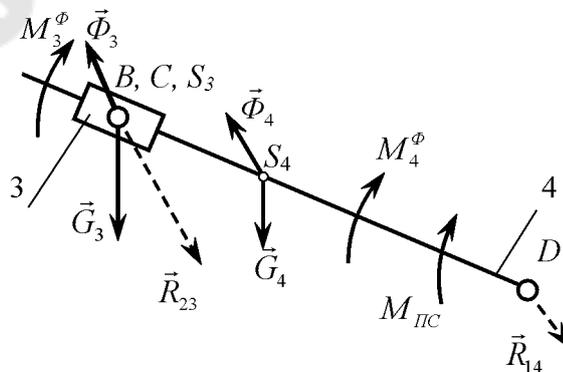


Рисунок 15. Картина силового нагружения группы Ассур II (3,4)

Звенья 3 и 4, образующие поступательную кинематическую пару, изображаем по отдельности, рисунок 16. Показываем действующие между ними неизвестные реакции ($\vec{R}_{34} = -\vec{R}_{43}$; $\vec{M}_{34} = -\vec{M}_{43}$).

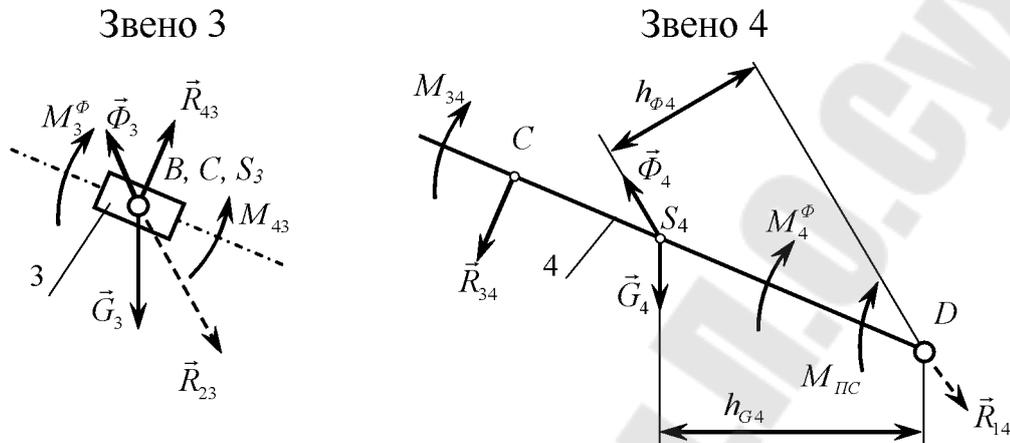


Рисунок 16. Картина силового нагружения звена 3 и звена 4

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0: -M_3^\Phi + M_{43} = 0.$$

Откуда

$$M_{43} = M_3^\Phi.$$

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки D:

$$\sum M_D(\vec{F}_4) = 0,$$

$$R_{34} \cdot CD \cdot \mu_l - M_{34} + G_4 \cdot h_{G4} \cdot \mu_l - \Phi_4 \cdot h_{\Phi4} \cdot \mu_l - M_4^\Phi - M_{ПС} = 0.$$

Выражаем неизвестную реакцию

$$R_{34} = \frac{M_{34} - G_4 \cdot h_{G4} \cdot \mu_l + \Phi_4 \cdot h_{\Phi4} \cdot \mu_l + M_4^\Phi + M_{ПС}}{CD \cdot \mu_l}.$$

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на звено 3:

$$\sum \vec{F}_3 = 0,$$

или

$$\begin{aligned} \vec{R}_{43} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{R}_{23} &= 0, \\ \vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{da} &= 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную силу на плане сил, и определяем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Рассчитываем длины отрезков, изображающих известные силы, входящие в уравнение (2.14):

$$ab = \frac{R_{43}}{\mu_F}; \quad bc = \frac{G_3}{\mu_F}; \quad cd = \frac{\Phi_3}{\mu_F}.$$

На основании уравнения (2.14) строим план сил звена 3, рисунок 17.

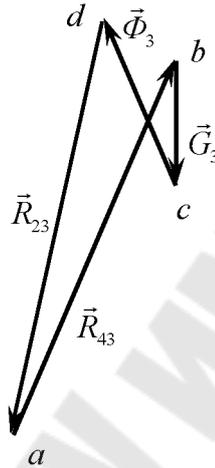


Рисунок 17. План сил звена 3

На плане сил замеряем отрезок da и находим значение неизвестной реакции \vec{R}_{23} :

$$R_{23} = da \cdot \mu_F.$$

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на звено 4:

$$\sum \vec{F}_4 = 0,$$

или

$$\begin{aligned} \vec{R}_{34} + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{R}_{14} &= 0, \\ \vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{da} &= 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную силу на плане сил, и определяем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Длины отрезков, изображающих известные силы уравнения (2.15), будут

$$ab = \frac{R_{34}}{\mu_F}; \quad bc = \frac{G_4}{\mu_F}; \quad cd = \frac{\Phi_4}{\mu_F}.$$

В масштабе μ_F строим план сил звена 4, рисунок 18. Из плана сил определяем значение реакции \vec{R}_{14} :

$$R_{14} = da \cdot \mu_F.$$

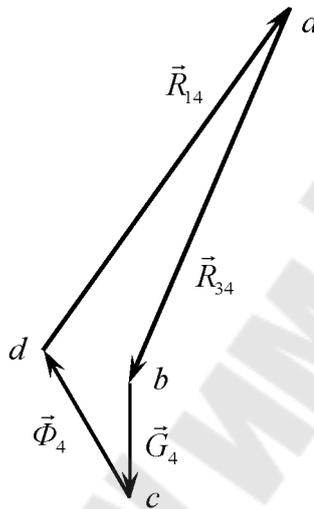


Рисунок 18. План сил звена 4

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 кривошипно-коромыслового механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 2.1.

2.4. Тангенсный механизм (группа Ассура II класса 4-го типа)

Определяем силы инерции:

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{S2}; \quad \Phi_3 = m_3 \cdot a_{S3}; \quad \Phi_4 = m_4 \cdot a_{S4}.$$

Моменты пар сил инерции:

$$M_2^\Phi = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \text{ т.к. } \varepsilon_2 = 0, \quad M_3^\Phi = J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0, \text{ т.к. } \varepsilon_3 = 0,$$

$$M_4^\Phi = J_{S4} \cdot \varepsilon_4 = 0, \text{ т.к. } \varepsilon_4 = 0.$$

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

На плане положений, рисунок 19, указываем центры масс всех звеньев, показываем силы тяжести \vec{G}_i и силы инерции $\vec{\Phi}_i$ ($\vec{\Phi}_i \uparrow \downarrow \vec{a}_{Si}$);

показываем силу полезного сопротивления $\vec{F}_{ПС}$, действующую на звено 4.

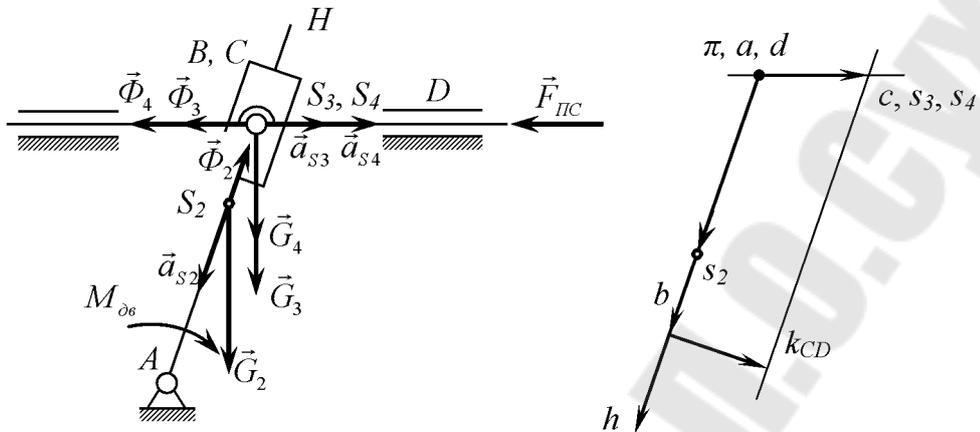


Рисунок 19. Картина силового нагружения механизма и план ускорений

Силовой расчет группы Ассур II(3,4). В масштабе μ , изображаем группу Ассур II(3,4), отбросив в кинематических парах B и D звенья 2 и 1, заменив их действие на звенья 3, 4 неизвестными реакциями \vec{R}_{23} , M_{23} , \vec{R}_{14} , M_{14} , рисунок 20.

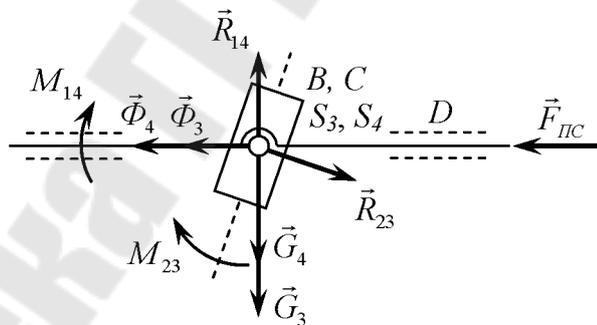


Рисунок 20. Картина силового нагружения группы Ассур II(3,4)

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0, \quad M_{14} = 0.$$

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0, \quad M_{23} = 0.$$

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на группу Ассур II (3, 4):

$$\sum \vec{F}_{3,4} = 0,$$

или

$$\vec{R}_{23} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{F}_{ПС} + \vec{R}_{14} = 0, \quad (2.16)$$

$$\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} + \overline{ef} + \overline{fg} + \overline{ga} = 0.$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную силу на плане сил, и определяем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Рассчитываем длины отрезков, изображающих остальные известные силы, входящие в уравнение (2.16):

$$bc = \frac{G_3}{\mu_F}; \quad cd = \frac{\Phi_3}{\mu_F}; \quad de = \frac{G_4}{\mu_F}; \quad ef = \frac{\Phi_4}{\mu_F}; \quad fg = \frac{F_{ПС}}{\mu_F}.$$

На основании уравнения (2.16) строим план сил группы Ассур, рисунок 21.

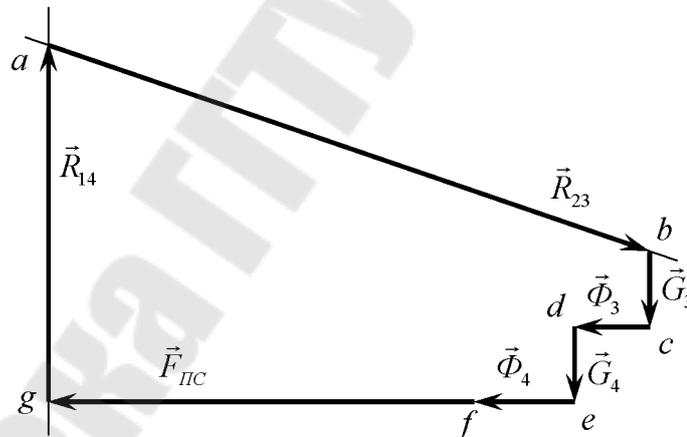


Рисунок 21. План сил группы Ассур II(3,4)

Из плана сил группы Ассур находим неизвестные реакции \vec{R}_{14} , \vec{R}_{23} :

$$R_{14} = ga \cdot \mu_F; \quad R_{23} = ab \cdot \mu_F.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 тангенсного механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 2.1.

2.5. Синусный механизм (группа Ассур II класса 5-го типа)

Вектора сил инерции:

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{S2}; \quad \Phi_3 = m_3 \cdot a_{S3}; \quad \Phi_4 = m_4 \cdot a_{S4}.$$

Моменты пар сил инерции:

$$M_2^\Phi = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \quad \text{т.к. } \varepsilon_2 = 0, \quad M_3^\Phi = J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0, \quad \text{т.к. } \varepsilon_3 = 0, \\ M_4^\Phi = J_{S4} \cdot \varepsilon_4 = 0, \quad \text{т.к. } \varepsilon_4 = 0.$$

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

На плане положений, рисунок 22, указываем центры масс всех звеньев, показываем силы тяжести \vec{G}_i и силы инерции $\vec{\Phi}_i$ ($\vec{\Phi}_i \uparrow \downarrow \vec{a}_{Si}$); показываем силу полезного сопротивления $\vec{F}_{\text{пс}}$, действующую на звено 4.

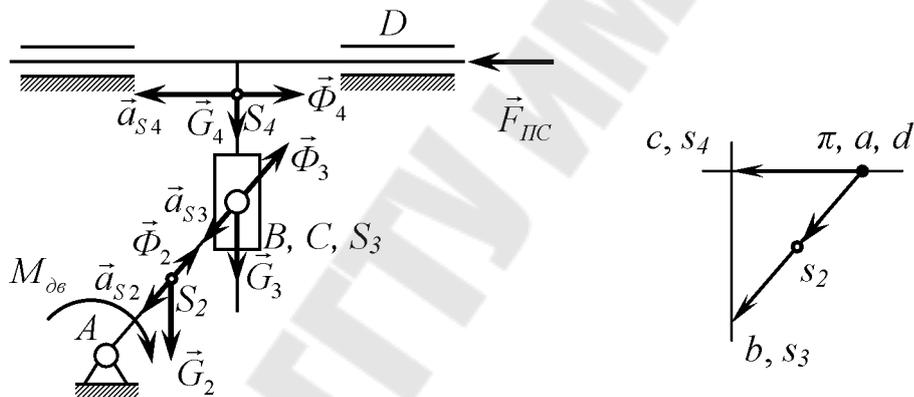


Рисунок 22. Картина силового нагружения механизма и план ускорений

Силовой расчет группы Ассур II(3,4). В масштабе μ_f изображаем группу Ассур II (3,4), отбросив в кинематических парах B и D звенья 2 и 1, заменив их действие на звенья 3 и 4 неизвестными реакциями \vec{R}_{23} , \vec{R}_{14} , M_{14} , рисунок 23.

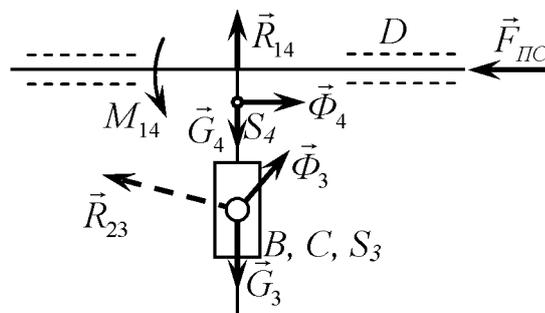


Рисунок 23. Картина силового нагружения группы Ассур II(3,4)

Звенья 3 и 4, образующие поступательную кинематическую пару, изображаем по отдельности, показав действующие между ними неизвестные реакции ($\vec{R}_{34} = -\vec{R}_{43}$; $\vec{M}_{34} = -\vec{M}_{43}$), рисунок 24.

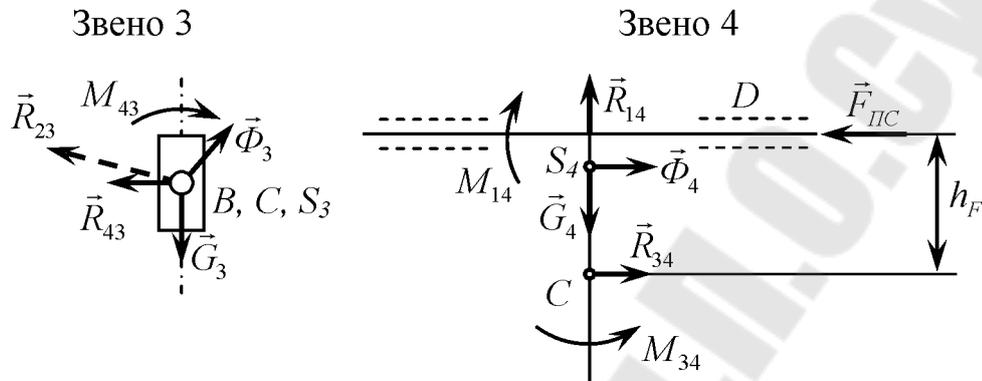


Рисунок 24. Картина силового нагружения звена 3 и звена 4

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на звено 4:

$$\sum \vec{F}_4 = 0,$$

или

$$\begin{aligned} \vec{R}_{34} + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{F}_{PC} + \vec{R}_{14} &= 0, \\ \vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{de} + \vec{ea} &= 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную из известных сил уравнения (2.17) и определяем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Определяем отрезки, изображающие известные силы уравнения (2.17) на плане сил

$$bc = \frac{G_4}{\mu_F}; \quad cd = \frac{\Phi_4}{\mu_F}; \quad de = \frac{F_{PC}}{\mu_F}.$$

На основании уравнения (2.17) строим план сил звена 4, рисунок 25. Из плана сил звена 4 находим неизвестные реакции \vec{R}_{14} , \vec{R}_{34} :

$$R_{14} = ea \cdot \mu_F; \quad R_{34} = ab \cdot \mu_F.$$

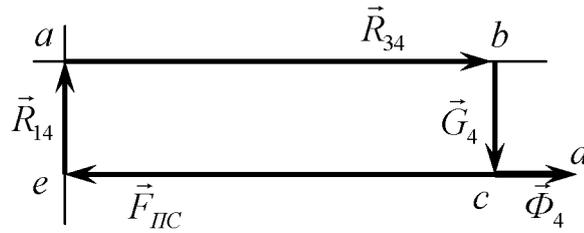


Рисунок 25. План сил звена 4

Записываем векторное уравнение равновесия сил действующих на звено 3:

$$\sum \vec{F}_3 = 0,$$

или

$$\vec{R}_{43} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{R}_{23} = 0, \quad (2.18)$$

$$\vec{ab} + \vec{bc} + \vec{cd} + \vec{da} = 0.$$

Задаем длину отрезка h , изображающего максимальную из известных сил уравнения (2.18) и определяем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_F = \frac{F_{\max}}{h}.$$

Определяем отрезки, изображающие известные силы уравнения (2.18) на плане сил:

$$ab = \frac{R_{43}}{\mu_F}; \quad bc = \frac{G_3}{\mu_F}; \quad cd = \frac{\Phi_3}{\mu_F}.$$

На основании уравнения (2.18) строим план сил звена 3, рисунок 26. Из плана сил находим значение неизвестной реакции \vec{R}_{23} :

$$R_{23} = da \cdot \mu_F.$$

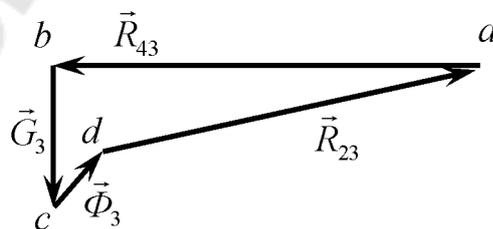


Рисунок 26. План сил звена 3

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0, \quad M_{43} = 0.$$

Записываем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0, F_{ПС} \cdot h_F \cdot \mu_l - \Phi_4 \cdot CS_4 \cdot \mu_l + M_{34} - M_{14} = 0.$$

Откуда находим M_{14} :

$$M_{14} = F_{ПС} \cdot h_F \cdot \mu_l - \Phi_4 \cdot CS_4 \cdot \mu_l + M_{34}.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 синусного механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 2.1.

3. Аналитический метод силового расчета механизмов

Для аналитического расчета используем метод проекций, который заключается в том, что все вектора сил представляются в виде проекций на оси координат x и y . Рассмотрим произвольное звено i , совершающее сложное плоскопараллельное движение. Покажем силы инерции, действующие на него, рисунок 27.

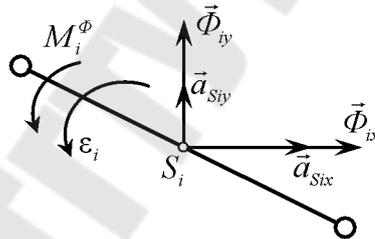


Рисунок 27

Здесь Φ_{ix} , Φ_{iy} – проекции главного вектора сил инерции звена, соответственно, на оси x и y ; M_i^Φ – главный момент сил инерции звена. Данные величины определяем по формулам:

$$\Phi_{ix} = -m_i \cdot a_{Six}, \Phi_{iy} = -m_i \cdot a_{Siy}, M_i^\Phi = -J_{Si} \cdot \varepsilon_i, \quad (3.1)$$

где m_i – масса звена; a_{Six} , a_{Siy} – проекции вектора ускорения \vec{a}_{Si} центра масс звена на координатные оси.

Примечание: значения a_{Six} , a_{Siy} , ε_i подставляем в формулы (3.1) со своим алгебраическим знаком.

Рассмотрим алгоритмы силового анализа групп Ассур на примере типовых плоских рычажных четырехзвенных механизмов.

3.1. Шарнирный четырехзвенник (группа Асура II класса 1-го типа)

Рассмотрим шарнирный четырехзвенник, рисунок 28. Предварительно выполним кинематический анализ механизма аналитическим методом, см. [6].

Выполним расчет сил инерции.

Силы инерции звеньев: $\Phi_{2x} = -m_2 \cdot a_{S2x}$, $\Phi_{2y} = -m_2 \cdot a_{S2y}$,
 $\Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}$, $\Phi_{3y} = -m_3 \cdot a_{S3y}$, $\Phi_{4x} = -m_4 \cdot a_{S4x}$, $\Phi_{4y} = -m_4 \cdot a_{S4y}$.

Моменты сил инерции: $M_2^\Phi = -J_{S2} \cdot \varepsilon_2$, $M_3^\Phi = -J_{S3} \cdot \varepsilon_3$,
 $M_4^\Phi = -J_{S4} \cdot \varepsilon_4$.

В нашем случае $\varepsilon_2 = 0$, следовательно $M_2^\Phi = 0$.

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

Так как момент полезного сопротивления направлен против угловой скорости, то его представим в виде: $M_{nc} = (-M_{nc}^{зад} \cdot \omega_4) / |\omega_4|$.
 Здесь $M_{nc}^{зад}$ – действующий на выходное звено момент сил полезного сопротивления, ω_4 – угловая скорость выходного звена. К звену 2 прикладываем движущий момент $M_{об}$. Картина силового нагружения механизма (для произвольного положения) представлена на рисунке 28.

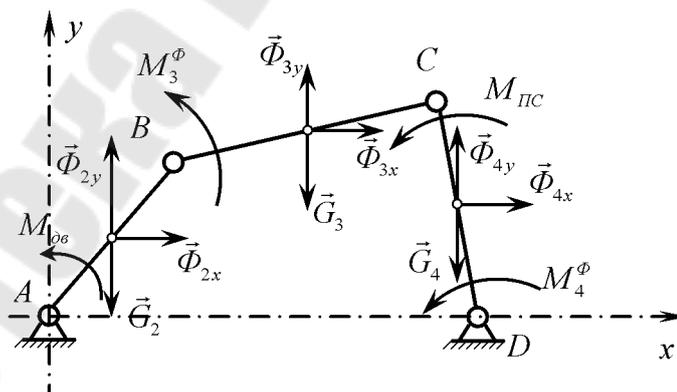


Рисунок 28. Картина силового нагружения механизма

Рассмотрим группу Асура II(3, 4), рисунок 29. В точке B прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{23} , который раскладываем на компоненты \vec{R}_{23}^x и \vec{R}_{23}^y ; в точке D прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{14} , который раскладываем на компоненты \vec{R}_{14}^x и \vec{R}_{14}^y .

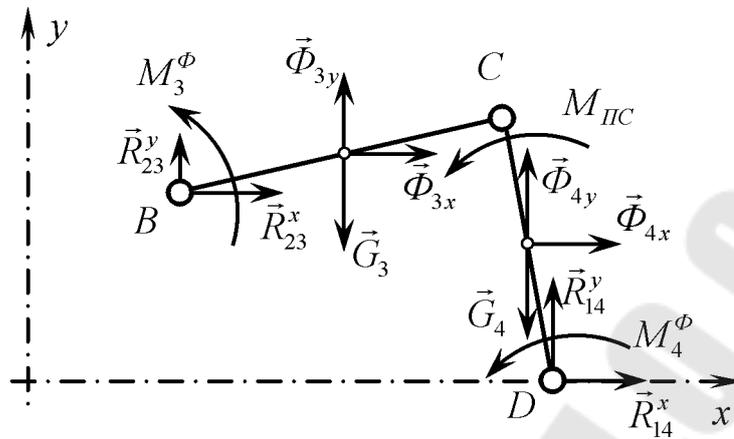


Рисунок 29. Картина силового нагружения группы Ассура II(3,4)

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к звеньям группы Ассура II(3,4), рисунок 29. Составим уравнения равновесия: суммы проекций всех сил, приложенных к звеньям 3 и 4, на координатные оси x и y равны нулю:

$$\sum F_{3,4x} = 0, R_{23}^x + \Phi_{3x} + \Phi_{4x} + R_{14}^x = 0, \quad (3.2)$$

$$\sum F_{3,4y} = 0, R_{23}^y + \Phi_{3y} - G_3 + \Phi_{4y} - G_4 + R_{14}^y = 0. \quad (3.3)$$

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к звену 4. Составим уравнение моментов сил, действующих на 4-е звено, относительно точки C :

$$\begin{aligned} \sum M_C(\vec{F}_4) = 0: \\ R_{14}^y(x_D - x_C) - R_{14}^x(y_D - y_C) - \Phi_{4x}(y_{S4} - y_C) + \\ + (\Phi_{4y} - G_4)(x_{S4} - x_C) + M_4^\Phi + M_{nc} = 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к звену 3, рисунок 30. Составим уравнение моментов сил, действующих на 3-е звено, относительно точки C :

$$\begin{aligned} \sum M_C(\vec{F}_3) = 0: \\ R_{23}^y(x_B - x_C) - R_{23}^x(y_B - y_C) - \Phi_{3x}(y_{S3} - y_C) + \\ + (\Phi_{3y} - G_3)(x_{S3} - x_C) + M_3^\Phi = 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Составим уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y :

$$\sum F_{3x} = 0: R_{23}^x + \Phi_{3x} + R_{43}^x = 0, \quad (3.6)$$

$$\sum F_{3y} = 0: R_{23}^y + \Phi_{3y} - G_3 + R_{43}^y = 0. \quad (3.7)$$

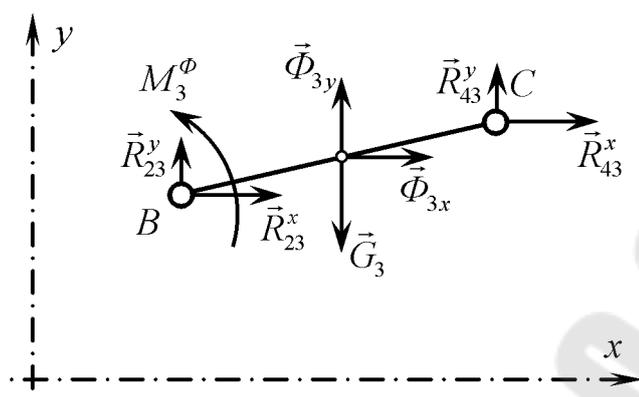


Рисунок 30. Картина силового нагружения звена 3

Решая полученную систему уравнений (3.2)–(3.7), находим проекции векторов реакций связей R_{23}^x , R_{23}^y , R_{14}^x , R_{14}^y , R_{43}^x , R_{43}^y .

Модули векторов реакций связей \vec{R}_{23} , \vec{R}_{14} и \vec{R}_{43} определяем по формулам:

$$R_{23} = \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}, \quad R_{14} = \sqrt{(R_{14}^x)^2 + (R_{14}^y)^2}, \quad R_{43} = \sqrt{(R_{43}^x)^2 + (R_{43}^y)^2}.$$

Расчет входного звена 2. Рассмотрим равновесие звена 2, рисунок 31. В точке B действует реакция связи \vec{R}_{32} с компонентами \vec{R}_{32}^x , \vec{R}_{32}^y , величины которых определяются формулами:

$$R_{32}^x = -R_{23}^x, \quad R_{32}^y = -R_{23}^y.$$

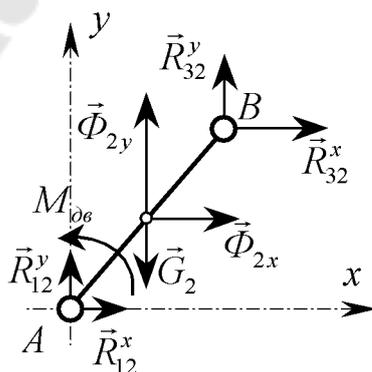


Рисунок 31. Картина силового нагружения звена 2

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки A :

$$\begin{aligned} \sum M_A(\vec{F}_2) = 0: \\ (\Phi_{2y} - G_2)(x_{S2} - x_A) - \Phi_{2x}(y_{S2} - y_A) + M_{\partial 6} + \\ + R_{32}^y(x_B - x_A) - R_{32}^x(y_B - y_A) = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Составим уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y :

$$\sum F_{2x} = 0, R_{12}^x + \Phi_{2x} + R_{32}^x = 0; \quad (3.9)$$

$$\sum F_{2y} = 0, R_{12}^y + \Phi_{2y} - G_2 + R_{32}^y = 0. \quad (3.10)$$

Решая совместно уравнения (3.8)–(3.10), находим значения проекций реакции связи R_{12}^x , R_{12}^y и значение движущего момента $M_{\partial 6}$.

Модуль вектора реакции связи \vec{R}_{12} определяем по формуле:

$$R_{12} = \sqrt{(R_{12}^x)^2 + (R_{12}^y)^2}.$$

3.2. Кривошипно-ползунный механизм (группа Ассура II класса 2-го типа)

Предварительно выполняем кинематический анализ механизма аналитическим методом, см. [6].

Силы инерции звеньев записываем в виде: $\Phi_{2x} = -m_2 \cdot a_{S2x}$, $\Phi_{2y} = -m_2 \cdot a_{S2y}$, $\Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}$, $\Phi_{3y} = -m_3 \cdot a_{S3y}$, $\Phi_4 = \Phi_{4x} = -m_4 \cdot a_{S4x}$.

Моменты сил инерции: $M_2^\Phi = -J_{S2} \cdot \varepsilon_2$, $M_3^\Phi = -J_{S3} \cdot \varepsilon_3$, $M_4^\Phi = -J_{S4} \cdot \varepsilon_4$.

В нашем случае $\varepsilon_2 = 0$, следовательно $M_2^\Phi = 0$.

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

Вектор силы полезного сопротивления разложим на компоненты, параллельные осям координат:

$$F_{nc}^x = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4x}}{|V_{S4}|}, F_{nc}^y = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4y}}{|V_{S4}|},$$

где V_{S4x} , V_{S4y} – проекции вектора \vec{V}_{S4} на оси x , y . В нашем примере $F_{nc}^x = F_{nc}$, $F_{nc}^y = 0$.

Картина силового нагружения механизма показана на рисунке 32.

В точке B прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{23} , который раскладываем на компоненты \vec{R}_{23}^x и \vec{R}_{23}^y ; в точке D прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{14} , причем $\vec{R}_{14} = \vec{R}_{14}^y$, и момент M_{14} .

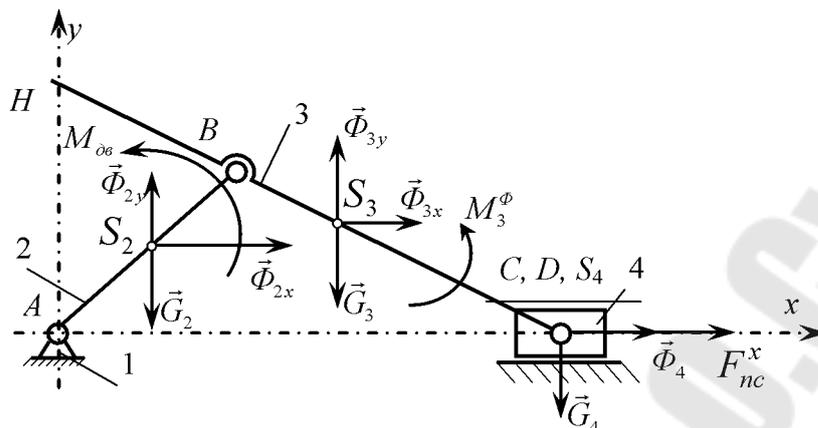


Рисунок 32. Картина силового нагружения механизма

Рассмотрим группу Ассура II(3,4), рисунок 33.

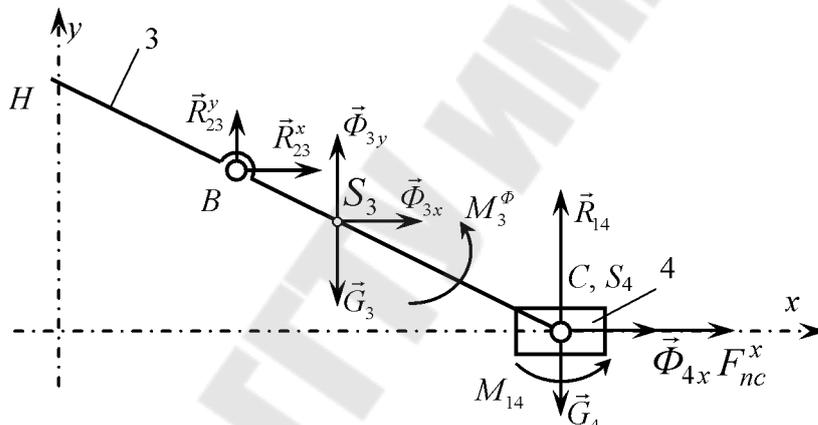


Рисунок 33. Картина силового нагружения группы Ассура II(3,4)

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0: \\ R_{23}^y(x_B - x_C) - R_{23}^x(y_B - y_C) - \Phi_{3x}(y_{S3} - y_C) + \\ + (\Phi_{3y} - G_3)(x_{S3} - x_C) + M_3^\Phi = 0. \quad (3.11)$$

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C:

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0: M_{14} = 0. \quad (3.12)$$

Еще два уравнения получаем, записав уравнения равновесия для всей группы Ассура. Суммы проекций всех сил, приложенных к звеньям 3 и 4, на координатные оси x и y равны нулю:

$$\sum F_{3,4x} = 0: R_{23}^x + \Phi_{3x} + \Phi_4 + F_{nc}^x = 0, \quad (3.13)$$

$$\sum F_{3,4y} = 0: R_{23}^y + \Phi_{3y} - G_3 - G_4 + R_{14} = 0. \quad (3.14)$$

Рассмотрим звено 3, рисунок 34.

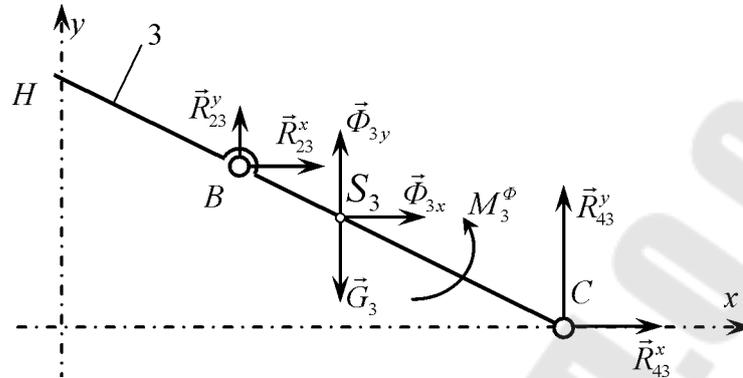


Рисунок 34. Картина силового нагружения звена 3

Суммы проекций всех сил, приложенных к звену 3, на координатные оси x и y равны нулю:

$$\sum F_{3x} = 0: R_{23}^x + \Phi_{3x} + R_{43}^x = 0; \quad (3.15)$$

$$\sum F_{3y} = 0: R_{23}^y + \Phi_{3y} - G_3 + R_{43}^y = 0. \quad (3.16)$$

Решая полученную систему уравнений (3.11)–(3.16), находим неизвестные реакции связей R_{23}^x , R_{23}^y , R_{14} , M_{14} , R_{43}^x , R_{43}^y .

Модули векторов реакций связей \vec{R}_{23} и \vec{R}_{43} определяем по формулам

$$R_{23} = \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}; \quad R_{43} = \sqrt{(R_{43}^x)^2 + (R_{43}^y)^2}.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 кривошипно-ползунного механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 3.1.

3.3. Кривошипно-коромысловый механизм (группа Ассур II класса 3-го типа)

Предварительно выполняем кинематический анализ механизма аналитическим методом.

Силы инерции звеньев записываем в виде: $\Phi_{2x} = -m_2 \cdot a_{S2x}$,
 $\Phi_{2y} = -m_2 \cdot a_{S2y}$, $\Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}$, $\Phi_{3y} = -m_3 \cdot a_{S3y}$, $\Phi_{4x} = -m_4 \cdot a_{S4x}$,
 $\Phi_{4y} = -m_4 \cdot a_{S4y}$.

Моменты сил инерции: $M_2^\Phi = -J_{S_2} \cdot \varepsilon_2$, $M_3^\Phi = -J_{S_3} \cdot \varepsilon_3$,
 $M_4^\Phi = -J_{S_4} \cdot \varepsilon_4$.

В нашем случае $\varepsilon_2 = 0$, следовательно $M_2^\Phi = 0$.

Определяем силы тяжести: $G_2 = m_2 \cdot g$; $G_3 = m_3 \cdot g$; $G_4 = m_4 \cdot g$.

К звену 4 прикладываем момент полезного сопротивления M_{nc} .
 Картина силового нагружения механизма показана на рисунке 35.

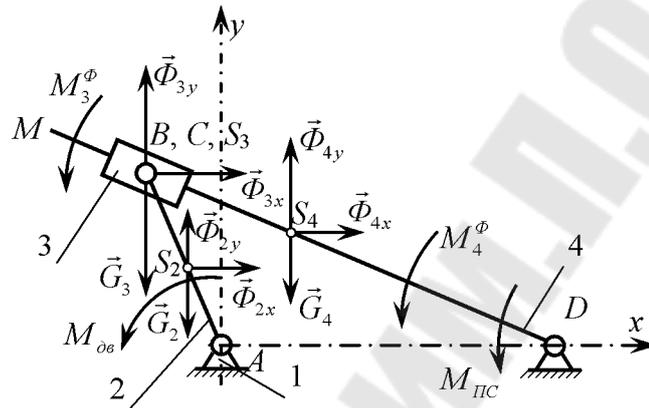


Рисунок 35. Картина силового нагружения механизма

Рассмотрим группу Ассур II(3,4), рисунок 36.

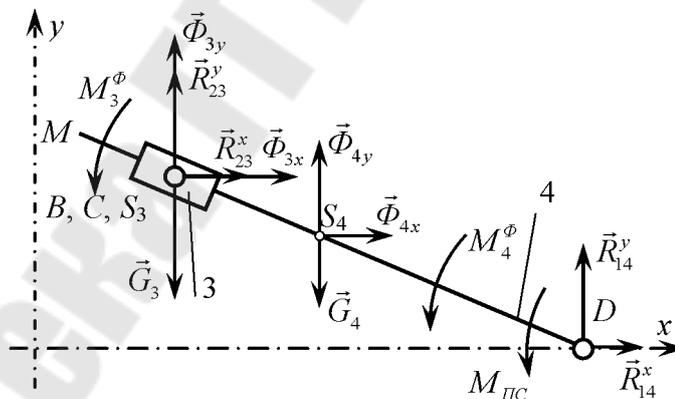


Рисунок 36. Картина силового нагружения группы Ассур II(3,4)

Т.к. звенья группы Ассур образуют поступательную кинематическую пару, показываем каждое из звеньев 3, 4 по отдельности, рисунки 37, 38.

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки С:

$$\sum M_B(\vec{F}_3) = 0: M_{43} + M_3^\Phi = 0. \quad (3.17)$$

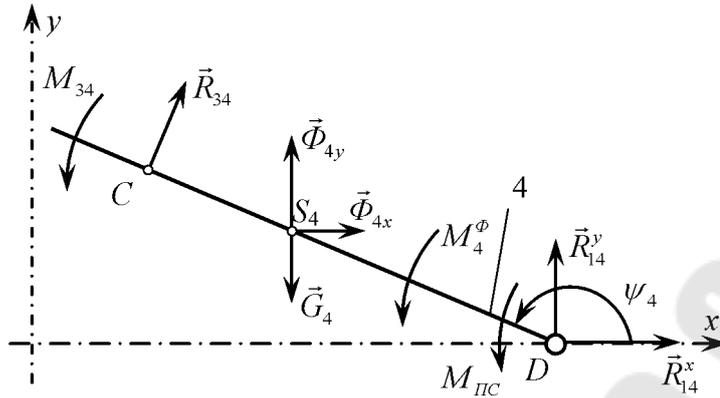


Рисунок 37. Картина силового нагружения звена 4

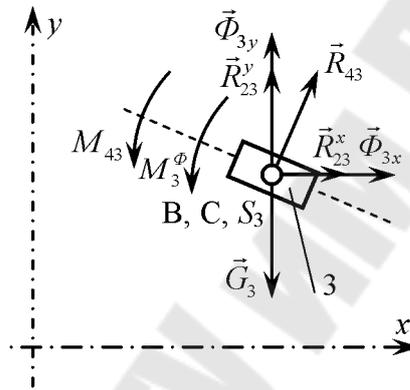


Рисунок 38. Картина силового нагружения звена 3

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки D :

$$\begin{aligned} \sum M_D(\vec{F}_4) &= 0: \\ -R_{34} \cdot S_{CD} + M_{34} + (\Phi_{4y} - G_4)(x_{S4} - x_D) - \\ &\quad - \Phi_{4x}(y_{S4} - y_D) + M_4^\phi + M_{nc} = 0. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Для каждого звена составляем уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y :

$$\sum F_{4x} = 0: R_{34} \cdot \cos(\psi_4 - 90) + \Phi_{4x} + R_{14}^x = 0; \quad (3.19)$$

$$\sum F_{4y} = 0: R_{34} \cdot \sin(\psi_4 - 90) + \Phi_{4y} - G_4 + R_{14}^y = 0; \quad (3.20)$$

$$\sum F_{3x} = 0: R_{43} \cdot \cos(\psi_4 - 90) + \Phi_{3x} + R_{23}^x = 0; \quad (3.21)$$

$$\sum F_{3y} = 0: R_{43} \cdot \sin(\psi_4 - 90) + \Phi_{3y} - G_3 + R_{23}^y = 0. \quad (3.22)$$

$$\text{Кроме этого учтем, что } R_{43} = -R_{34}, M_{43} = -M_{34}. \quad (3.23)$$

Решая полученную систему уравнений (3.17)–(3.23), находим неизвестные реакции связей R_{23}^x , R_{23}^y , R_{14}^x , R_{14}^y , R_{43} , M_{43} .

Находим модули векторов реакций связей \vec{R}_{23} и \vec{R}_{14} по формулам:

$$R_{23} = \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}; R_{14} = \sqrt{(R_{14}^x)^2 + (R_{14}^y)^2}.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 кривошипно-коромыслового механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 3.1.

3.4. Тангенсный механизм (группа Ассура II класса 4-го типа)

Выполняем кинематический анализ механизма аналитическим методом, см. [6].

$$\begin{aligned} \text{Вектора сил инерции: } \Phi_{2x} &= -m_2 \cdot a_{S2x}; \Phi_{2y} = -m_2 \cdot a_{S2y}; \\ \Phi_3 &= \Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}; \Phi_4 = \Phi_{4x} = -m_4 \cdot a_{S4x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Моменты сил инерции: } M_2^\Phi &= -J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \quad (\varepsilon_2 = 0); \\ M_3^\Phi &= -J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0, \quad (\varepsilon_3 = 0); M_4^\Phi = -J_{S4} \cdot \varepsilon_4 = 0, \quad (\varepsilon_4 = 0). \end{aligned}$$

$$\text{Силы тяжести: } G_2 = m_2 \cdot g; G_3 = m_3 \cdot g; G_4 = m_4 \cdot g.$$

Вектор силы полезного сопротивления разложим на компоненты, параллельные осям координат:

$$F_{nc}^x = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4x}}{|V_{S4}|}; F_{nc}^y = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4y}}{|V_{S4}|},$$

где V_{S4x} , V_{S4y} - проекции V_{S4} на оси x , y . В нашем примере $F_{nc}^x = F_{nc}$, $F_{nc}^y = 0$.

Картина силового нагружения механизма показана на рисунке 39.

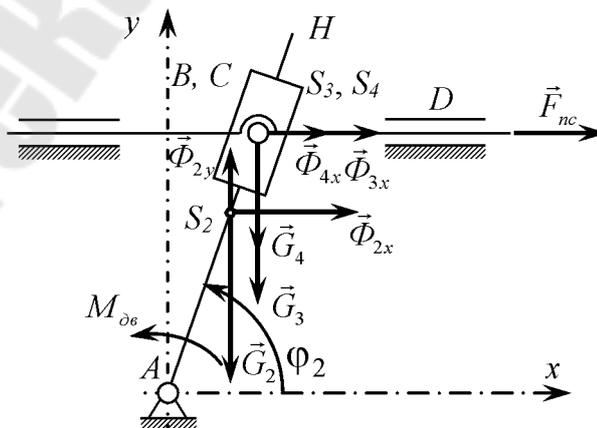


Рисунок 39. Картина силового нагружения механизма

Рассмотрим группу Ассура II(3,4), входящую в состав механизма. К звену 3 точке B прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{23} , а к звену 4 – вектор реакции связи \vec{R}_{14} и момент M_{14} . Показываем силы тяжести и силы инерции звеньев. Картина силового нагружения группы Ассура показана на рисунке 40.

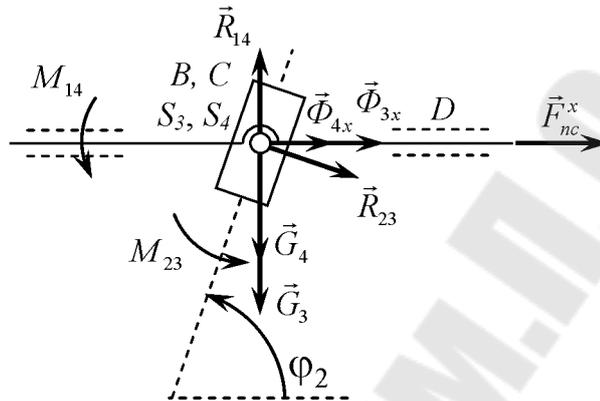


Рисунок 40. Картина силового нагружения группы Ассура II(3,4)

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_3) = 0: M_{23} = 0. \quad (3.24)$$

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0: M_{14} = 0. \quad (3.25)$$

Суммы проекций всех сил, приложенных к звеньям 3 и 4, на координатные оси x и y равны нулю:

$$\sum F_{3,4x} = 0; R_{23} \cdot \cos(\varphi_2 - 90) + \Phi_{3x} + \Phi_{4x} + F_{nc}^x = 0, \quad (3.26)$$

$$\sum F_{3,4y} = 0, R_{23} \cdot \sin(\varphi_2 - 90) - G_3 - G_4 + R_{14} = 0. \quad (3.27)$$

Суммы проекций всех сил, приложенных к звену 3, на координатные оси x и y равны нулю:

$$\sum F_{3x} = 0: R_{23} \cdot \cos(\varphi_2 - 90) + \Phi_{3x} + R_{43}^x = 0, \quad (3.28)$$

$$\sum F_{3y} = 0: R_{23} \cdot \sin(\varphi_2 - 90) - G_3 + R_{43}^y = 0. \quad (3.29)$$

Решаем полученную систему уравнений (3.24)–(3.29) и находим неизвестные реакции связей: R_{23} , R_{43}^x , R_{43}^y , R_{14} , M_{23} , M_{14} .

Находим модуль реакции связи \vec{R}_{43} в шарнире C по формуле

$$R_{43} = \sqrt{(R_{43}^x)^2 + (R_{43}^y)^2}.$$

Расчет входного звена 2.

Покажем силы, действующие на звено 2, рисунок 41.

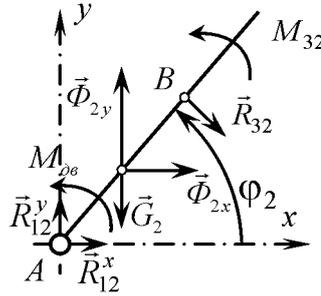


Рисунок 41. Картина силового нагружения звена 2

Составим уравнение моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки A :

$$\begin{aligned} \sum M_A(\vec{F}_2) = 0: \\ (\Phi_{2y} - G_2)(x_{S2} - x_A) - \Phi_{2x}(y_{S2} - y_A) + M_{доб} + \\ + M_{32} + R_{32}\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Составим уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y :

$$\sum F_{2x} = 0: R_{12}^x + \Phi_{2x} + R_{32} \cdot \cos(\varphi_2 + 270) = 0; \quad (3.31)$$

$$\sum F_{2y} = 0: R_{12}^y + \Phi_{2y} - G_2 + R_{32} \cdot \sin(\varphi_2 + 270) = 0. \quad (3.32)$$

Кроме этого, учтем, что

$$\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}, \quad M_{32} = -M_{23}. \quad (3.33)$$

Решая совместно уравнения (3.30)–(3.33), находим значения проекций реакции связи R_{12}^x , R_{12}^y и значение движущего момента $M_{доб}$.

3.5. Синусный механизм (группа Ассур II класса 5-го типа)

Выполняем кинематический анализ механизма аналитическим методом, см. [6].

$$\begin{aligned} \text{Вектора сил инерции: } \Phi_{2x} = -m_2 \cdot a_{S2x}, \quad \Phi_{2y} = -m_2 \cdot a_{S2y}, \\ \Phi_{3x} = -m_3 \cdot a_{S3x}, \quad \Phi_{3y} = -m_3 \cdot a_{S3y}, \quad \Phi_4 = \Phi_{4x} = -m_4 \cdot a_{S4x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Моменты сил инерции: } M_2^\Phi = -J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0, \quad (\varepsilon_2 = 0); \\ M_3^\Phi = -J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0, \quad (\varepsilon_3 = 0); \quad M_4^\Phi = -J_{S4} \cdot \varepsilon_4 = 0, \quad (\varepsilon_4 = 0). \end{aligned}$$

$$\text{Определяем силы тяжести: } G_2 = m_2 \cdot g; \quad G_3 = m_3 \cdot g; \quad G_4 = m_4 \cdot g.$$

Вектор силы полезного сопротивления разложим на компоненты, параллельные осям координат:

$$F_{nc}^x = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4x}}{|V_{S4}|}, \quad F_{nc}^y = F_{nc} \cdot \frac{V_{S4y}}{|V_{S4}|},$$

где V_{S4x} , V_{S4y} – проекции V_{S4} на оси x , y . В нашем примере $F_{nc}^x = F_{nc}$, $F_{nc}^y = 0$.

К звену 2 прикладываем движущий момент $M_{\partial\partial}$. Картина силового нагружения механизма показана на рисунке 42.

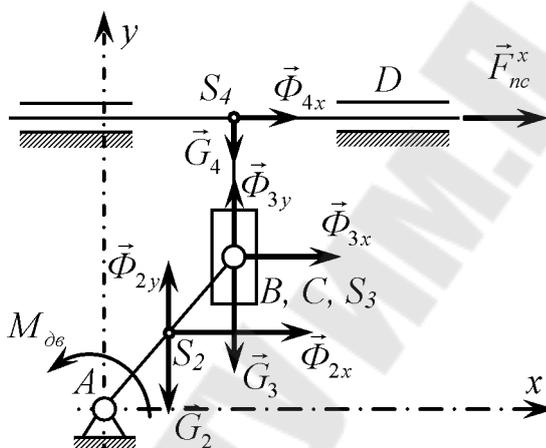


Рисунок 42. Картина силового нагружения механизма

Рассмотрим группу Ассуря II(3,4), входящую в состав механизма. К звену 3 точке B прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{23} , который раскладываем на компоненты \vec{R}_{23}^x и \vec{R}_{23}^y ; к звену 4 прикладываем вектор реакции связи \vec{R}_{14} и момент M_{14} . Показываем силы тяжести и силы инерции звеньев. Картина силового нагружения группы Ассуря показана на рисунке 43.

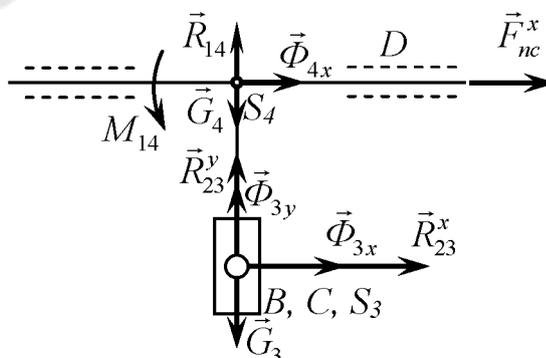


Рисунок 43. Картина силового нагружения группы Ассуря II(3,4)

Звенья 3 и 4 группы Ассура, образующие поступательную кинематическую пару, изображаем по отдельности, рисунки 44, 45. Показываем действующие между звеньями неизвестные реакции \vec{R}_{34} , \vec{R}_{43} , M_{34} , M_{43} . При этом будем учитывать, что $\vec{R}_{34} = -\vec{R}_{43}$ и $M_{34} = -M_{43}$.

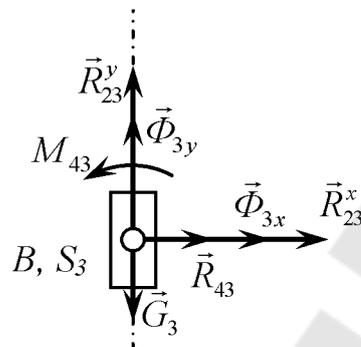


Рисунок 44. Картина силового нагружения звеньев 3

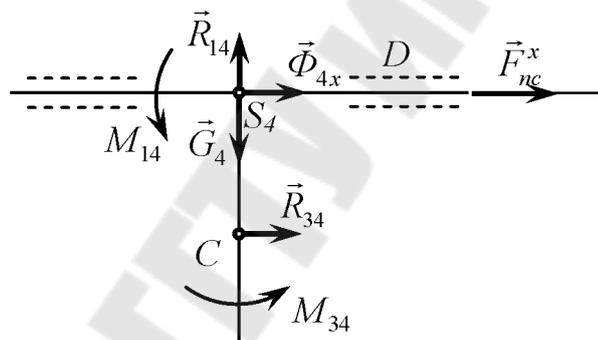


Рисунок 45. Картина силового нагружения звеньев 4

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 3, относительно точки B :

$$\sum M_B(\vec{F}_3) = 0: M_{43} = 0. \quad (3.34)$$

Для звена 3 составляем уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y :

$$\sum F_{3x} = 0: R_{43} + \Phi_{3x} + R_{23}^x = 0, \quad (3.35)$$

$$\sum F_{3y} = 0: \Phi_{3y} - G_3 + R_{23}^y = 0. \quad (3.36)$$

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 4, относительно точки C :

$$\sum M_C(\vec{F}_4) = 0: M_{14} - \Phi_{4x} \cdot (y_{S_4} - y_c) = 0. \quad (3.37)$$

Составляем уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y для звена 4:

$$\sum F_{4x} = 0: R_{34} + \Phi_{4x} + F_{nc}^x = 0, \quad (3.38)$$

$$\sum F_{4y} = 0: R_{14} - G_4 = 0. \quad (3.39)$$

Решая полученную систему уравнений (3.31)–(3.39), находим неизвестные реакции связей R_{23}^x , R_{23}^y , R_{14} , M_{14} , R_{43} , M_{43} .

Находим модуль реакции \vec{R}_{23} в шарнире B по формуле

$$R_{23} = \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}.$$

Силовой расчет входного звена 2. Силовой расчет входного звена 2 синусного механизма аналогичен силовому расчету входного звена 2 шарнирного четырехзвенника, см. п. 3.1.

Литература

1. Теория механизмов и механика машин: учебник для вузов /К. В. Фролов [и др.]; под ред. Г. А. Тимофеева. – Москва: МГТУ, 2009. – 687 с.
2. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов – Москва: Наука, 1988. – 639 с.
3. Теория механизмов и машин: учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / М. З. Коловский [и др]. – Москва: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
4. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие для вузов / под ред. Г. А. Тимофеева, Н. В. Умнова – Москва: МГТУ, 2010. – 154 с.
5. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов – Москва: Наука, 1990. – 590 с.
6. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов Практикум по курсу «Теория механизмов и машин» для студентов машиностроительных специальностей дневной и заочной форм обучения / Д. Г. Кроль, Н. В. Иноземцева, М. И. Лискович. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2012. – 55 с.

Учебное издание

Кроль Дмитрий Григорьевич
Иноземцева Наталья Владимировна
Концевой Иван Александрович
Лискович Михаил Ильич

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Практикум

по курсу «Теория механизмов и машин»
для студентов специальности
1-36 01 01 «Технология машиностроения»
дневной и заочной форм обучения

**Кроль Дмитрий Григорьевич
Иноземцева Наталья Владимировна
Концевой Иван Александрович и др.**

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

**Практикум
по курсу «Теория механизмов и машин»
для студентов специальности 1-36 01 01
«Технология машиностроения»
дневной и заочной форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 17.12.14.

Per. № 113E.

<http://www.gstu.by>