УДК 539.3

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ОБОЛОЧКЕ, ОСЛАБЛЕННОЙ ОТВЕРСТИЕМ

С. Ф. Андреев

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого, Беларусь

С увеличением интенсивности действующих нагрузок на тонкостенные конструкции в зонах повышенных напряжений возникают нелинейные деформации геометрического или физического характера. При переходе материала в неупругое состояние существенно изменяются поля напряжений и деформаций. Известно, что напряженное состояние возле концентраторов напряжений, как в упругом случае, так и за пределами упругости имеет локальный характер. Размеры зоны повышенных напряжений зависят от геометрических и физических параметров оболочек, формы и размеров концентратора напряжений.

Разработан алгоритм численного исследования локальных полей напряжений для оболочки с произвольно заданной срединной поверхностью. В качестве криволинейных координат срединной поверхности примем $\alpha_1 = Z$ и $\alpha_2 = \theta$. Здесь Z – ось вращения меридиана поверхности; θ – угол поворота радиуса единичной окружности, на которую отображаем контур параллельного сечения оболочки [1].

Локальные поля нелинейных напряжений деформаций позволяют использовать в решении разрешающие уравнения для пологих оболочек в комплексных координатах:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial^2 \Omega \partial^2 \overline{\Omega}} = \frac{1}{16}\Big((Q^0 + L) + i\beta^2 (P^0 + \Theta)\Big), \text{ где } \Omega = \alpha_1 + i\alpha_2 \text{ и } \overline{\Omega} = \alpha_1 - i\alpha_2 .$$

Здесь β – малый параметр, определяемый по относительному размеру отверстия; $\Phi = F + i\beta^2 W$ – искомая комплексная функция прогибов и напряжений; $Q^0(F) = (q_n + \nabla_k^2 F)/D$, $P^0(W) = -Eh\nabla_k^2 W$ – функции, определяющие линейное решение; $\nabla_k^2 = k_1 \dfrac{\partial^2}{\partial \alpha_2^2} + k_2 \dfrac{\partial^2}{\partial \alpha_1^2}$ – дифференциальный оператор; $D = D(Z)$ – цилиндрическая жесткость; $h = h(Z)$ – толщина стенки оболочки.

Нелинейность задачи определяют функции:

$$L(W) = \left(\left(\frac{\partial^2 W}{\partial Z \partial \theta}\right)^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2}\right) Eh ,$$

$$\Theta(W, F) = \frac{1}{D}\left(2\frac{\partial^2 W}{\partial Z \partial \theta}\frac{\partial^2 F}{\partial Z \partial \theta} - \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2}\frac{\partial^2 F}{\partial Z^2}\right).$$

Неоднородное бигармоническое уравнение решается методом Колосова–Мусхелишвили с разложением функций по малому параметру. Исследуемая область конформно отображается на плоскость $\xi = \rho \cdot e^{i\varphi}$, $\rho \geq 1$:

$$\Phi = \sum_{k=0}^{m} \Phi_k \cdot \beta^{2k}, \quad \Phi_k(\xi) + \frac{\Omega(\xi)}{\overline{\Omega'}(\bar{\xi})} \overline{\Phi'_k}(\bar{\xi}) + \overline{\Psi}_k(\bar{\xi}) = f_k(\xi), \quad \Omega(\xi) = Rj(\xi - \sum_{n=1}^{N} C_n \cdot \xi^{-n}).$$

Литература

1. Андреев, С. Ф. К расчету геометрических параметров замкнутой оболочки / С. Ф. Андреев // Современные проблемы машиноведения (науч. чтения, посвящ. П. О. Сухому) : тез. докл. VII Междунар. науч.-техн. конф., Гомель, 23–24 окт. 2008 г. / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. техн. ун-т им. П. О. Сухого, ОАО «ОКБ Сухо-го» ; под общ. ред. С. И. Тимошина. – Гомель, 2008. – С. 29–30.