

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Детали машин»

А. Т. Бельский, Г. П. Тариков

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**КУРС ЛЕКЦИЙ
по одноименной дисциплине
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Электронный аналог печатного издания

Гомель 2009

УДК 621.01:531.8(075.8)
ББК 30.12.я73
Б44

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 28.05.2007 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *М. П. Кульгейко*

Бельский, А. Т.
Б44 Прикладная механика : курс лекций по одной дисциплине для студентов электротехн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / А. Т. Бельский, Г. П. Тариков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 136 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.
ISBN 978-985-420-794-0.

Изложены основные положения механики материалов и деталей машин. Приведены общие требования, предъявляемые к деталям и узлам машин, методы расчета различных соединений, передач, валов и опор.

Для студентов электротехнических специальностей дневной и заочной форм обучения.

**УДК 621.01:531.8(075.8)
ББК 30.12.я73**

ISBN 978-985-420-794-0

© Бельский А. Т., Тариков Г. П., 2009
© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2009

ТЕМА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Основные характеристики и требования, предъявляемые к изделиям машиностроения. Критерии работоспособности. Все современные конструкции, машины, приборы и сооружения изготавливают или строят по заранее разработанным проектам. В проекте указываются все размеры элементов конструкций и деталей машин, необходимых для изготовления, материалы, а также описание технологии. В процессе проектирования определяются размеры деталей, входящих в состав машины, которые зависят от ряда условий и обстоятельств, в том числе от свойств материала изделия и от предполагаемых внешних воздействий.

Любая машина или конструкция должна обладать надежностью при эксплуатации и быть экономичной.

Экономичность в значительной мере определяется расходом материала, применением менее дефицитных конструкционных материалов, возможностью изготовления деталей по наиболее прогрессивным технологиям. Надежность конструкции обеспечивается, если она сохраняет *прочность, жесткость и устойчивость* при гарантированной долговечности. Надежность и экономичность – противоречивые требования.

Прочность – это способность элемента конструкции сопротивляться разрушению при действии на нее внешних сил (нагрузок).

Жесткость – способность элемента конструкции сопротивляться деформации.

Устойчивость – свойство системы сохранять свое начальное равновесное положение при внешних воздействиях.

Долговечность конструкции состоит в ее способности сохранять необходимые для эксплуатации свойства в течение заранее предусмотренного отрезка времени.

Деформирование – свойство конструкции изменять свои геометрические размеры и форму под действием внешних сил.

Классификация внешних сил. Внешние силы, действующие на элемент конструкции, подразделяются на 3 группы: сосредоточенные, распределенные и объемные или массовые силы.

Сосредоточенные силы – силы, действующие на небольших участках поверхности детали (например, давление шарика шарикоподшипника на вал, давление колеса на рельсы и т. п.).

Распределенные силы приложены к значительным участкам поверхности (например, давление пара в паропроводе, трубопроводе, котле, давление воздуха на крыло самолета и т. д.).

Объемные или **массовые силы** приложены к каждой частице материала (например, силы тяжести, силы инерции).

Основные допущения. Предполагается, что все материалы обладают определенными свойствами и могут быть:

– **однородные** – материалы, которые имеют одинаковые свойства во всех точках тела;

– **сплошные** – материалы, у которых непрерывно заполнен отведенный им объем;

– **изотропные** – материалы, которые обладают одинаковыми свойствами во всех направлениях;

– **анизотропные** – материалы, свойства которых в разных направлениях различны;

– **деформируемые** – материалы, обладающие свойством изменять свои начальные размеры и форму под действием внешней нагрузки;

– **упругие** – материалы, обладающие свойством восстанавливать свои первоначальные форму и размеры после снятия нагрузки.

Помимо рассмотренных выше допущений вводится ряд гипотез, позволяющих значительно упростить расчет:

Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции): результат совместного воздействия нескольких сил равен сумме (алгебраической или геометрической) результатов воздействия каждой из них в отдельности.

Принцип Сен-Венана (принцип локальности): на достаточном удалении от места приложения нагрузки конкретный способ осуществления этой нагрузки можно не учитывать.

Гипотеза Бернулли (гипотеза плоских сечений): поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси при действии нагрузки.

Упрощения в геометрии реального объекта. Все элементы конструкций, условно делятся на три типа: брус, пластину, оболочку.

Брусом называется элемент, длина которого значительно больше его поперечных размеров. Геометрическое место точек, совпадающих с центрами тяжести площадей поперечных сечений бруса, называется *осью бруса*. Брус, работающий при растяжении, называется *стержнем*, при изгибе – *балкой*, при кручении – *валом*.

Элемент конструкции, образованный двумя поверхностями, отстоящими друг от друга на малое расстояние, называется **оболочкой**.

Оболочка, срединная поверхность которой представляет собой плоскость, называется **пластиной**.

Элемент конструкции, размеры которого во всех направлениях мало отличаются друг от друга, называется *массивом*.

Внутренние силы. Метод сечений. Внутри любого материала имеются внутренние межатомные силы. Если к твердому телу (рис. 1, а) приложить внешние силы, то оно будет деформироваться. При этом изменяются расстояния между частицами тела, что в свою очередь приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия. Для определения внутренних усилий используют *метод сечения*. Для этого тело мысленно рассекают плоскостью и рассматривают равновесие одной из его частей (рис. 1, б). Метод сечений позволяет выявить внутренние силовые факторы, но для оценки прочности необходимо знать внутренние силы в любой точке сечения. С этой целью вводится числовая мера интенсивности внутренних сил – *напряжение*.

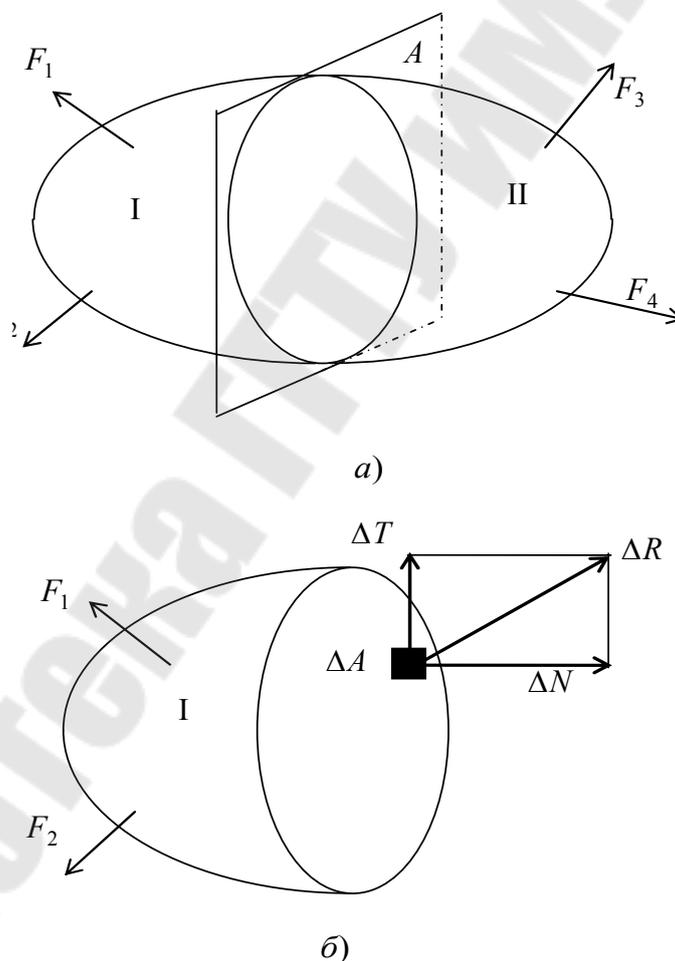


Рис. 1

Понятие о напряжениях. Выделим в сечении площадку размером ΔA . Равнодействующая внутренних сил, действующих на площадку, равна ΔR , модуль которой зависит от размера выделенной

площадки. Равнодействующую ΔR разложим на две составляющие: ΔN , направленную по нормали к площадке, и ΔT , действующую по площадке.

Отношение $\frac{\Delta R}{\Delta A} = p_{\text{cp}}$ называется средним напряжением по площадке ΔA . Вектор среднего напряжения совпадает по направлению с вектором равнодействующей ΔR .

При уменьшении площадки ΔA изменяются как модуль, так и направление равнодействующей ΔR , а вектор \vec{p}_{cp} приближается к истинному значению значения напряжения \vec{p} в заданной точке.

Числовое значение истинного напряжения выражается равенством

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \sigma$ называется нормальным напряжением,

а отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \tau$ – касательным напряжением.

Зависимость между p , σ и τ имеет вид:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Виды деформационных состояний. В результате приведения внутренних сил к центру тяжести сечения в общем случае получаем шесть внутренних силовых факторов: продольную силу N , поперечные силы Q_x и Q_z , крутящий момент T и изгибающие моменты M_x и M_z (рис. 2).

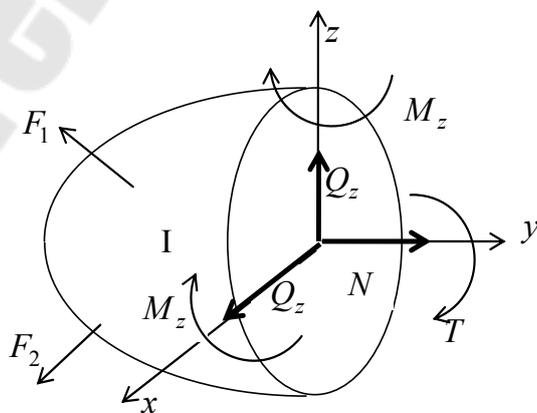


Рис. 2

В зависимости от действующих внутренних силовых факторов различают виды нагружения бруса:

1) *растяжение–сжатие* – в поперечном сечении действует только продольная сила N ;

2) *чистый сдвиг* – в поперечном сечении действует только поперечная сила Q_x или Q_z ;

3) *кручение* – в поперечном сечении действует только крутящий момент T ;

4) *прямой чистый изгиб* – в поперечном сечении действует только изгибающий момент M_x или M_z ;

5) *прямой поперечный изгиб* – в поперечном сечении действуют только поперечная сила Q_x и изгибающий момент M_x или Q_z и M_z .

ТЕМА 2. РАСТЯЖЕНИЕ–СЖАТИЕ

Нормальная сила. При растяжении или сжатии в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – *нормальная сила N* (рис. 3).

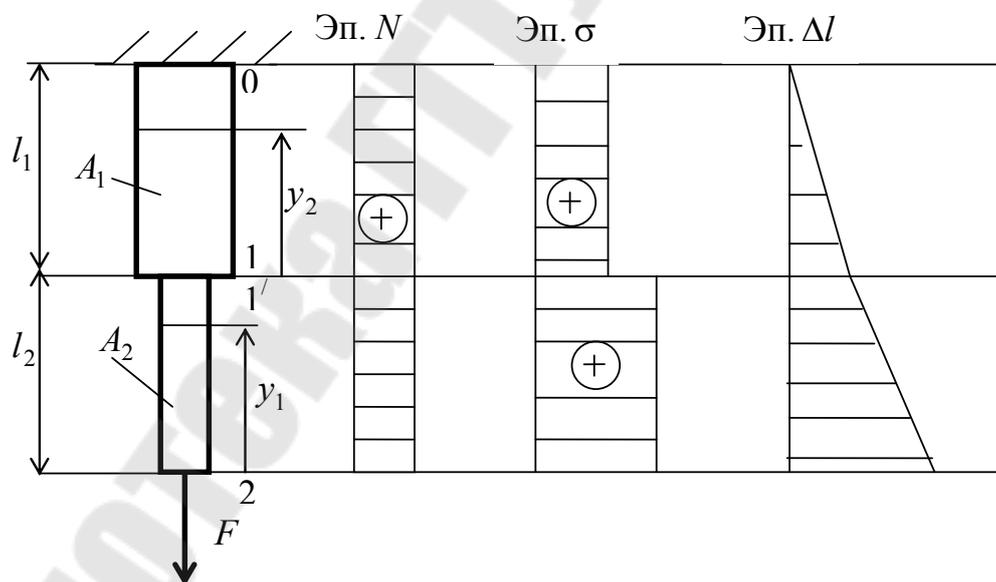


Рис. 3

Брус имеет два характерных участка. Для определения нормальной силы N воспользуемся методом сечения. На расстоянии y_1 проведем сечение на первом участке и рассмотрим равновесие отсечен-

ной части (рис. 4). Нормальную силу будем всегда показывать от сечения, что будет соответствовать растяжению бруса.

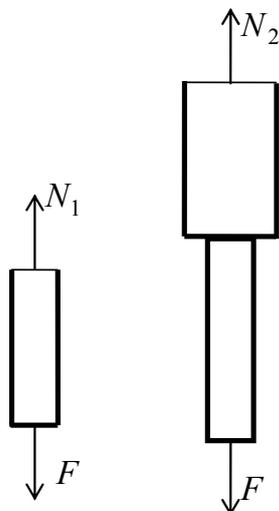


Рис. 4

Составим условие равновесия на ось y :

$$N_1 - F = 0,$$

откуда $N_1 = F$.

Проведем на втором участке сечение на расстоянии y_2 . Рассматривая равновесие отсеченной части, получаем $N_2 = F$. Строим эпюру нормальных сил.

Нормальные напряжения. Исходя из определения напряжения, можно записать:

$$N = \int_A \sigma dA,$$

где σ – нормальное напряжение в произвольной точке сечения.

Согласно гипотезе Бернулли (гипотеза плоских сечений) все продольные волокна бруса деформируются одинаково, а это означает, что напряжения в поперечных сечениях одинаковы, т. е. $\sigma = \text{const}$.

В этом случае получаем:

$$N = \sigma \int_A dA,$$

откуда $\sigma = \frac{N}{A}$.

Рассчитывая напряжения в каждом сечении, строим эпюру нормальных напряжений:

$$\sigma_0 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_1 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_{1'} = \frac{N}{A_2}; \quad \sigma_2 = \frac{N}{A_2}.$$

Перемещения и деформации. При растяжении бруса длиной l его длина увеличивается на величину Δl , а его диаметр d уменьшается на величину Δd (рис. 5).

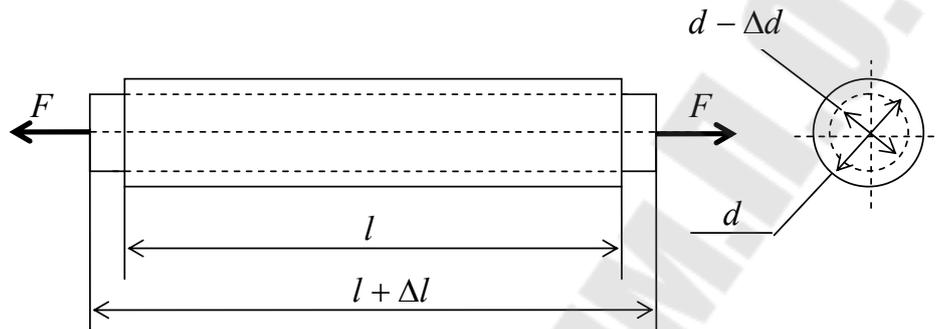


Рис. 5

Величина Δl называется *абсолютной продольной деформацией*, а Δd – *абсолютной поперечной деформацией*.

О степени деформирования бруса нельзя судить по значениям Δl и Δd , т. к. они зависят не только от действующих сил, но и от начальных размеров бруса. Для характеристики деформации бруса вводятся понятия относительная продольная деформация ε и относительная поперечная деформация ε' , которые рассчитываются по зависимостям:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}.$$

Отношение $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ называется *коэффициентом поперечной деформации* или *коэффициентом Пуассона*.

Для большинства материалов в стадии упругой деформации выполняется соотношение, представляющее собой математическое выражение закона Гука:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – коэффициент пропорциональности, который называется *модулем упругости первого рода*.

Подставляя в выражение закона Гука σ и ε , получим зависимость для определения абсолютного удлинения бруса

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta l}{l},$$

откуда $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$.

Произведение EA называется *жесткостью бруса при растяжении (сжатии)*.

Определяя перемещения каждого сечения, строим эпюру продольных перемещений сечений бруса (рис. 3):

$$\Delta l_0 = 0; \quad \Delta l_{10} = \frac{Nl_1}{EA_1}; \quad \Delta l_1 = \Delta l_0 + \Delta l_{10}; \quad \Delta l_{21} = \frac{Nl_2}{EA_2}; \quad \Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l_{21}.$$

Работа внешних сил и потенциальная энергия деформации. Внешние силы при нагружении совершают работу на вызываемых ими перемещениях. Работа внешних сил W полностью преобразуется в потенциальную энергию деформации U при статическом нагружении:

$$W = U = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{N^2 l}{2EA}.$$

Удельная потенциальная энергия деформации, накопленная в единичном объеме, определяется по зависимости

$$u = \frac{U}{V} = \frac{N \Delta l}{2Al} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon.$$

Диаграмма растяжения. Основные механические свойства материала. Необходимые сведения о различных механических свойствах материала получают экспериментальным путем. Самым распространенным является испытание на растяжение. Испытание проводят на разрывной машине стандартного образца. При нагружении снимают показания растягивающей силы и длину образца. Затем строится условная диаграмма растяжения в координатах ε и σ . Напряжение в сечении определяют по зависимости

$$\sigma = \frac{F}{A},$$

где F – сила нагружения; A – площадь поперечного сечения образца.

Относительная линейная деформация определяется из выражения

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где $\Delta l = l_i - l$ – относительное удлинение образца; l – исходная длина образца; l_i – длина образца в данный момент отсчета.

Диаграмма растяжения для пластичных материалов имеет вид, показанный на рис. 6.

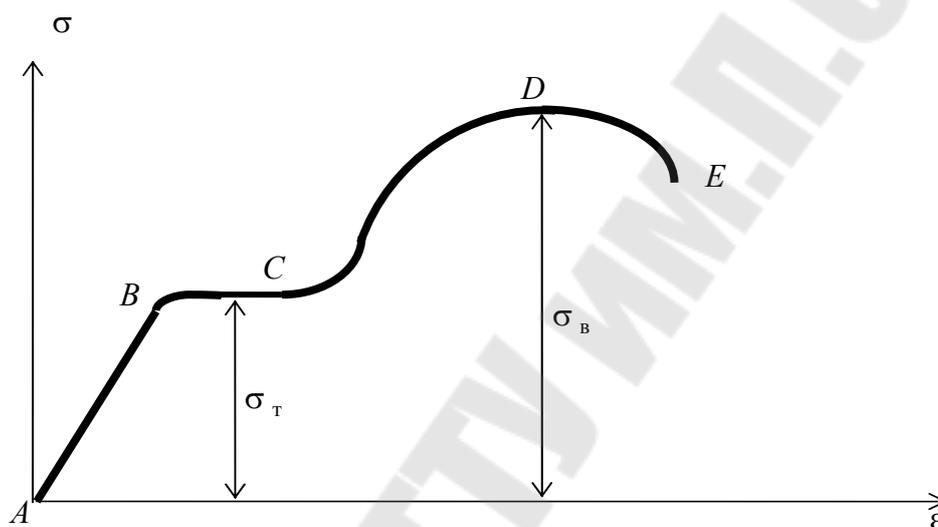


Рис. 6

На диаграмме растяжения можно выделить четыре характерных участка:

1) AB – участок пропорциональности. На этом участке выполняется закон Гука:

$$\sigma = \varepsilon E;$$

2) BC – площадка текучести. На этом участке происходит удлинение образца без изменения нагрузки. Напряжение, при котором происходит течение образца, называется пределом текучести и обозначается σ_T ;

3) CD – участок упрочнения. На этом участке для дальнейшего удлинения образца необходимо увеличить нагрузку;

4) в точке D происходит образование шейки и на участке DE происходит местное удлинение образца. Напряжение, при котором образуется шейка, называется пределом прочности и обозначается σ_B .

Допускаемые напряжения. На участке AB имеют место упругие деформации, т. е. после снятия нагрузки образец будет иметь первоначальные размеры. Поэтому для деталей, изготовленных из пластичных материалов, действующие напряжения не должны превышать напряжения текучести σ_T . С этой целью вводят понятия допускаемых напряжений, которые рассчитываются по зависимости

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]},$$

где $[s]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности, который зависит от назначения детали, точности расчетных формул и ряда других факторов.

Условие прочности и жесткости конструкции. Прочность конструкции будет обеспечена, если максимальное напряжение в ней не будет превышать допускаемого напряжения:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Для бруса, испытывающего напряжения растяжения, условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma_p].$$

Условие жесткости при растяжении бруса будет определяться зависимостью

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \leq [\Delta l],$$

где $[\Delta l]$ – допустимая деформация бруса.

ТЕМА 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Статические моменты сечения. Любое сечение бруса имеет определенную геометрическую форму и площадь (рис. 7).

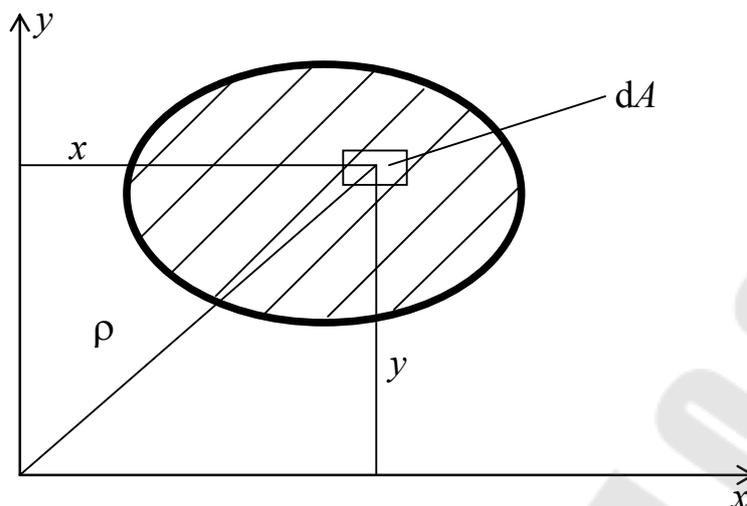


Рис. 7

Выделим в сечении элементарную площадку dA , положение которой определено координатами x и y . *Статическим моментом* сечения S называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояние до оси. Статические моменты сечения относительно осей x и y будут соответственно равны:

$$S_x = \int_A dA \cdot y; \quad S_y = \int_A dA \cdot x.$$

Определение центра тяжести сечения. Статические моменты сечения относительно осей, проходящих через центр тяжести, равны нулю, поэтому их используют для определения координат центров тяжести сечения. Для этого проводят вспомогательные оси x и y и координаты центра тяжести сечения определяют по зависимостям:

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A}.$$

Моменты инерции сечения. Осевым моментом инерции сечения I называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до оси. Осевые моменты инерции сечения относительно осей x и y будут соответственно равны:

$$I_x = \int_A dA \cdot y^2; \quad I_y = \int_A dA \cdot x^2.$$

Полярным моментом инерции сечения I_ρ называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до начала координат:

$$I_\rho = \int_A dA \cdot \rho^2.$$

Учитывая, что $\rho^2 = x^2 + y^2$, получаем $I_\rho = I_x + I_y$.

Полярный момент инерции сечения равен сумме осевых моментов инерции сечения.

Центробежным моментом инерции сечения I_{xy} называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояния до осей:

$$I_{xy} = \int_A dA \cdot x \cdot y.$$

Если сечение имеет ось симметрии, то центробежный момент инерции сечения равен нулю.

Определение моментов инерции простых геометрических фигур. Рассмотрим определения момента инерции прямоугольного сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести (рис. 8).

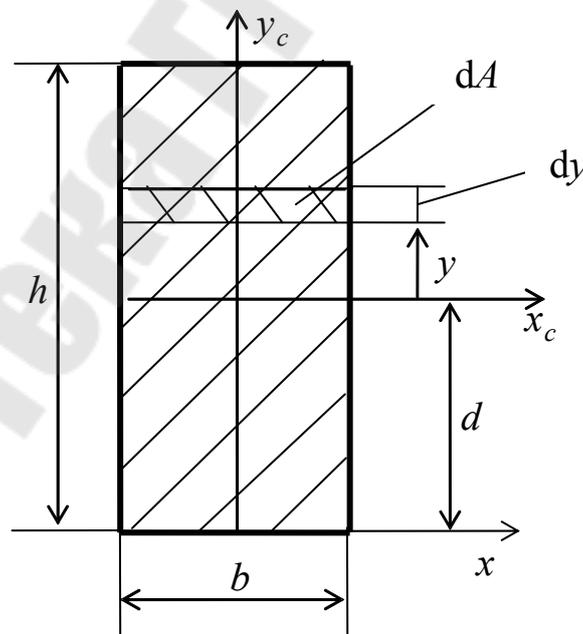


Рис. 8

Выделим элементарную площадь dA на расстоянии y от центральной оси x_c толщиной dy . Согласно определению, осевой момент инерции относительно оси x_c равен

$$I_{x_c} = \int_A dA \cdot y^2 .$$

В нашем случае элементарная площадь $dA = b \cdot dy$. Подставляя значения dA и изменяя пределы интегрирования, получаем

$$I_{x_c} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{by^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12} .$$

Аналогичным образом определяются моменты инерции плоского сечения.

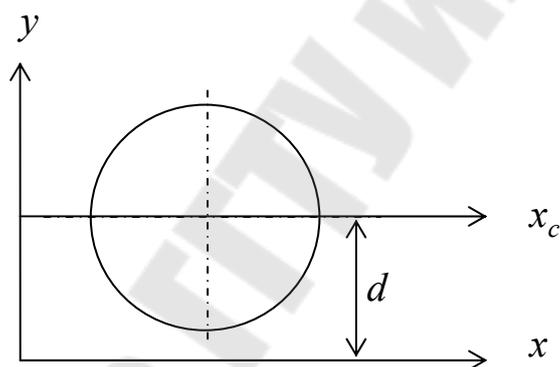


Рис. 9

Если известен момент инерции сечения относительно оси проходящей через центр тяжести (рис. 9), то момент инерции относительно другой параллельной оси, отстоящей на расстоянии d , определяется по формуле Штейнера

$$I_x = I_{x_c} + Ad^2 .$$

Если сечение имеет сложную геометрическую форму, то его разбивают на простые фигуры и его момент инерции рассчитывают как сумму моментов инерции отдельных фигур.

Найдем зависимость между моментами инерции относительно осей x , y и моментами инерции относительно осей u , v , повернутых на угол α . Угол α считается положительным, если поворот осуществ-

вляется против часовой стрелки. Пусть координаты элементарной площадки до поворота – x, y , после поворота – u, v (рис. 10).

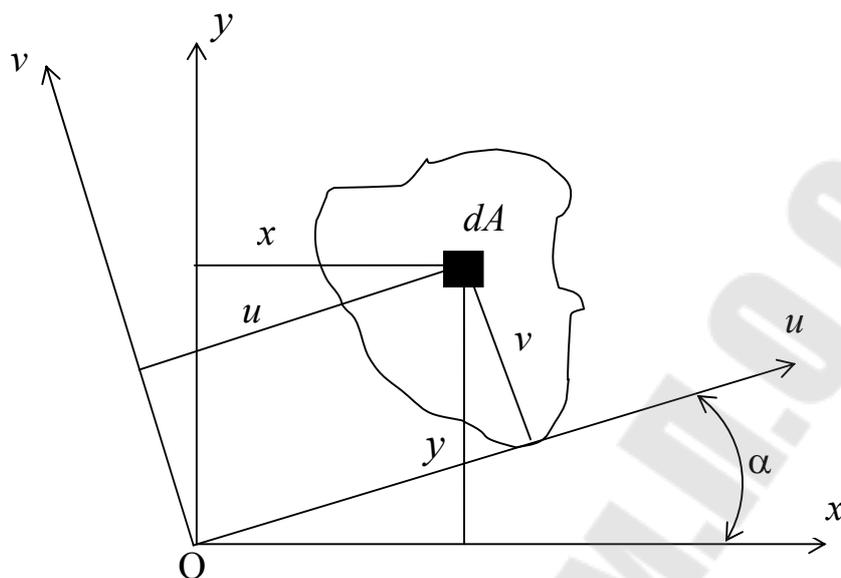


Рис. 10

Из рисунка следует:

$$u = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \quad v = y \cos \alpha - x \sin \alpha.$$

В этом случае:

$$I_v = \int_A u^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA =$$

$$= I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$I_u = \int_A v^2 dA = \int_A (y \sin \alpha + x \cos \alpha)^2 dA =$$

$$= I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$I_{uv} = \int_A uv dA = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA =$$

$$= \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha.$$

Главные оси инерции и главные моменты инерции. С изменением угла поворота осей α каждая из величин I_u и I_v меняется, а сумма их остается неизменной. Следовательно, существует такое

значение $\alpha = \alpha_0$, при котором моменты инерции достигают экстремальных значений, т. е. один из моментов инерции достигает своего максимального значения, в то время другой момент инерции принимает минимальное значение. Для нахождения значения α_0 возьмем первую производную от I_u и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dI_u}{d\alpha} = -2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0,$$

откуда $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$.

Нетрудно увидеть, что центробежный момент относительно осей, повернутых на угол α_0 , равен нулю.

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты инерции которых принимают экстремальные значения, называются *главными осями*. Если эти оси являются также и центральными, то они называются *главными центральными осями*.

Осевые моменты инерции относительно главных осей называются *главными моментами инерции*. Если сечение имеет ось симметрии, то эта ось всегда является одной из главных центральных осей инерции сечения.

Момент сопротивления сечения. Момент сопротивления сечения относительно оси представляет собой отношение момента инерции относительно данной оси к расстоянию до наиболее удаленной точки сечения от этой же оси:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}.$$

Момент сопротивления прямоугольного сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести (рис. 8), равен

$$W_{x_c} = \frac{I_{x_c}}{y_{\max}} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}.$$

Полярный момент инерции представляет собой отношение полярного момента инерции к наибольшему расстоянию от центра тяжести сечения до наиболее удаленной точки сечения:

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$$

ТЕМА 4. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Вырежем из напряженного тела в окрестности исследуемой точки произвольно бесконечно малый параллелепипед. На гранях параллелепипеда будут действовать нормальные и касательные напряжения. Направление нормальных напряжений совпадает с направлением внешней нормали. Касательные напряжения разложим на составляющие, параллельные осям.

Напряженным состоянием тела в точке называют совокупность нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, содержащим данную точку (рис. 11).

Обозначения нормальных напряжений содержат один индекс – наименование оси, которой параллельно данное напряжение. В обозначении касательных напряжений используются два индекса: первый совпадает с индексом нормального напряжения, действующего по данной площадке, а второй – наименование оси, которой параллельно данное касательное напряжение.

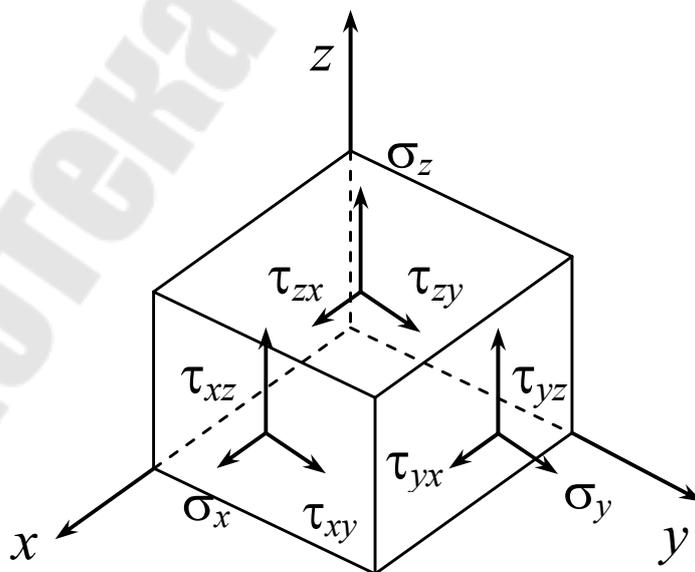


Рис. 11

Нормальное напряжение σ считается положительным, если оно направлено от площадки. Касательное напряжение τ считается положительными, если изображающий его вектор стремится вращать параллелепипед по часовой стрелке относительно любой точки, лежащей внутри параллелепипеда. Отрицательными считаются напряжения обратных направлений.

Закон парности касательных напряжений. Закон парности касательных напряжений устанавливает зависимость между величинами и направлениями пар касательных напряжений, действующих по взаимно перпендикулярным площадкам элементарного параллелепипеда.

Рассмотрим элементарный параллелепипед размеров dx , dy , dz (рис. 12).

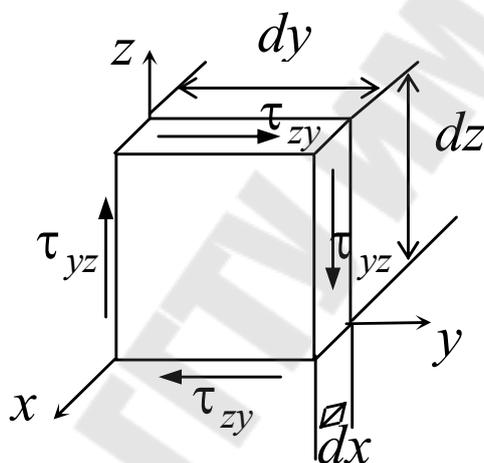


Рис. 12

Запишем уравнение равновесия параллелепипеда в виде суммы моментов относительно оси x :

$$-\tau_{zy} dx dy dz - \tau_{yz} dx dz dy = 0,$$

откуда получаем $\tau_{zy} = -\tau_{yz}$.

Аналогично можно получить $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$; $\tau_{xz} = -\tau_{zx}$.

Это и есть закон парности касательных напряжений.

Касательные напряжения по двум взаимно перпендикулярным площадкам равны по величине и противоположны по знаку.

Главные площадки и главные напряжения. Рассмотрим две *взаимно перпендикулярные* площадки с касательными напряжениями τ_{xy} и τ_{yx} . Согласно закону парности касательных напряжений знаки τ_{xy} и τ_{yx} противоположны. Поэтому если площадку с напряжением τ_{xy} поворачивать до совпадения с площадкой с напряжением τ_{yx} , то обязательно найдется такое положение площадки, когда $\tau = 0$.

Площадки, по которым касательные напряжения равны нулю, называются *главными*, а действующие по этим площадкам нормальные напряжения – *главными напряжениями*.

Главные напряжения обозначаются $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Элемент, выделенный главными площадками, показан на рис. 13.

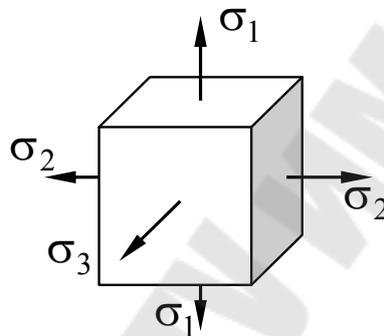


Рис. 13

Виды напряженного состояния тела. В зависимости от количества действующих главных напряжений различают три вида напряженных состояний: линейное, плоское и объемное.

Линейное напряженное состояние. Линейным или одноосным называется напряженное состояние, при котором два из трех главных напряжений равны нулю (рис. 14, а).

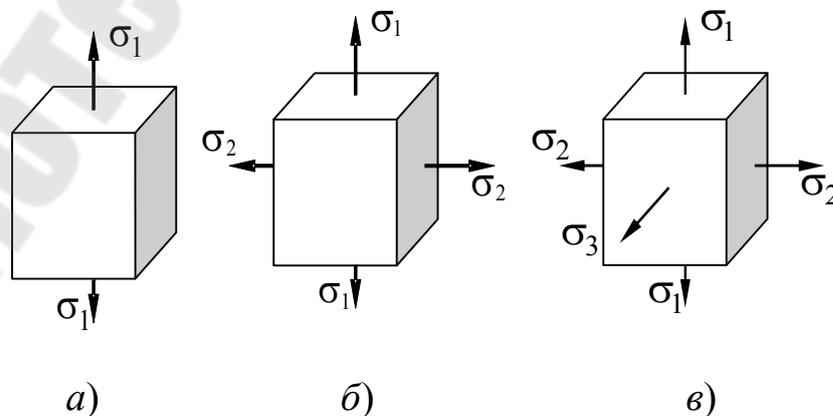


Рис. 14

Определим напряжения, возникающие в наклонном сечении AB , нормаль к которому повернута на угол α к направлению σ_1 .

За положительное направление отсчетов угла α примем направление против часовой стрелки.

В общем случае в наклонном сечении будут действовать как нормальные напряжения σ_α , так и касательные напряжения τ_α .

Их значения определим из условия равновесия нижней части.

Проектируя силы на направления σ_α , имеем:

$$\sigma_\alpha A_\alpha - \sigma_1 A \cos \alpha = 0,$$

учитывая, что $A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$, получаем $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha$.

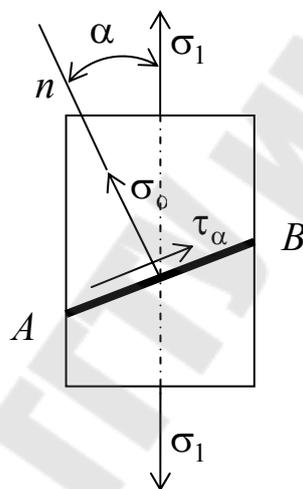


Рис. 15

Из суммы проекций сил на направления τ_α имеем:

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha.$$

Плоское напряженное состояние. Плоским или двухосным называется напряженное состояние, при котором одно из трех главных напряжений равно нулю (рис. 14, б).

Для плоского напряженного состояния различают две задачи – прямую и обратную. В прямой задаче гранями рассматриваемого элемента являются главные площадки (рис. 16, а).

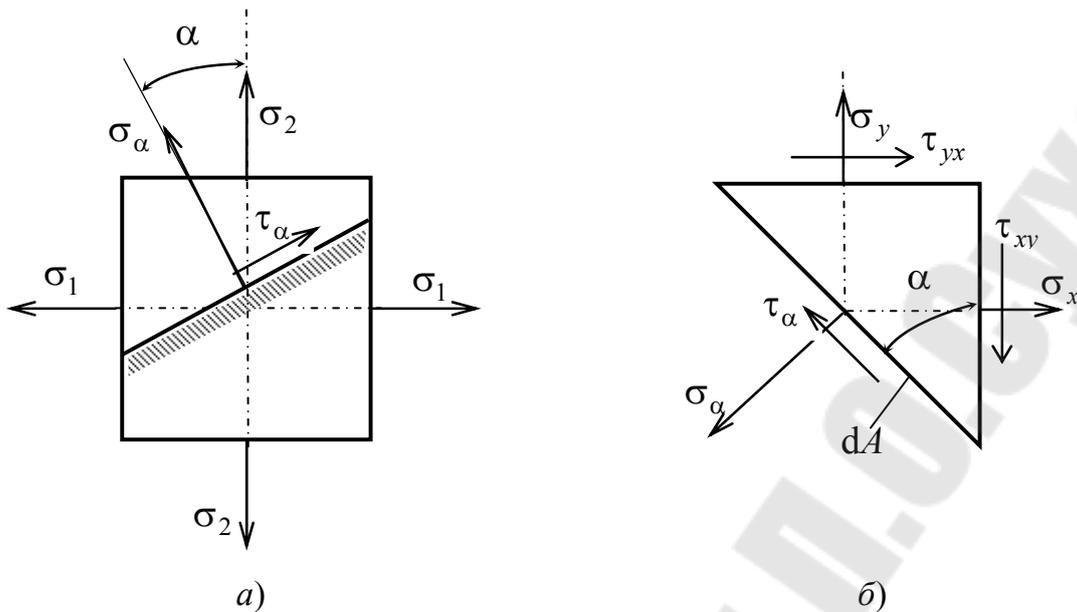


Рис. 16

Известны $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$, $\sigma_3 = 0$ и требуется определить напряжения σ_α и τ_α и σ_β и τ_β на произвольных площадках. В обратной задаче известны напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках σ_x , σ_y , τ_{yx} и τ_{xy} и требуется определить положение главных площадок и величины главных напряжений.

Прямая задача. Для решения этой задачи воспользуемся принципом независимости действия сил. Представим плоское напряженное состояние в виде суммы двух независимых линейных напряженных состояний: первое – при действии только напряжений σ_1 , второе – при действии только напряжений σ_2 . От каждого из напряжений σ_1 и σ_2 напряжения σ_α и τ_α в произвольной площадке равны:

$$\sigma_{\alpha 1} = \sigma_1 \cos^2 \alpha, \quad \sigma_{\alpha 2} = \sigma_2 \cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sigma_2 \sin^2 \alpha;$$

$$\tau_{\alpha 1} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha, \quad \tau_{\alpha 2} = \frac{\sigma_2}{2} \sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Таким образом, суммируя напряжения, возникшие при каждом линейном напряженном состоянии, получим:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Определим напряжения, действующие на площадку с углом наклона $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$, то есть перпендикулярную к площадке α :

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha, \quad \tau_{\beta} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Суммируя нормальные напряжения, действующие по произвольным взаимно перпендикулярным площадкам, получим:

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const.}$$

Сравнивая величины касательных напряжений, имеем $\tau_{\alpha} = -\tau_{\beta}$

Обратная задача. Определим сначала напряжения на наклонной площадке, наклоненной, к исходной при заданных напряжения на двух взаимно произвольных перпендикулярных площадках σ_x , σ_y , τ_{yx} и τ_{xy} (рис. 16, б).

Разрежем параллелепипед плоскостью, наклоненной под углом α к вертикальной грани, отбросим левую часть и рассмотрим равновесие правой части.

Если обозначить через dA площадь наклонной грани, то площади вертикальной и горизонтальной граней будут соответственно равны $dA \cos \alpha$ и $dA \sin \alpha$.

Спроектируем силы на направления σ_{α} и τ_{α} :

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha} dA - \tau_{yx} dA \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_y dA \sin \alpha \sin \alpha + \tau_{xy} dA \cos \alpha \sin \alpha - \\ - \sigma_x dA \cos \alpha \cos \alpha = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha} dA - \tau_{yx} dA \sin \alpha \sin \alpha + \sigma_y dA \sin \alpha \cos \alpha - \tau_{xy} dA \cos \alpha \cos \alpha - \\ - \sigma_x dA \cos \alpha \sin \alpha = 0. \end{aligned}$$

Сокращая на dA и учитывая, что $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$, получаем:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha.$$

Для отыскания экстремального значения нормального напряжения продифференцируем σ_α по α :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} &= -2\sigma_x \cos \alpha \sin \alpha + 2\sigma_y \sin \alpha \cos \alpha - 2\tau_{xy} \cos 2\alpha = \\ &= -2 \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha = -2\tau_\alpha. \end{aligned}$$

Экстремум напряжения σ_α достигается при тех углах α , при которых $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -2\tau_\alpha = 0$. Отсюда следует, что нормальные напряжения достигают экстремума на тех площадках, где касательные ускорения обращаются в нуль. Эти площадки называются *главными*, а напряжения, возникающие на них – *главными напряжениями*.

Предполагая, что главные площадки наклонены к исходным площадкам на угол α_0 , получаем:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}.$$

Полученному равенству удовлетворяют два значения угла α_0 , отличающиеся на 90° . Таким образом, данная формула определяет две взаимно перпендикулярные площадки, на которых нормальные напряжения принимают экстремальные значения. Учитывая, что сумма нормальных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам постоянна, то на одной площадке будет действовать максимальное нормальное напряжения, а на другой – минимальное.

Модули главных напряжений определяют по зависимости:

$$\sigma_{\max}^{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

Объемное напряженное состояние. Объемным или трехосным называется напряженное состояние, при котором все три главных напряжения отличны от нуля (рис. 14, в). Для объемного напряженного состояния справедливо равенство

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{const}.$$

Обобщенный закон Гука. Обобщенный закон Гука представляет собой связь между напряжениями и деформациями в случае объемного. Он может быть получен на основании закона Гука для линейного напряженного состояния и принципа независимости действия сил.

Представляя объемное напряженное состояние в виде суммы трех линейных напряженных состояний и учитывая, что при линейном напряженном состоянии $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ и $\varepsilon' = \mu\varepsilon = \mu \frac{\sigma}{E}$, выражения для деформации в направлении действия главных напряжений будут иметь вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].$$

Эти выражения носят название *обобщенного закона Гука*, записанного для главных площадок. Деформации ε_1 , ε_2 и ε_3 в направлении главных напряжений называются *главными деформациями*.

ТЕМА 5. ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ. ЧИСТЫЙ СДВИГ

Теории прочности. В каждой теории прочности используется определенная гипотеза прочности, которая представляет собой предположения о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора.

Наиболее важными факторами, связанными с возникновением опасного состояния материала, являются нормальные и касательные напряжения, линейные деформации и потенциальная энергия деформации.

Эквивалентным напряжением называется напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряженное состояние стало *равноопасным* заданному напряженному состоянию.

Заменяя сложное напряженное состояние эквивалентным линейным, получаем возможность использовать при сложном напряженном состоянии условие прочности при простом растяжении:

$$\sigma_{\text{эkv}} \leq [\sigma_p].$$

Гипотеза наибольших нормальных напряжений. Эта гипотеза была выдвинута Галилеем в 1638 г. и носит название *первой теории прочности*.

В основу теории наибольших напряжений положена гипотеза о преимущественном влиянии наибольших по абсолютной величине нормальных напряжений.

Согласно этой теории прочности, опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее по модулю главное напряжение достигает предельного значения для заданного материала при простом растяжении (сжатии). Условия прочности при растяжении и сжатии имеют вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 \leq [\sigma_p] \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{экв}} = \sigma_3 \leq [\sigma_{\text{сж}}].$$

Эта теория прочности дает положительные результаты лишь для некоторых хрупких материалов.

Гипотеза наибольших линейных деформаций. Эта гипотеза была выдвинута Мариоттом в 1682 г. и носит название *второй теории прочности*.

Согласно данной теории прочности, опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшая по модулю относительная линейная деформация достигает предельного значения при простом растяжении или сжатии.

Максимальные относительные деформации согласно обобщенному закону Гука определяются при растяжении и сжатии соответственно по зависимостям:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_{\text{max}} = |\varepsilon_3| = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)]$$

Предельное значение относительной деформации при растяжении:

$$\varepsilon_{\text{пред}} = \frac{\sigma_B}{E}.$$

Откуда получаем:

$$[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \sigma_B.$$

Тогда условия прочности при растяжении и сжатии имеют вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq [\sigma_p];$$

$$\sigma_{\text{экв}} = [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)] \leq [\sigma_{\text{сж}}].$$

Экспериментальная проверка данной гипотезы выявила ряд существенных недостатков, поэтому она не применяется для расчетов.

Гипотеза наибольших касательных. Эта гипотеза была выдвинута Кулоном в 1773 г. и носит название *третьей теории прочности*.

Согласно данной теории прочности, опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигает значения, предельного для данного материала.

При объемном напряженном состоянии:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Условие прочности по третьей теории прочности имеет вид:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq [\tau] = \frac{[\sigma_p]}{2},$$

или

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma_p].$$

Во многих практических случаях третья теория прочности дает удовлетворительные результаты.

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Гипотеза энергии формоизменения. Эта гипотеза была выдвинута Бельтрами в 1885 г. и Губером в 1904 г. и носит название *четвертой теории прочности*.

Согласно данной теории прочности, опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда

удельная потенциальная энергия изменения формы достигает предельного для данного материала значения.

При объемном напряженном состоянии удельная потенциальная энергия изменения формы, выраженная через главные напряжения, определяется следующим уравнением:

$$u_{\phi} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

Предельное значение при простом растяжении:

$$u_{\phi_{\text{пред}}}^p = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2.$$

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma_p].$$

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

Гипотеза прочности Мора (пятая теория прочности). Гипотеза прочности Мора позволяет учесть различие в свойствах материала при растяжении и сжатии. Ее можно получить путем модификации гипотезы наибольших касательных напряжений.

Условие прочности по гипотезе Мора имеет следующий вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma_p]; \quad k \approx \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_{\text{сж}}]}.$$

Чистый сдвиг. Напряжения при чистом сдвиге. Чистым сдвигом называют такой вид нагружения, при котором в его поперечных сечениях действует только поперечная сила. Сдвиг, как вид нагружения, встречается редко и имеет место в заклепочных и сварных соединениях.

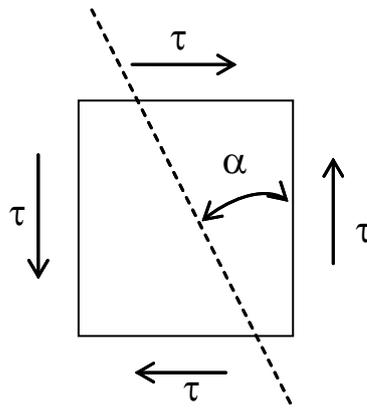


Рис. 17

При чистом сдвиге (рис. 17) в окрестности точки можно выделить элементарный параллелепипед с боковыми гранями, находящимися под действием одних лишь касательных напряжений.

Внутренняя поперечная сила при чистом сдвиге определяется методом сечений. Распределение касательных напряжений принимается равномерным, и тогда связь между поперечной силой и касательным напряжением имеет вид:

$$Q = \int_A \tau dA; \tau = \text{const}; Q = \tau A,$$

откуда $\tau = \frac{Q}{A}$.

При чистом сдвиге возникает плоское напряженное состояние, тогда напряжения, действующие на площадке составляющей угол α с вертикальной исходной площадкой равны:

$$\sigma_\alpha = \tau \sin 2\alpha; \tau_\alpha = -\tau \cos 2\alpha.$$

Касательные напряжения (рис. 17), по абсолютной величине больше касательных напряжений по любым другим площадкам. Следовательно, они являются экстремальными, а площадки, по которым они действуют – площадками сдвига. Так как по этим площадкам не действуют нормальные напряжения, то их называют площадками чистого сдвига и образуют с главными площадками углы, равные 45° .

Подставляя угол $\alpha = 45^\circ$, получаем $\sigma_\alpha = \tau = \tau_{\max}$.

Следовательно, при чистом сдвиге главные напряжения и экстремальные касательные напряжения равны друг другу. Подставив в уравнения значения углов α_1 и $\alpha_2 = \alpha_1 + 90^\circ$, получаем:

$$\sigma_{\alpha_1} = \tau \sin 2\alpha_1; \quad \sigma_{\alpha_2} = \tau \sin(2\alpha_1 + 180^\circ) = -\tau \sin 2\alpha_1; \quad \sigma_{\alpha_1} = -\sigma_{\alpha_2}.$$

При чистом сдвиге нормальные напряжения на любых двух взаимно перпендикулярных площадках равны друг другу по модулю и противоположны по направлению.

Деформации при чистом сдвиге. При чистом сдвиге длины ребер элементарного параллелепипеда не изменяются, а изменяются лишь углы между боковыми гранями. Первоначально прямые углы становятся равными $90^\circ + \gamma$ и $90^\circ - \gamma$ (рис. 18).

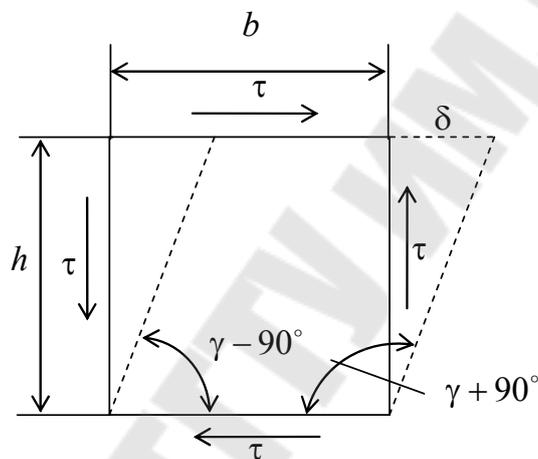


Рис. 18

Величина δ называется *абсолютным сдвигом*. Отношение абсолютного сдвига δ к расстоянию между противоположными гранями называется *относительным сдвигом*. При малых деформациях имеем:

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \frac{\delta}{h},$$

т. е. относительный сдвиг равен углу сдвига.

Угол сдвига γ пропорционален касательным напряжениям. Математическая зависимость между углом сдвига и касательным напряжением называется *законом Гука при сдвиге*:

$$\tau = \gamma G,$$

где G – коэффициент пропорциональности или модуль упругости второго рода.

Объемная деформация и потенциальная энергия при сдвиге. Относительное изменение объема при сдвиге определяется из объемного закона Гука:

$$\theta = \frac{1-\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

Величина θ не зависит от того, как в окрестности точки выделен элементарный параллелепипед. Так как при чистом сдвиге боковые грани выделенного элементарного параллелепипеда являются площадками чистого сдвига, то $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$. Тогда относительное изменение объема при чистом сдвиге $\theta = 0$.

Полная удельная потенциальная энергия u равна сумме удельной потенциальной энергии изменения объема $u_{об}$ и удельной потенциальной энергии изменения формы u_{ϕ} :

$$u = u_{об} + u_{\phi}.$$

Учитывая, что при чистом сдвиге $\sigma_1 = \tau_{\max}$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\tau_{\max}$, получаем

$$u_{об} = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{1-2\mu}{6E} (\tau_{\max} + 0 - \tau_{\max})^2 = 0;$$

$$\begin{aligned} u_{\phi} &= \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) = \\ &= \frac{1+\mu}{3E} (\tau_{\max}^2 + 0 + \tau_{\max}^2 - 0 + 0 + \tau_{\max}^2) = \frac{1+\mu}{E} \tau_{\max}^2; \end{aligned}$$

$$u = 0 + \frac{1+\mu}{E} \tau_{\max}^2 = \frac{1+\mu}{E} \tau_{\max}^2.$$

Работа при чистом сдвиге. В результате деформации выделенного параллелепипеда работа силы будет определяться по выражению

$$W = \frac{T}{2} \delta,$$

где T – сила, действующая на грань параллелепипеда.

Ее величина будет равна

$$T = \tau bl = \tau_{\max} bl,$$

где l – размер параллелепипеда в направлении, перпендикулярном чертежу (рис. 18).

Учитывая, что $\delta = \gamma h = \frac{\tau}{G} h = \frac{\tau_{\max}}{G} h$, получаем

$$W = \frac{\tau_{\max} bl}{2} \frac{\tau_{\max} h}{G} = \frac{\tau_{\max}^2 hbl}{2G} = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2G}.$$

Так как работа силы при статическом действии численно равна потенциальной энергии, имеем:

$$U = W = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2G}.$$

Удельная потенциальная энергия в этом случае равна

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2GV} = \frac{\tau_{\max}^2}{2G}.$$

Приравнявая полученные выражения для удельной потенциальной энергии, получаем соотношение

$$\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 = \frac{\tau_{\max}^2}{2G},$$

откуда получаем связь между модулем упругости первого рода E и модулем упругости второго рода G :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

ТЕМА 6. КРУЧЕНИЕ

Кручением называют такой вид нагружения, когда в поперечных сечениях бруса возникает только один силовой фактор – крутящий момент. Брус, работающий на кручение, называется *валом*. При кручении вала его поперечные сечения поворачиваются друг относительно друга, вращаясь вокруг оси бруса.

Напряжения и деформации при кручении бруса. Под действием внешнего скручивающего момента, приложенного на правом конце бруса, левый конец которого жестко закреплен, брус будет закручиваться. Выделим из бруса элементарный цилиндр длиной dx (рис. 19). Будем считать, что левое сечение бруса жестко закреплено. Под действием крутящего момента T правое сечение повернется на некоторый угол $d\varphi$.

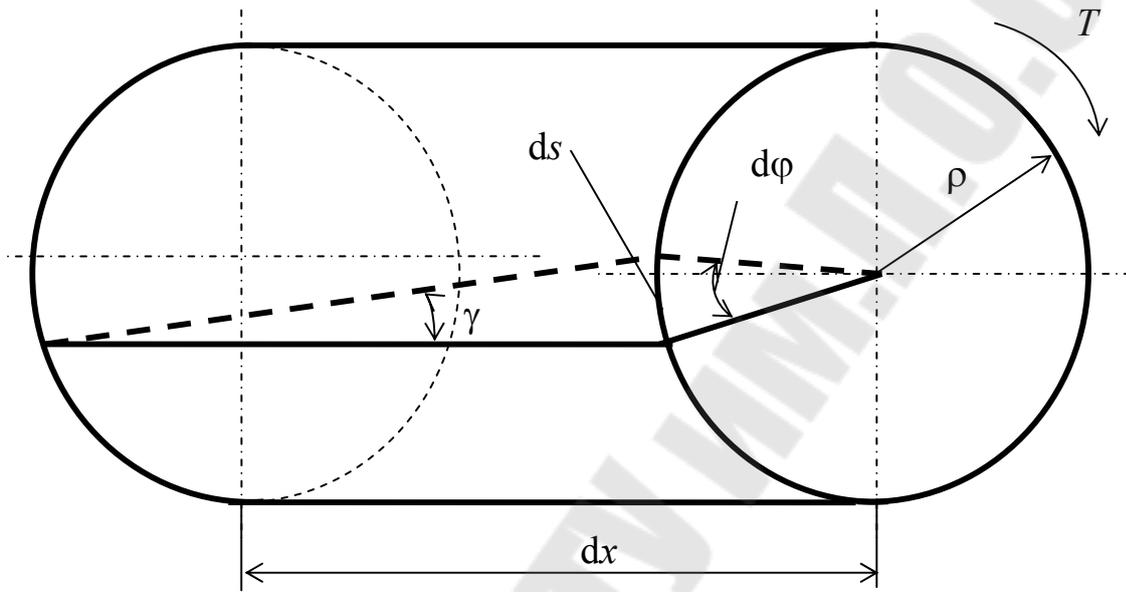


Рис. 19

Из рис. 19 видно, что $ds = \gamma \cdot dx = \rho \cdot d\varphi$, откуда получаем:

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dx} \rho.$$

Из данной зависимости видно, что угол сдвига γ изменяется по радиусу вала по линейному закону.

Деформация бруса при кручении характеризуется относительным углом закручивания $\theta = \frac{d\varphi}{dx}$. Согласно закону Гука при сдвиге,

имеем $\gamma = \frac{\tau}{G}$. Откуда получаем:

$$\tau = \frac{d\varphi}{dx} G\rho = \theta G\rho.$$

Из данной зависимости видно, что касательные напряжения изменяются по радиусу по линейному закону.

При кручении все внутренние силы, распределенные по поперечному сечению, приводятся к одной составляющей – крутящему моменту. Касательные напряжения перпендикулярны радиусам, проведенные через точки их действия (рис. 20).

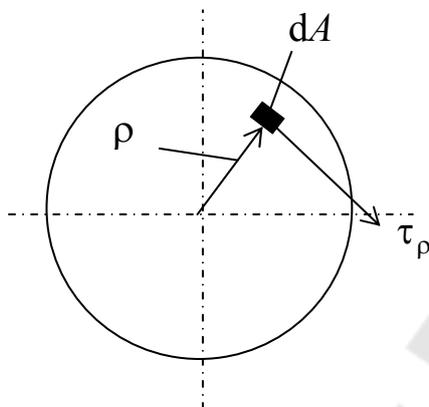


Рис. 20

Крутящий момент T в сечении бруса определяется по уравнению

$$T = \int_A \rho \tau_\rho dA,$$

где ρ – плечо элементарной силы.

Подставляя значение касательного ускорения, получим

$$T = \int_A \theta G \rho^2 dA = \theta G I_\rho = \frac{d\varphi}{dx} G I_\rho.$$

Элементарный угол закручивания:

$$d\varphi = \frac{T \cdot dx}{G I_\rho},$$

а полный угол закручивания бруса:

$$\varphi = \frac{T l}{G I_\rho}.$$

Максимальное касательное напряжение в поперечном сечении бруса будет определяться по зависимости

$$\tau_{\max} = \theta G \rho_{\max} = \frac{T}{I_{\rho}} \rho_{\max} = \frac{T}{\frac{I_{\rho}}{\rho_{\max}}} = \frac{T}{W_{\rho}}.$$

Таким образом, максимальное касательное напряжение в поперечном сечении бруса равно частному от деления крутящего момента на полярный момент сопротивления.

Расчеты на прочность и жесткость при кручении. Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau = \frac{T}{W_{\rho}} \leq [\tau].$$

Условие жесткости при кручении:

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_{\rho}} \leq [\varphi].$$

Для бруса круглого сечения эти условия имеют вид:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \leq [\tau]; \quad \varphi = \frac{32Tl}{G\pi d^4} \leq [\varphi].$$

Построение эпюр крутящих моментов. Крутящий момент в сечении бруса определяется методом сечений. По модулю он численно равен алгебраической сумме внешних моментов слева или справа от сечения.

Брус разбивается на участки, и на каждом участке проводится сечение (рис. 21).

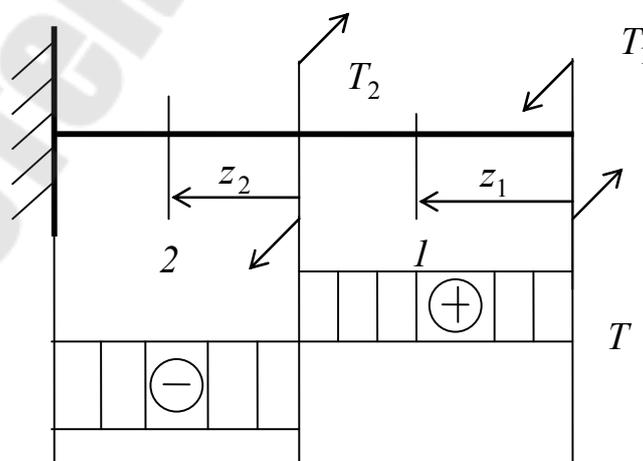


Рис. 21

В каждом сечении определяется крутящий момент, а затем строится эпюра крутящих моментов. Крутящие моменты в сечениях 1 и 2 (рис. 21) будут равны:

$$T_{z_1} = T_1; \quad T_{z_2} = T_1 - T_2.$$

ТЕМА 7. ПЛОСКИЙ ИЗГИБ

Основные понятия и определения. В отличие от деформации растяжения–сжатия и кручения изгиб представляет такую деформацию, при которой происходит искривление оси прямого бруса. *Осью бруса* называется геометрическое место точек центров тяжести поперечных сечений бруса.

Если в сечении бруса действует только один изгибающий момент, то изгиб называется *чистым*. Если в поперечных сечениях кроме изгибающего момента действует и поперечная сила, то изгиб называется *поперечным*.

Брус, работающий на изгиб, называется *балкой*. Изгиб называется *плоским*, если ось балки после деформации остается плоской линией. В противном случае имеет место *косой изгиб*.

В данном разделе рассматривается плоский прямой изгиб.

Нормальные напряжения при чистом прямом изгибе. Так как нормальные напряжения зависят только от изгибающих моментов, то вывод формулы для вычисления σ можно производить применительно к чистому изгибу.

Статическая задача о плоском изгибе. Изгибающий момент в сечении представляет собой сумму моментов всех элементарных внутренних нормальных сил $\sigma \cdot dA$, возникающих на элементарных площадках поперечного сечения балки (рис. 22), относительно нейтральной оси:

$$M_x = \int_A \sigma y dA.$$

Данное выражение представляет собой статическую сторону задачи о плоском изгибе.

Однако его нельзя использовать для определения нормальных напряжений, т. к. неизвестен закон распределения напряжений по сечению.

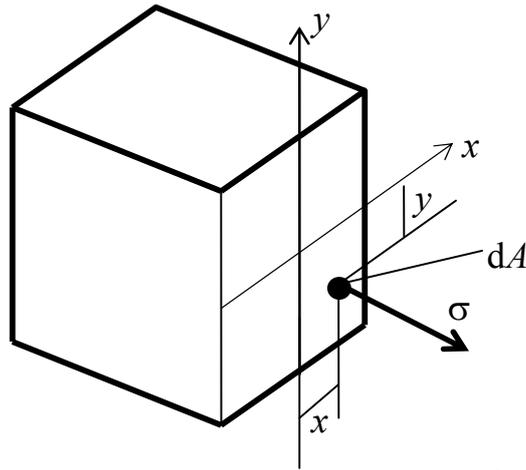


Рис. 22

Геометрическая сторона задачи о плоском изгибе. Выделим двумя поперечными сечениями элемент балки длиной dz (рис. 23).

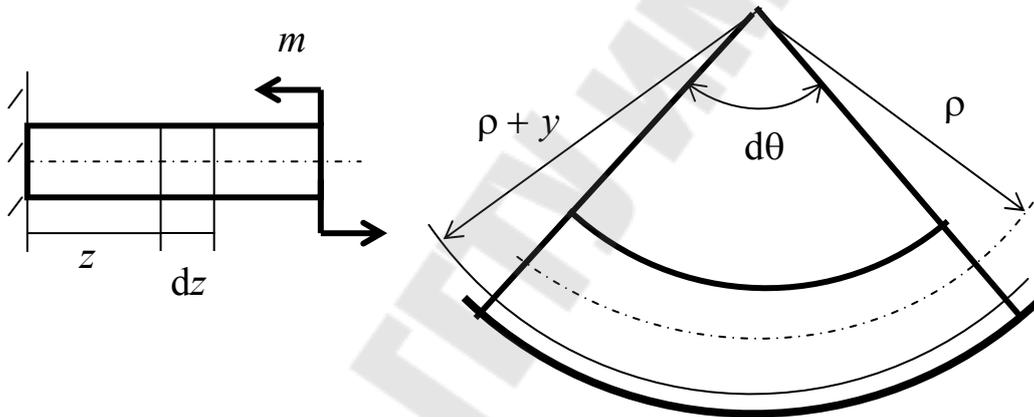


Рис. 23

Под нагрузкой нейтральная ось искривляется (радиус кривизны ρ), а сечения поворачиваются относительно своих нейтральных линий на угол $d\theta$. Длина отрезка волокон нейтрального слоя при этом остается неизменной:

$$dz = \rho \cdot d\theta.$$

Определим длину отрезка волокон, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии y

$$dz_1 = (\rho + y)d\theta.$$

Относительное удлинение в этом случае будет равно:

$$\varepsilon = \frac{dz_1 - dz}{dz} = \frac{(\rho + y)dz}{\rho \cdot dz} = \frac{y}{\rho}.$$

Зависимость $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ отражает геометрическую сторону задачи о плоском изгибе, из которой видно, что деформации продольных волокон изменяются по высоте сечения по линейному закону.

Физическая сторона задачи о плоском изгибе. Используя закон Гука при осевом растяжении, получаем:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}.$$

Подставив в выражение, отражающее статическую сторону задачи о плоском изгибе, значение σ , получаем:

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \int_A E \frac{y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x,$$

откуда $\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}$.

Подставив значение $\frac{1}{\rho}$ в исходную формулу, получаем:

$$\sigma = E \frac{M_x}{EI_x} y = \frac{M_x}{I_x} y.$$

Данное выражение отражает физическую сторону задачи о плоском изгибе, которое дает возможность рассчитать нормальные напряжения по высоте сечения.

Хотя это выражение получено для случая чистого изгиба, но как показывают теоретические и экспериментальные исследования, оно может быть использовано и для плоского поперечного изгиба.

Нейтральная линия. Положение нейтральной линии определим из условия равенства нулю нормальной силы в сечениях балки при чистом изгибе:

$$N = \int_A \sigma dA = \int_A \frac{M_x}{I_x} y dA.$$

Так как $M_x \neq 0$ и $I_x \neq 0$, то необходимо, чтобы нулю был равен интеграл $\int_A y dA$. Данный интеграл представляет собой статический момент сечения относительно нейтральной оси. Так как статический момент сечения равен нулю только относительно центральной оси, следовательно, нейтральная линия при плоском изгибе совпадает с главной центральной осью инерции сечения.

Касательные напряжения. Касательные напряжения, которые возникают в сечениях балки при плоском поперечном изгибе, определяются по зависимости

$$\tau = \frac{QS_{xo}}{bI_x},$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении балки; S_{xo} – статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси балки; b – ширина сечения в рассматриваемом слое; I_x – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Касательные напряжения равны нулю в крайних волокнах сечения и максимальны в волокнах нейтрального слоя.

Расчет балок на прочность при изгибе. Прочность балки будет обеспечена, если будут выполняться условия:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]; \quad \tau_{\max} \leq [\tau].$$

Максимальные нормальные напряжения при изгибе возникают в сечениях, где действует максимальный изгибающий момент, в точках сечения наиболее удаленных от нейтральной оси:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{I_x} y_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x}.$$

Максимальные касательные напряжения возникают в сечениях балки, где действует максимальная поперечная сила:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{xo}}{bI_x}.$$

Касательные напряжения τ_{\max} обычно малы по сравнению с σ_{\max} и в расчетах, как правило, не учитываются. Проверка по касательным напряжениям производится только для коротких балок.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. При расчете балок на прочность необходимо знать характер изменения изгибающего момента и поперечной силы вдоль оси балки и знать положение опасного сечения. С этой целью строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Поперечная сила Q_y в сечении численно равна алгебраической сумме всех внешних сил справа или слева от сечения.

Изгибающий момент M_x в сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил справа или слева от сечения.

Если внешняя сила стремится повернуть отсеченную часть по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения, то поперечная сила положительна (рис. 24).



Рис. 24

Изгибающий момент будет положительным, если при действии момента внешних сил балка искривляется выпуклостью вниз (рис. 25).

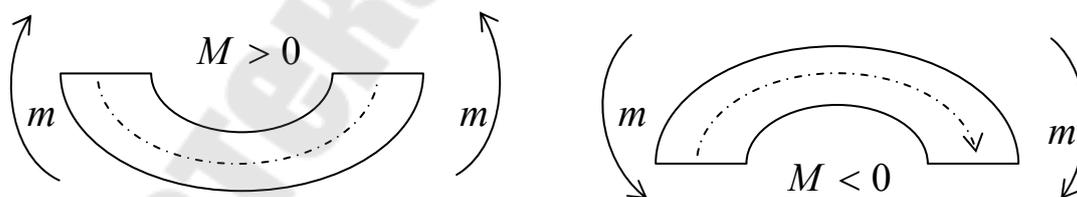


Рис. 25

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов рассмотрим на конкретном примере.

Пусть на балку действует внешний изгибающий момент $m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и внешняя сила $F = 12 \text{ кН}$, $l = 1 \text{ м}$. Определим реакции

в опорах A и B . Составим уравнения равновесия моментов всех внешних сил относительно опор A и B :

$$\sum M_A = 0; \quad -F \cdot l + m + R_B \cdot 3l = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -R_A \cdot 3l + F \cdot 2l + m = 0,$$

откуда:

$$R_B = \frac{F \cdot l - m}{3l} = \frac{12 \cdot 1 - 6}{3 \cdot 1} = 2 \text{ кН};$$

$$R_A = \frac{F \cdot 2l + m}{3l} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 1 + 6}{3 \cdot 1} = 10 \text{ кН}.$$

Проведем сечения на каждом характерном участке и определим значения поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x .

В сечении 1:

$$Q_{y1} = R_A; \quad M_{x1} = R_A z_1,$$

где $0 \leq z_1 \leq l$.

При $z_1 = 0$ м: $Q_{y1} = 10$ кН; $M_{x1} = 10 \cdot 0 = 0$ кН·м.

При $z_1 = l = 1$ м: $Q_{y1} = 10$ кН; $M_{x1} = 10 \cdot 1 = 10$ кН·м.

В сечении 2:

$$Q_{y2} = R_A - F; \quad M_{x2} = R_A(l + z_2) - Fz_2,$$

где $0 \leq z_2 \leq l$.

При $z_2 = 0$ м: $Q_{y2} = 10 - 12 = -2$ кН; $M_{x2} = 10 \cdot 1 = 10$ кН·м.

При $z_2 = l = 1$ м: $Q_{y2} = -2$ кН; $M_{x2} = 10(1 + 1) - 12 \cdot 1 = 8$ кН·м.

В сечении 3:

$$Q_{y3} = -R_B; \quad M_{x3} = R_B z_3,$$

где $0 \leq z_3 \leq l$.

При $z_3 = 0$ м: $Q_{y3} = -R_B = -2$ кН; $M_{x3} = 2 \cdot 0 = 0$ кН·м.

При $z_3 = l = 1$ м: $Q_{y3} = -2$ кН; $M_{x3} = 2 \cdot 1 = 2$ кН·м.

По полученным значениям строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 26).

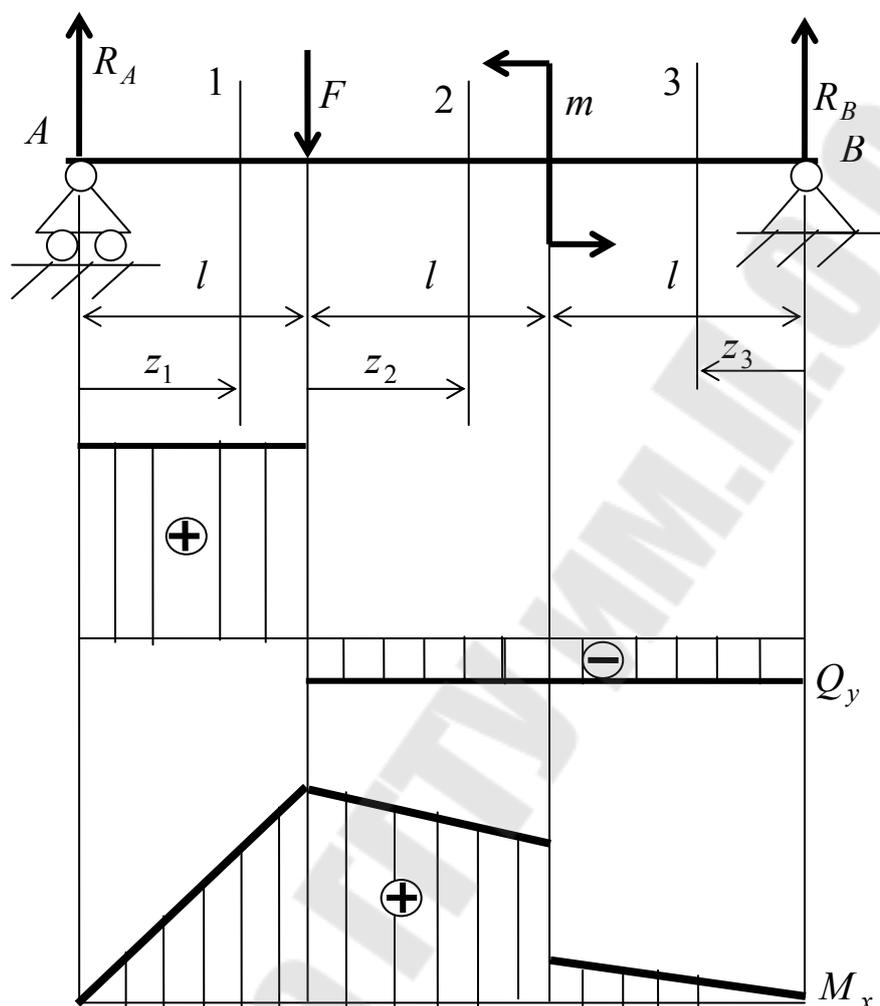


Рис. 26

ТЕМА 8. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Понятие о сложном сопротивлении. К сложному сопротивлению относятся такие виды нагружения бруса, при которых в поперечных сечениях возникают одновременно не менее двух внутренних силовых факторов. Исключением является поперечный изгиб, который не принято рассматривать как случай сложного сопротивления, хотя в сечениях возникает изгибающий момент и поперечная сила. Это связано с тем, что в большинстве случаев расчеты на прочность и жесткость проводятся без учета влияния поперечной силы.

Случаи сложного сопротивления можно условно разделить на две группы.

К *первой* группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда в опасных точках бруса напряженное состояние является одноосным. В эту группу относят косоу изгиб (рис. 27, *а*), изгиб с растяжением (рис. 27, *б*), внецентренное растяжение-сжатие (рис. 27, *в*) и др.

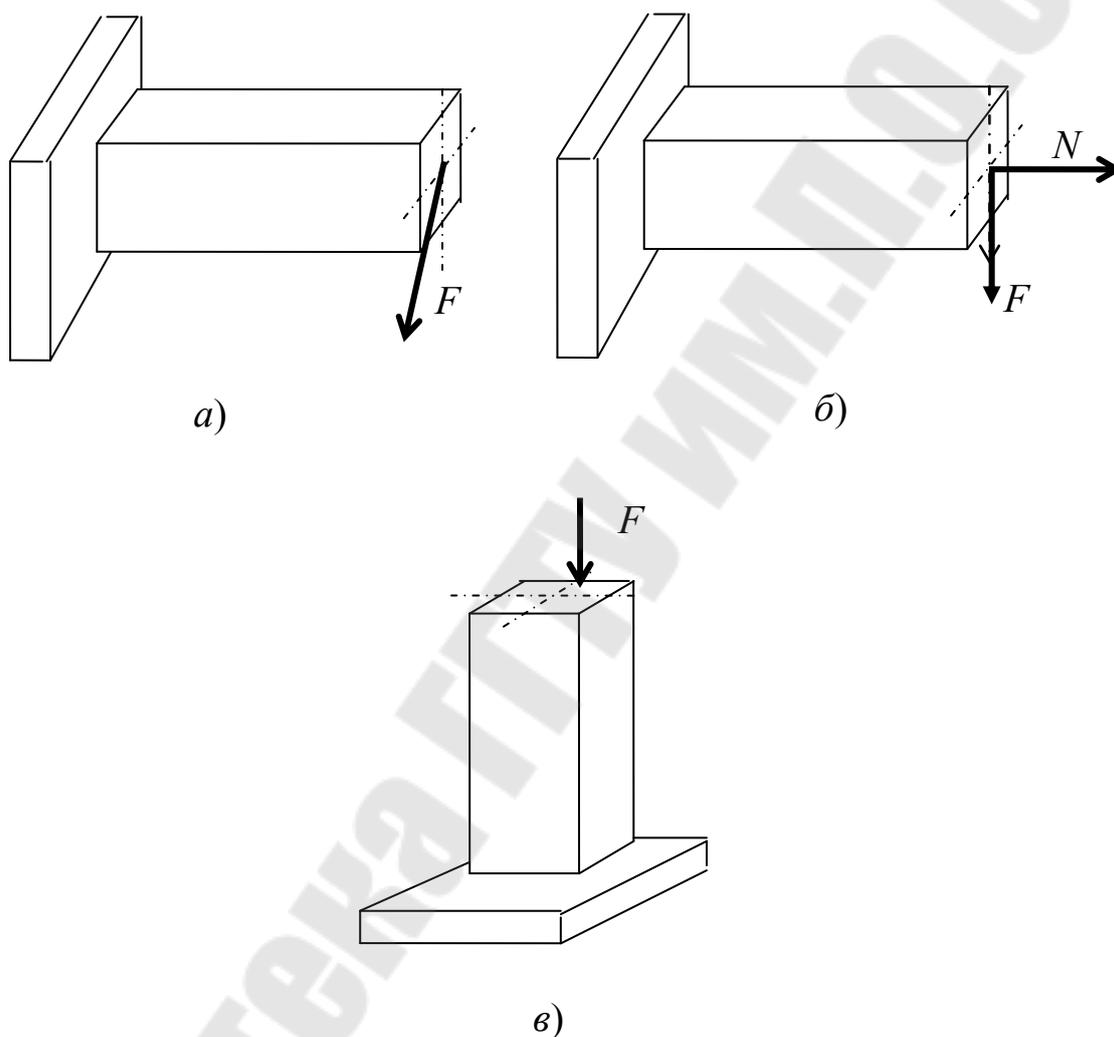


Рис. 27

При косоу изгибе условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} + \frac{M_y}{I_y} x_{\max} \leq [\sigma_p].$$

Условие прочности при изгибе с растяжением, пренебрегая действием поперечных сил, имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} + \frac{N}{A} \leq [\sigma_p].$$

Ко *второй* группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда напряженное состояние является плоским. Например, изгиб с кручением (рис. 28).

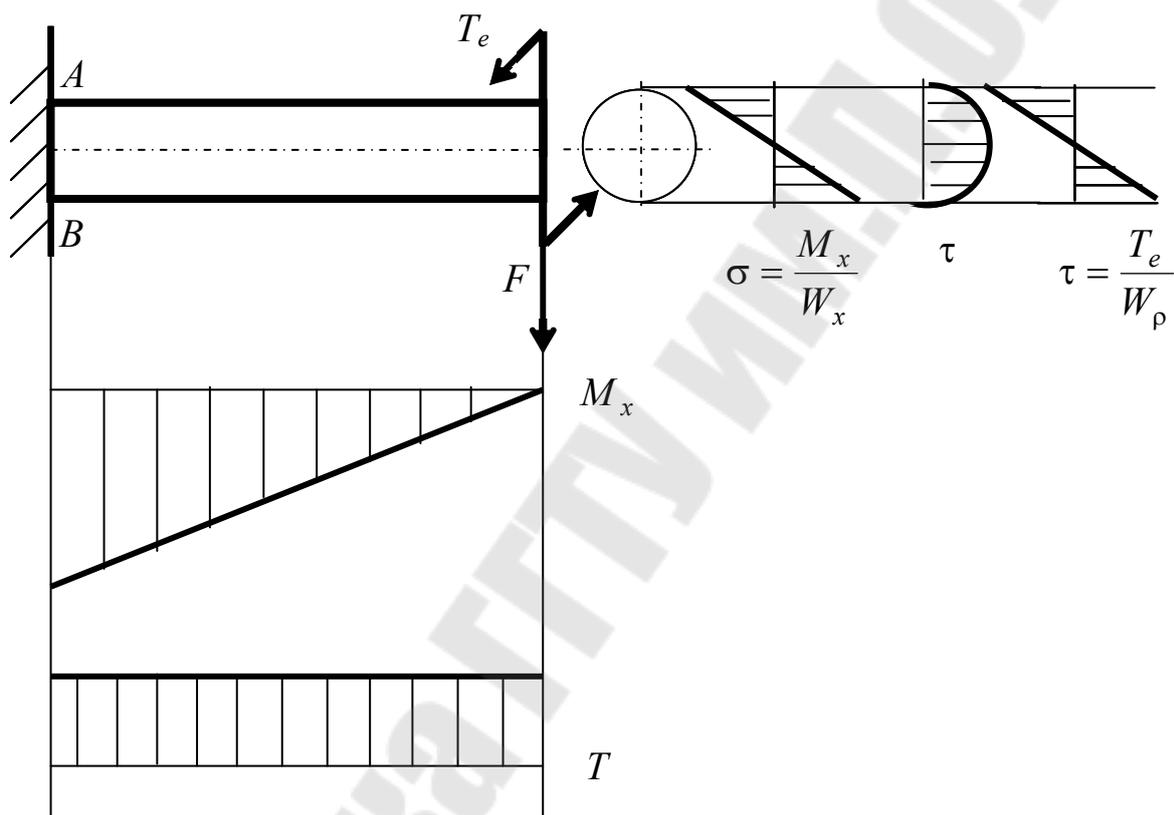


Рис. 28

Для случая нагружения, относящегося к первой группе, в отличие от второй группы, нет необходимости в применении гипотез прочности.

Изгиб с кручением. На практике часто встречаются стержни круглого и некруглого сечения, подверженные одновременному действию крутящих и изгибающих моментов.

Такому нагружению подвержены валы машин и механизмов и многих других конструкций.

Для расчета бруса необходимо в первую очередь установить опасные сечения. Для этого необходимо построить эпюры изгибающих и крутящих моментов (рис. 28).

Пользуясь принципом независимости действия сил, определим отдельно напряжения, возникающие в брус при кручении и при изгибе.

От кручения в поперечных сечениях бруса возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего значения в точках контура сечения:

$$\tau = \frac{T_e}{W_\rho}$$

При изгибе в поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, достигающие наибольшего значения в крайних волокнах бруса

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x}$$

и касательные напряжения, достигающие наибольшего значения у нейтральной оси, и определяемые по формуле Журавского:

$$\tau = \frac{Q_y S_{x0}}{I_x b}$$

Эти напряжения значительно меньше напряжений от крутящего момента, поэтому ими пренебрегают.

Опасное сечение бруса будет у заделки, где действуют максимальные напряжения от изгиба и кручения. Опасными точками будут точки *A* и *B*.

Рассмотрим напряженное состояние в наиболее опасной точке *A* (рис. 29).

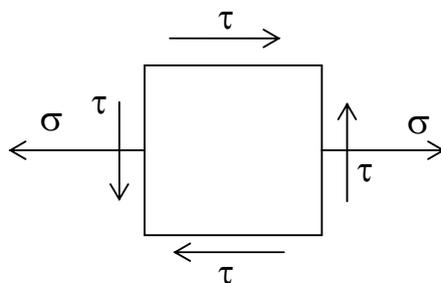


Рис. 29

Так как напряженное состояние двухосное, то для проверки прочности применяет одну из гипотез.

Применим третью теорию прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Учитывая, что $\sigma = \frac{M_x}{W_x}$ и $\tau = \frac{T_e}{2W_x}$, получаем:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + T_e^2}}{W_x} \leq [\sigma_p].$$

Отсюда для подбора сечения находим требуемый момент сопротивления:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_x^2 + T_e^2}}{[\sigma_p]}.$$

При проверочных расчетах, когда диаметр вала известен, коэффициент запаса прочности s вычисляется по формуле

$$s = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}}.$$

ТЕМА 9. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Соблюдение условий прочности и жесткости еще не гарантирует способности конструкций выполнять предназначенные им функции в эксплуатационных режимах. Наряду с выполнением условий прочности и жесткости необходимо обеспечить *устойчивость конструкций*.

При неизменной схеме нагружения под устойчивостью понимается свойство системы сохранять свое первоначальное равновесное состояние. Значения внешних сил, при которых происходит потеря устойчивости, называются *критическими*.

Рассмотрим длинный тонкий стержень (рис. 30) нагруженный осевой сжимающей силой F . В этом случае возможны две формы равновесия стержня: прямолинейная и криволинейная. При малых значениях силы F стержень сжимается, оставаясь прямолинейным.

Если его вывести из положения равновесия, то под действием упругих сил стержень, поколебавшись около положения равновесия, примет начальную форму. В этом случае устойчивой является прямолинейная форма (рис. 30).

Если увеличить сжимающую силу F , то при некотором ее значении отклоненный от вертикального положения стержень не возвратится к первоначальному положению по устранению причины, отклонившей его. В этом случае устойчивой является криволинейная форма равновесия (рис. 30, б).

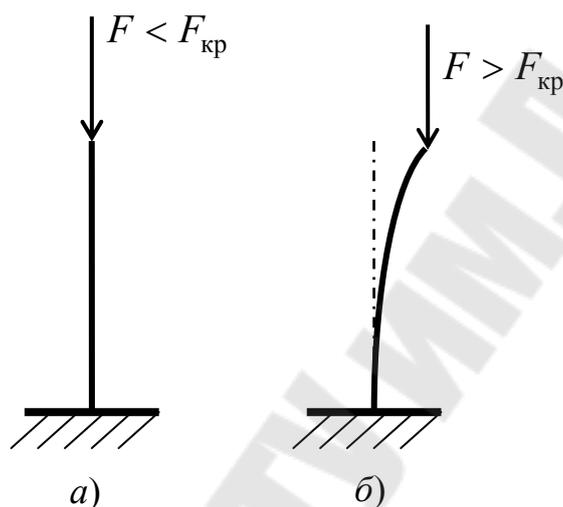


Рис. 30

Значение силы, при которой первоначальная форма равновесия упругого тела становится неустойчивой, называется *критической силой*. Наименьшее значение сжимающей силы, при котором сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму устойчивого равновесия, так же называют критической силой и обозначают $F_{кр}$.

Определение критической силы. Формула Эйлера. Рассмотрим решение задачи об устойчивости сжатого стержня силой $F_{кр}$, у которого оба конца закреплены шарнирно (рис. 31).

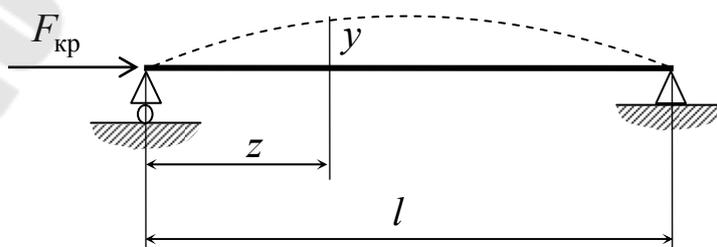


Рис. 31

Стержень искривился так, что в сечении z прогиб составил y .

Записывая дифференциальное уравнение упругой линии балки и ограничиваясь рассмотрением только малых перемещений, имеем:

$$EI_x y''(z) = M_x(z),$$

где $I_x = I_{\min}$ – минимальный момент инерции сечения.

Изгибающий момент $M_x(z)$, действующий в поперечном сечении стержня, расположенного на расстоянии z от начала системы координат, будет равен

$$M_x = -F_{\text{кр}} y.$$

При положительном прогибе в выбранной системе координат знак « \rightarrow » означает, что момент является отрицательным. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки в направлении минимальной жесткости в этом случае будет иметь вид:

$$EI_{\min} y'' + F_{\text{кр}} y = 0.$$

Обозначая $\frac{F_{\text{кр}}}{EI_x} = k^2$, получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно прогиба y :

$$y'' + k^2 y = 0$$

Общее решение данного уравнения имеет вид:

$$y = A \cos kz + B \sin kz,$$

где A и B – постоянные интегрирования.

Постоянные интегрирования определяем из условий равенства нулю прогибов стержня на опорах. В этом случае имеем: при $z = 0$, $y = 0$, $A = 0$; $z = l$, $y = 0$, $B \sin kl = 0$. Последнее соотношение справедливо при $kl = \pi n$ (n – любое целое число), откуда $k = \frac{\pi n}{l}$. С учетом принятого ранее обозначения, получим:

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 I_{\min} E n^2}{l^2}.$$

Минимальное действительное значение критической силы получится при $n = 1$.

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 I_{\min} E}{l^2}.$$

Это и есть *формула Эйлера* для определения критической силы.

Влияние способов закрепления концов стержня на критическую силу. Формула Эйлера получена для случая шарнирного закрепления концов стержня, когда потеря устойчивости происходит по одной полуволне. Для других случаев закрепления формула Эйлера принимает вид:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 I_{\min} E}{(\mu l)^2},$$

где μ – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня (рис. 32).

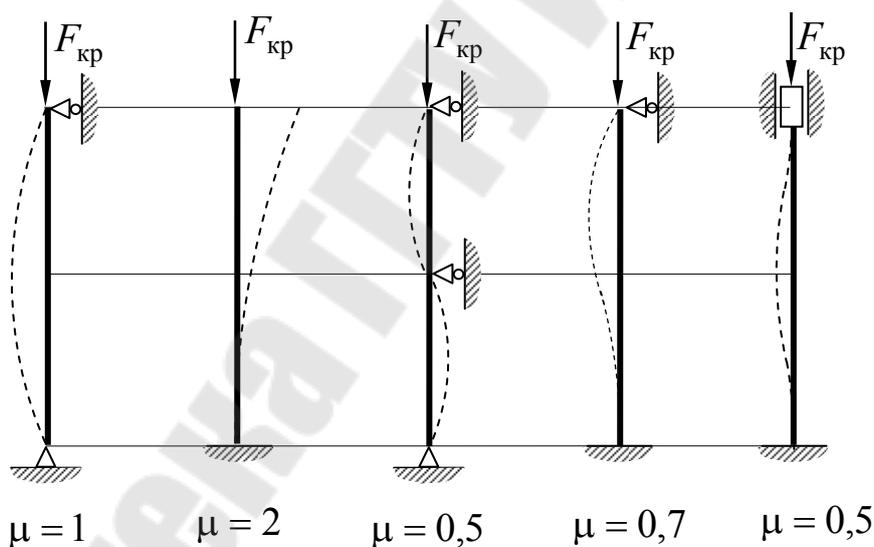


Рис. 32

Критическое напряжение равно

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$ – минимальный радиус инерции; $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ – гибкость стержня.

Пределы применимости формулы Эйлера. При выводе формулы для критических сил и напряжений использовалось приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, которое было получено в предположении, что материал стержня подчиняется закону Гука. Таким образом, формулу Эйлера можно применять только для значений напряжений, меньших или равных пределу пропорциональности:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{\text{пц}},$$

откуда $\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пр}}}}$.

Таким образом, формула Эйлера может применяться при условии, что $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пр}}}}$.

В случаях, когда гибкость стержня $\lambda < \lambda_{\text{пред}}$, критическое напряжение определяется по эмпирическим зависимостям. В частности, Ф. С. Ясинский предложил следующую формулу для критических по устойчивости напряжений:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda,$$

где a, b – постоянные величины, зависящие от материала стержня.

ТЕМА 10. ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Механизм усталостного разрушения. В процессе эксплуатации большинство деталей машин и механизмов подвергаются циклически изменяющимся во времени воздействиям. Несмотря на то, что значение возникающих в деталях машин максимальных напряжений меньше предела прочности, спустя некоторое время при действии переменного напряжения в них возникают трещины, и они разрушаются.

Начало разрушения носит местный характер. Микротрещина образуется в зоне повышенных напряжений, обусловленных конструктивными, технологическими или структурными факторами. При многократном изменении напряжений кристаллы, расположенные в зоне микротрещины, начинают разрушаться, и она проникает в глубь тела.

Контактируемые поверхности в зоне образовавшейся трещины испытывают контактное взаимодействие, в результате чего происходит истирание кристаллов, а поверхности приобретают вид мелкозернистой структуры.

Поперечное сечение в результате развития трещины ослабляется и на последнем этапе происходит внезапное разрушение. Излом при этом имеет характерную поверхность с чистыми неповрежденными кристаллами.

Процесс постепенного накопления повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящих к разрушению, называется *усталостью*. Свойство материала противостоять усталости называется *выносливостью*.

Основные характеристики цикла и предел усталости. При рассмотрении периодической циклической нагрузки обычно ограничиваются синусоидальным законом изменения напряжений (рис. 33), время цикла которого $T_{\text{цикл}}$.

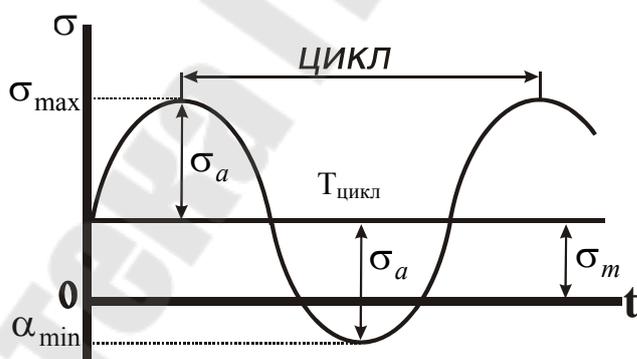


Рис. 33

Среднее напряжение и амплитуда переменного напряжения цикла определяются по зависимостям:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

Максимальное и минимальное напряжения цикла равны:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a.$$

Для характеристики циклов нагружения используются коэффициент асимметрии цикла $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$.

Если $r = -1$, то цикл называется *симметричным*.

Если $r \neq -1$, то цикл называется *асимметричным*.

Если $r = 0$, то цикл называется *пульсационным*.

Наиболее распространенными являются испытания в условиях симметричного цикла. При этом обычно используется принцип чистого изгиба вращающегося образца (рис. 34).

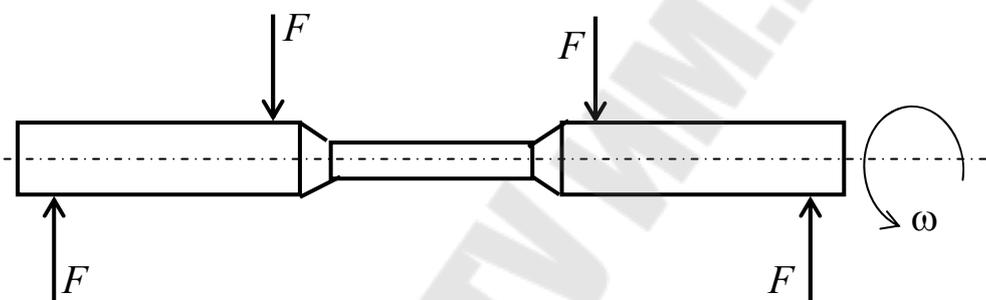


Рис. 34

Для испытаний в условиях несимметричных циклов используются либо специальные машины, либо же вводятся дополнительные приспособления. Так, например, можно на испытуемом образце установить пружину, создающую постоянное растяжение образца с напряжением σ_m . Во время испытания на это напряжение накладывается напряжение от изгиба, меняющееся по симметричному циклу. Путем многократных испытаний определяется число циклов, которое выдерживает образец до разрушения в зависимости от величины напряжения σ в поперечном сечении образца. Эта зависимость имеет вид кривой, показанной на рис. 35.

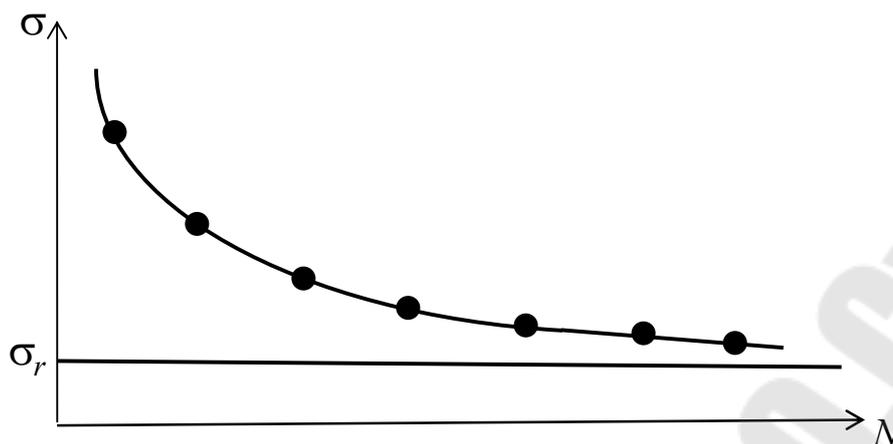


Рис. 35

Как показывают опыты, для большинства черных металлов можно определить такое наибольшее максимальное напряжение, при котором материал не разрушается при любом числе циклов. Такое напряжение называется *пределом усталости*, или *пределом выносливости*.

Предел выносливости обозначается через σ_r , где индекс r соответствует коэффициенту цикла. Предел выносливости для симметричного цикла имеет обозначение σ_{-1} , для пульсирующего – σ_0 .

Для цветных металлов и для закаленных до высокой твердости сталей не удастся установить такое число циклов, выдержав которое, образец не разрушился бы в дальнейшем. Поэтому в подобных случаях вводится понятие условного предела выносливости. За *условный предел выносливости* принимается напряжение, при котором образец способен выдержать 10^8 циклов.

Так как определение предела выносливости является трудоемкой операцией, поэтому его определяют по эмпирическим формулам через известные механические характеристики материала.

Обычно считается, что для сталей предел выносливости при изгибе составляет половину от предела прочности:

$$\sigma_{-1} \approx (0,4 \dots 0,5) \sigma_B.$$

Для высокопрочных сталей можно принять:

$$\sigma_{-1} \approx 400 + \frac{1}{6} \sigma_B.$$

Для цветных металлов предел выносливости изменяется в более широких пределах:

$$\sigma_{-1} \approx (0,25 \dots 0,5)\sigma_B$$

Аналогично испытанию на чистый изгиб можно вести испытание на кручение в условиях циклически изменяющихся напряжений. В этом случае:

$$\tau_{-1} \approx (0,2 \dots 0,3)\sigma_B$$

Факторы, влияющие на сопротивление усталостному разрушению. На величину предела выносливости влияют форма детали, качество обработки поверхности, абсолютные размеры детали, вид цикла изменения напряжений, частота циклов, эксплуатационные и другие факторы.

Влияние формы детали (концентрации напряжений) учитывается эффективным коэффициентом концентрации:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}; \quad k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}},$$

где σ_{-1} – предел выносливости стандартного образца при испытании на изгиб; σ_{-1k} – предел выносливости образца при испытании на изгиб с концентратором; τ_{-1} – предел выносливости стандартного образца при испытании на кручение; τ_{-1k} – предел выносливости образца при испытании на кручение с концентратором.

Влияние абсолютных размеров учитывается масштабным фактором:

$$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{-1д}}{\sigma_{-1}}; \quad \varepsilon_\tau = \frac{\tau_{-1д}}{\tau_{-1}},$$

где $\sigma_{-1д}$ – предел выносливости образца заданного размера при испытании на изгиб; $\tau_{-1д}$ – предел выносливости образца заданного размера при испытании на кручение.

Чем больше размер образца, тем ниже предел выносливости.

Влияние качества обработанной поверхности учитывается коэффициентом качества поверхности:

$$\beta_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1п}}{\sigma_{-1}}; \beta_{\tau} = \frac{\tau_{-1п}}{\tau_{-1}},$$

где $\sigma_{-1п}$ – предел выносливости образца с заданной обработкой поверхности при испытании на изгиб; $\tau_{-1п}$ – предел выносливости образца с заданной обработкой поверхности при испытании на кручение.

При этом учитывается влияние механической (точение, шлифование, полировка, накатывание, дробеструйная обработка), термической (закалка, отпуск), химической (азотирование) и других видов обработки поверхности.

Определение коэффициента запаса прочности. При симметричном цикле напряжений коэффициенты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям вычисляются по зависимостям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}\sigma_{\max}}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}\beta_{\tau}}\tau_{\max}}.$$

При сложном напряженном состоянии коэффициент запаса прочности вычисляется по формуле

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

При несимметричном цикле напряжений коэффициенты запаса прочности определяются по зависимостям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}\sigma_{\max} + \psi_{\sigma}\sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}\beta_{\tau}}\tau_{\max} + \psi_{\tau}\tau_m},$$

где $\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$ – эмпирические величины, определяемые на основе обработки экспериментальных данных.

При сложном напряженном состоянии, возникающем, например, при кручении с изгибом, коэффициент запаса прочности определяется по эмпирической формуле Гафа и Полларда:

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

ТЕМА 11. ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Виды заклепок и заклепочных швов. Заклепочное соединение – неразъемное соединение деталей при помощи заклепок.

Заклепка – крепежная деталь, состоящая из стержня цилиндрической формы и закладной головки. Основные типы заклепок показаны на рис. 36.

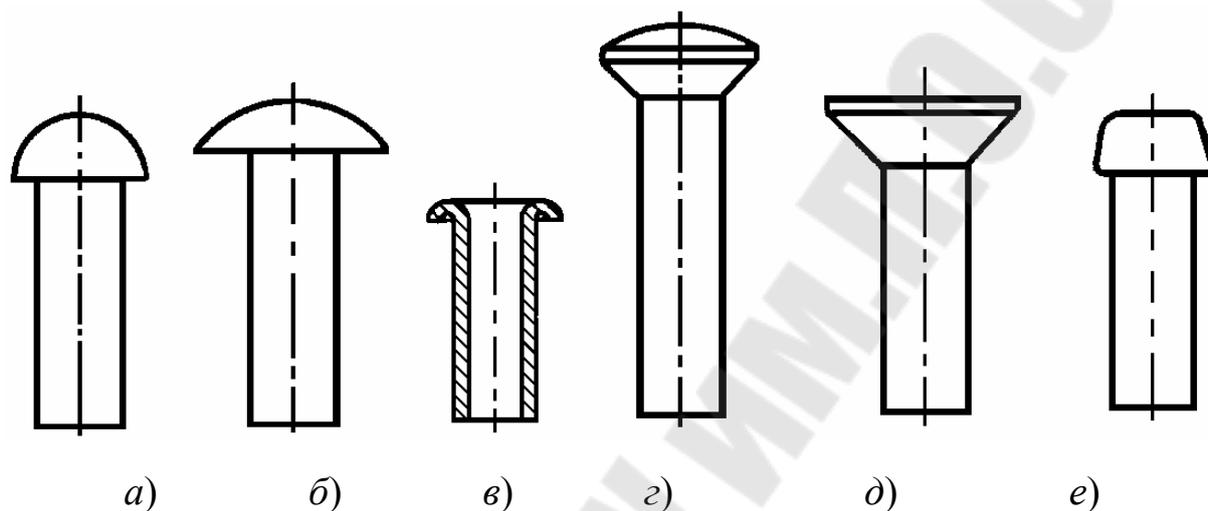


Рис. 36

В соответствии с назначением заклепочные соединения подразделяются на прочные, плотные и прочноплотные.

Прочные заклепочные соединения применяются в стальных конструкциях подъемно-транспортных сооружений, фермах, узлах машин общего назначения.

Плотные заклепочные соединения применяются в конструкциях, требующих герметичности соединения.

Прочноплотные заклепочные соединения применяются в тех случаях, когда они должны обеспечивать и прочность, и герметичность.

В прочных заклепочных соединениях применяют заклепки с полукруглой головкой (рис. 36, а); с плоской головкой (рис. 36, б), предназначенных для работы в коррозионных средах; с потайной головкой (рис. 36, д), применяемых при недопустимости выступающих частей; с полупотайной головкой (рис. 36, г) для соединения тонких листов; пустотелые со скругленной головкой (рис. 36, в) для соединения тон-

ких листов и неметаллических деталей, не допускающих больших нагрузок.

В плотных и прочноплотных заклепочных соединениях применяют заклепки с полукруглой низкой головкой (рис. 36, б). Формирование замыкающей головки происходит в результате расклепывания стержня заклепки, вставленной в отверстия соединяемых деталей.

Для облегчения ввода заклепки отверстия в деталях делают несколько больше, чем диаметр заклепки. Изготовление отверстий осуществляют путем сверления (точный способ) или путем продавливания (грубый способ). Диаметр отверстия d_0 в деталях зависит от диаметра заклепки d и способа изготовления отверстия.

В процессе клепки за счет протекания поперечной упругопластической деформации стержня заклепки происходит заполнение технологического зазора между стержнем и стенками отверстия. Клепку производят без нагрева заклепок, если их диаметр не превышает 12 мм, и с нагревом до температуры 1000–1100 °С, если диаметр больше 12 мм. Формирование замыкающей головки у заклепок из цветных металлов и сплавов проводят без нагрева.

Виды и параметры заклепочных швов. В зависимости от расположения соединяемых деталей различают заклепочные швы внахлестку (рис. 37, а) и встык с одной накладкой и двумя накладками (рис 37, б).

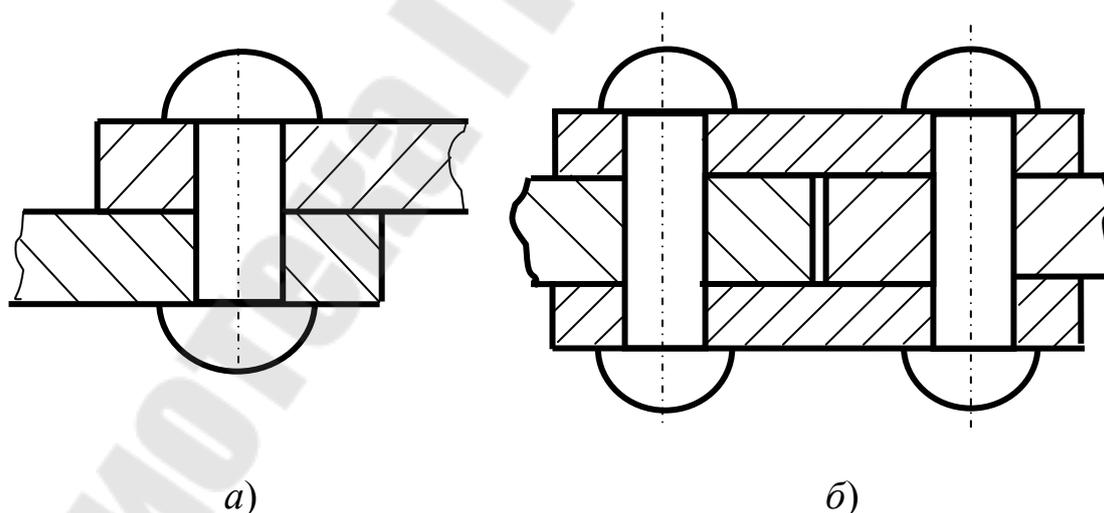


Рис. 37

Геометрические параметры заклепочного шва определяют по эмпирическим зависимостям.

Диаметр заклепок в односрезном силовом соединении определяют по зависимости

$$d = 2s,$$

где s – толщина соединяемых элементов.

Для двухсрезных заклепочных соединений диаметр заклепки определяют из соотношения

$$d = 1,5s.$$

В конструкциях из легких сплавов формирование замыкающей головки происходит в холодном состоянии, поэтому силы сжатия соединяемых деталей и силы трения в заклепочном соединении небольшие. В связи с этим заклепки в основном работают на срез. Поэтому рекомендуется рассчитывать диаметр заклепки по зависимости

$$d = 1,5s + 2 \text{ мм.}$$

Минимальный шаг t размещения заклепок определяется из условия удобства формирования замыкающей головки. Максимальный шаг заклепочного соединения определяется условием плотного соприкосновения листов и зависит от жесткости соединяемых элементов. Обычно он изменяется в пределах $t = (3 \dots 6)d$.

Расстояние e от центра заклепки до края листа в направлении действующей силы принимают в зависимости от способа изготовления отверстия:

$$e = 1,5d \text{ (отверстия сверленные);}$$

$$e = 2d \text{ (отверстия продавленные).}$$

В конструкциях из легких сплавов $e = 2d$.

Расстояние e_1 от центра заклепки до края листа в направлении, перпендикулярном линии действия силы: $e_1 = 1,5d$.

При расчете заклепочного соединения, нагруженного силой в плоскости стыка, необходимо обеспечить:

- прочность заклепок *на срез*;
- прочность заклепок и стенок отверстий в соединяемых элементах *на смятие*;
- прочность соединяемых элементов по сечениям, ослабленным отверстиями под заклепки, *на растяжение*;

– прочность краев элементов, соединяемых заклепками *на срез*.

При получении расчетных формул делаются следующие допущения:

1) усилие, передаваемое соединением, распределяется между заклепками равномерно, т. е. все заклепки нагружены одинаково;

2) касательные напряжения среза распределены по поперечным сечениям заклепок равномерно;

3) напряжения смятия в каждой точке поверхности контакта заклепки и стенки отверстия нормальны к этой поверхности и по модулю одинаковы;

4) разгружающее влияние сил трения, действующих на поверхности контакта, не учитывается, и считается, что усилие полностью передается заклепками.

Рассмотрим расчетные зависимости на примере однорядного шва внахлестку (рис. 38).

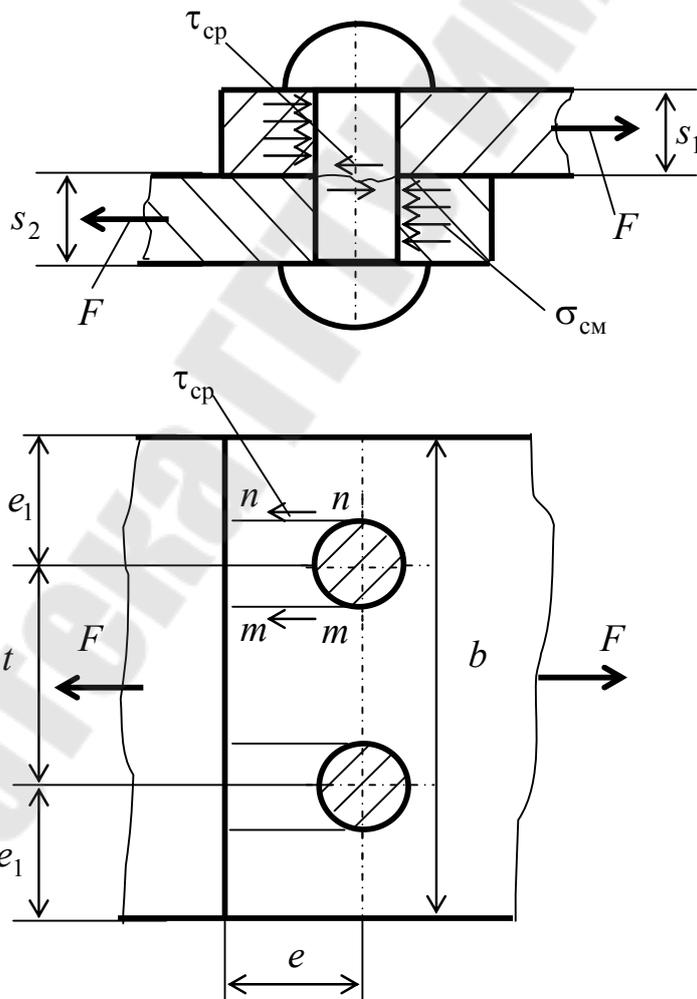


Рис. 38

При действии внешней силы разрушение стержня заклепки в результате среза происходит по сечению, лежащему в плоскости стыка соединяемых деталей (на рис. 38 сечение условно показано волнистой линией).

Условие прочности заклепки по допускаемым напряжениям среза имеет вид:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} = \frac{4F}{\pi d_o^2 z_i} \leq [\tau_{\text{ср}}].$$

где F – внешняя сила, действующая на заклепочное соединение; d_o – диаметр отверстия; i – число плоскостей среза стержня заклепки; $[\tau_{\text{ср}}]$ – допускаемое напряжение на срез для материала заклепки.

При изготовлении заклепки из менее прочного материала, чем материал соединяемых деталей, возможно смятие стержня заклепки при нагружении соединения внешней силой. Условие прочности по допускаемым напряжениям смятия имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{S_{\text{min}} d_o z} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где S_{min} – меньшая толщина соединяемых деталей; $[\sigma_{\text{см}}]$ – допускаемое напряжение на смятие материала заклепки.

Разрушение деталей по нормальному сечению, ослабленному отверстиями под заклепки, может произойти под действием большой внешней нагрузки. Для обеспечения прочности соединяемых деталей нормальное растягивающее напряжение в этом сечении должно удовлетворять условию

$$\sigma_p = \frac{F}{S_{\text{min}} (b - d_o z_p)} \leq [\sigma_p],$$

где b – ширина соединяемых деталей; z_p – число заклепок в рассматриваемом сечении; $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение на разрыв для материала листа.

Условие прочности на срез края соединяемых деталей:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{2S_{\text{min}} (e - 0,5d_o) z} \leq [\tau_{\text{ср}}].$$

При действии знакопеременной нагрузки на заклепочное соединение, допускаемые напряжения понижаются путем умножения на коэффициент γ :

$$\gamma = \frac{1}{a + b \frac{F_{\min}}{F_{\max}}},$$

где a, b – коэффициенты, зависящие от материала заклепок; F_{\min}, F_{\max} – минимальное и максимальное значение действующей силы.

Расчет плотных заклепочных швов. Плотные заклепочные швы должны не только прочными, но и обеспечивать герметичность. Герметичность может быть обеспечена при условии отсутствия взаимного смещения соединяемых деталей.

Величину, характеризующую герметичность, невозможно определить теоретически. Для оценки герметичности вводится понятие коэффициента скольжения.

Коэффициент скольжения – это сила сопротивления проскальзыванию соединяемых деталей, условно отнесенная к единице площади поперечного сопротивления заклепок:

$$\xi = \frac{4F_t}{\pi d_o z_o i} \leq [\xi],$$

где F_t – усилие, приложенное к листу на участке шага; z_o – число заклепок, приходящееся на полосу шириной, равной одному шагу; $[\xi]$ – допустимый коэффициент скольжения, зависящий от типа шва.

Усилие, приложенное к листу на участке шага, для продольного шва рассчитывают по зависимости $F_t = \frac{Dpt}{2}$, а для поперечного заклепочного шва – по зависимости $F_t = \frac{Dpt}{4}$.

Расчет плотных заклепочных соединений начинают с определения толщины стенки сосуда:

$$s = \frac{Dp}{2\varphi[\sigma_p]} + \Delta,$$

где D – внутренний диаметр сосуда; p – давление на поверхность стенки сосуда; φ – коэффициент прочности продольного шва; $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение при растяжении материала стенки сосуда; Δ – припуск на коррозию металла (1–3 мм).

Допускаемое напряжение $[\sigma_p]$ при растяжении при нагреве стенки сосуда до 250 °С определяют по зависимости

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_B}{[s_B]},$$

где σ_B – предел прочности материала стенки сосуда при растяжении; $[s_B]$ – коэффициент запаса прочности.

Для заклепочного шва в нахлестку $[s_B] = 4,75$, а для заклепочного шва двухрядного и трехрядного в стык с двухсторонними накладками $[s_B] = 4,00$.

ТЕМА 12. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Сварные соединения являются наиболее совершенной и распространенной разновидностью неразъемных соединений. По конструктивным признакам электросварные соединения делятся на следующие разновидности: соединения стыковые (рис. 39, а), соединения внахлестку (рис. 39, б), соединения тавровые (рис. 39, в).

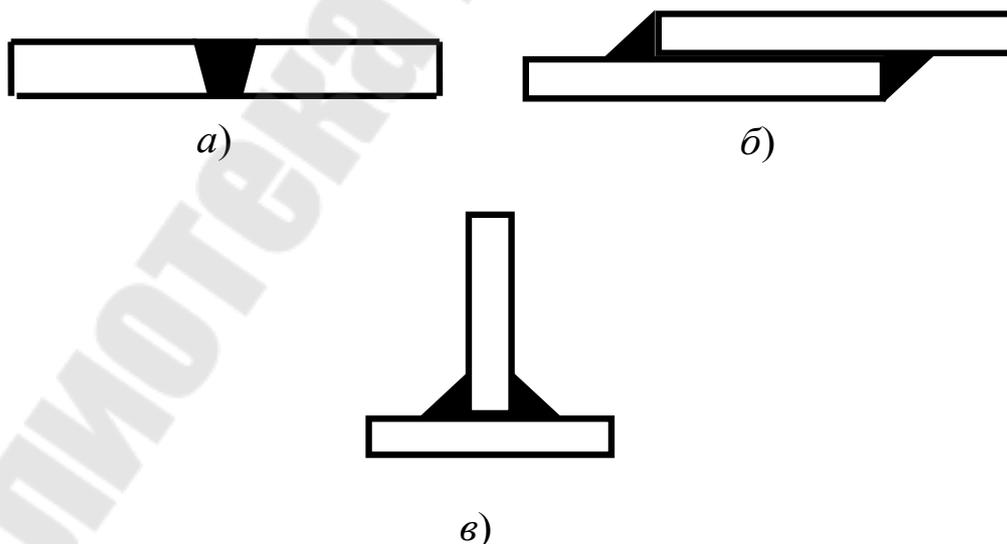


Рис. 39

Соединения стыковые. При действии на стыковое соединение растягивающей силы F (рис. 40) условие прочности имеет вид:

$$\sigma'_p = \frac{F}{bs} \leq [\sigma'_p],$$

где σ'_p – растягивающее напряжение в сварном шве; F – сила, действующая на сварное соединение; b – ширина свариваемых деталей; s – толщина свариваемых деталей.

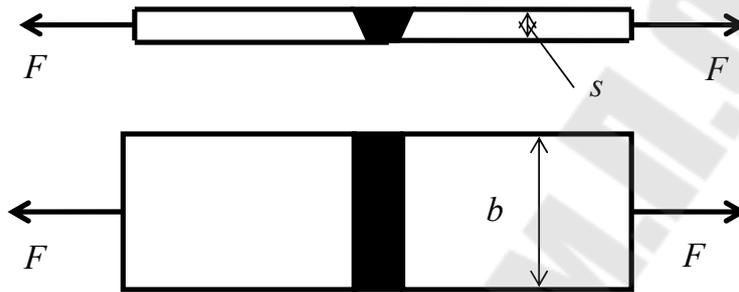


Рис. 40

Соединения внахлестку. Соединения внахлестку выполняются с помощью угловых швов, которые делятся на: лобовые, фланговые, косые, комбинированные.

Лобовой шов накладывается перпендикулярно к линии действия нагрузки F . Условие прочности для лобового шва при действии силы F (рис. 41, а):

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_{\text{л}}} \leq [\tau'],$$

где k – катет шва; $l_{\text{л}}$ – длина лобового шва; $[\tau']$ – допускаемое напряжение на срез.

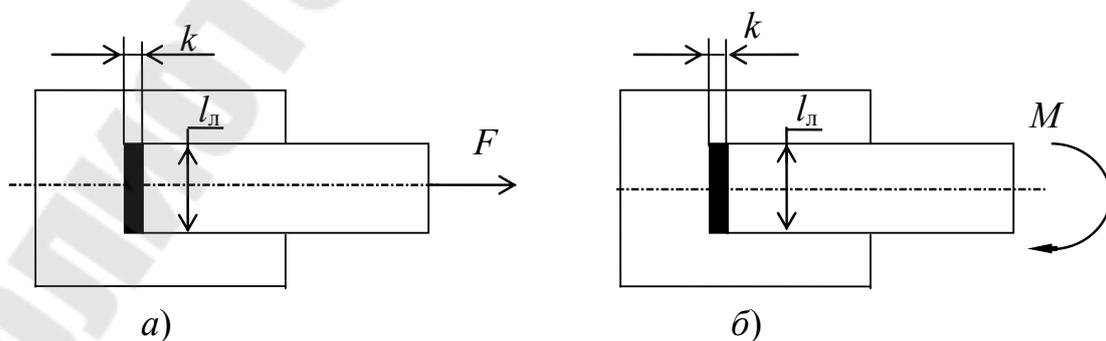


Рис. 41

В случае действия изгибающего момента M (рис. 41, б) условие прочности записывается в следующем виде:

$$\tau' = \frac{M}{W} = \frac{6M}{0,7kl^2} \leq [\tau'].$$

Если сварной шов расположен параллельно направлению усилия, то он называется *фланговым*. На практике длину фланговых швов ограничивают условием $l_\phi \leq 50k$, а условие прочности при действии на сварное соединение силы F (рис. 42, а) имеет вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_\phi i},$$

где i – количество швов.

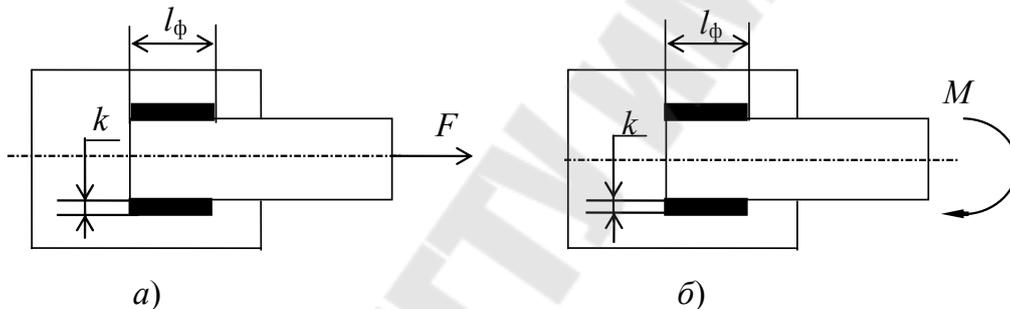


Рис. 42

В тех случаях, когда на фланговые швы сварного соединения действует момент M в плоскости стыка (рис. 42, б), условие прочности записывается следующим виде:

$$\tau' = \frac{M}{W_\rho} \leq [\tau'],$$

где $W_\rho = \frac{I_\rho}{y_{\max}}$ – полярный момент сопротивления, который подсчитывается для сечения швов в плоскости разрушения; I_ρ – полярный момент инерции сечения сварного шва; y_{\max} – максимальное расстояние от центра тяжести сечения швов до наиболее удаленной точки сварного шва.

При совместном воздействии силы F и момента M , действующего в плоскости стыка, расчетное напряжение среза τ'_p определяется геометрическим суммированием с использованием теоремы косинусов:

$$\tau'_p = \sqrt{(\tau'_F)^2 + (\tau'_M)^2 + 2\tau'_F\tau'_M \cos \beta},$$

где β – угол между направлениями векторов напряжений τ'_F и τ'_M .

Условие прочности для косо́го шва при действии силы F в плоскости стыка будет иметь вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_k} \leq [\tau'],$$

где l_k – длина косо́го шва.

Соединения тавровые. При данном виде соединения соединяемые элементы расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях. Тавровые соединения могут выполняться как стыковым (рис. 43, а), так и угловым (рис. 43, б) швом.

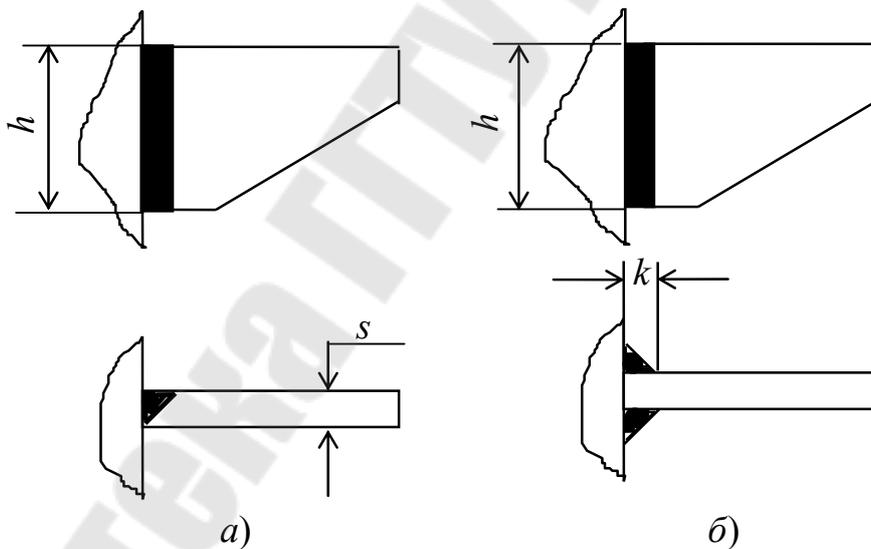


Рис. 43

Если на тавровое соединение действуют перпендикулярно стыку сила F и момент M (рис. 44), то условие прочности соединения определяют по выражениям:

для стыкового шва

$$\sigma' = \frac{F}{sh} + \frac{6M}{sh^2} \leq [\sigma'];$$

для углового шва

$$\tau = \frac{F}{0,7zkh} + \frac{6M}{0,7zkh^2} \leq [\tau'],$$

где s – толщина соединяемой детали; z – число сварных швов; k – катет сварного шва; h – высота соединяемой детали.

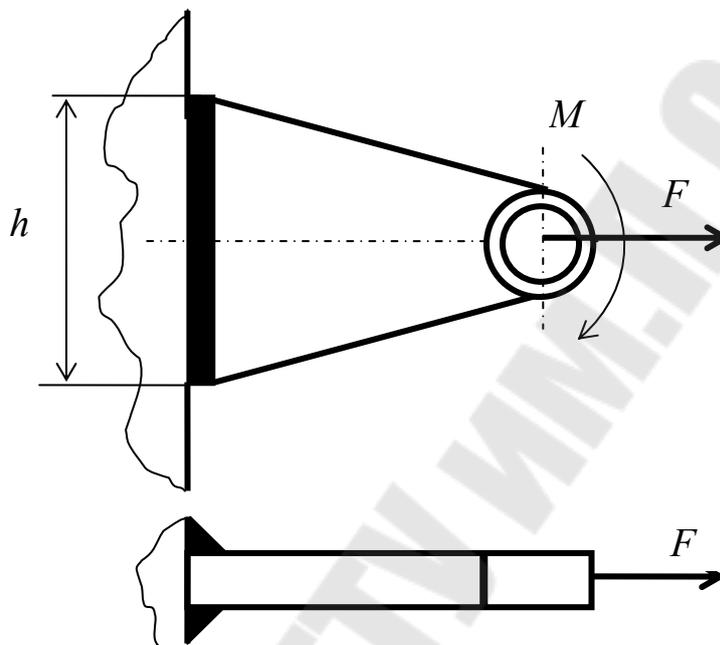


Рис. 44

Определение допускаемых напряжений. В случае действия статической нагрузки, допускаемые напряжения в сварных швах задаются в долях допускаемого напряжения для основного материала $[\sigma_p]$, которые определяются по зависимости

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_T \varepsilon}{[s] k_\sigma},$$

где σ_T – предел текучести основного материала; $\varepsilon = 0,9$ – коэффициент масштабного фактора; $[s]$ – коэффициент безопасности ($[s] = 1,2-1,3$ – для углеродистых сталей и $[s] = 1,3-1,5$ – для низколегированных сталей); $k_\sigma = 1-1,2$ – коэффициент концентрации напряжений при статических нагрузках (большее – значение для лобовых швов).

При действии нагрузки, переменной по величине и направлению, допускаемое напряжение понижают путем умножения на коэффициент γ :

$$\text{для стыковых швов } \gamma = \frac{1}{1 - \frac{1}{3} \frac{P_{\min}}{P_{\max}}};$$

$$\text{для угловых швов } \gamma = \frac{1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \frac{P_{\min}}{P_{\max}}}.$$

ТЕМА 13. РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Основные понятия. Резьбовыми называют разъемные соединения, выполняемые с помощью резьбовых крепежных деталей – винтов, гаек, шпилек или резьбы, непосредственно нанесенной на соединяемые детали.

Резьбовые соединения являются наиболее распространенным видом разъемных соединений. Они в основном применяются в следующих случаях:

- для устранения возможности перемещения соединяемых деталей;
- для удержания деталей на определенном расстоянии друг от друга;
- для обеспечения плотности стыка соединяемых деталей;
- для осуществления поступательного движения (пресса, домкраты, ходовые винты);
- для получения точных относительных перемещений (регулирующие винты).

По форме основной поверхности *резьбы* подразделяют на цилиндрические и конические. Широкое применение имеют детали с цилиндрической резьбой.

Параметры резьбы показаны на рис. 45.

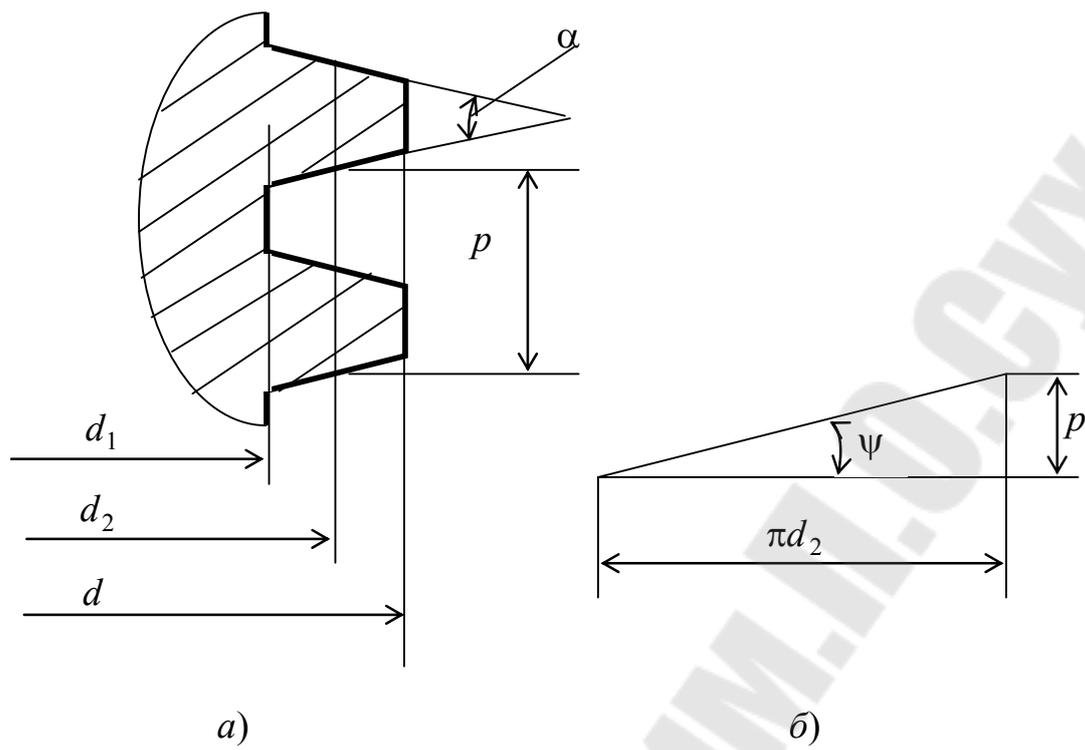


Рис. 45

Любая резьба имеет три диаметра (рис. 45, а): внутренний d_1 , средний d_2 и наружный d .

Профиль резьбы характеризуют углом профиля α , т. е. углом между прямолинейными боковыми сторонами профиля резьбы.

Расстояние между одноименными сторонами двух соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы, называется *шагом резьбы* и обозначается p . Для многозаходной резьбы используют термин *ход резьбы*, который обозначается p_h , и равен произведению шага на число заходов. При повороте гайки на один оборот она перемещается вдоль оси винта на шаг или на ход.

Угол подъема ψ (рис. 45, б) развертки винтовой линии по среднему диаметру резьбы определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{p}{\pi d_2}.$$

По направлению винтовой линии различают правую и левую резьбу. Левую резьбу применяют только в специальных случаях.

Резьба также подразделяется по назначению и форме профиля. Крепежная *резьба* бывают треугольной и круглой. Резьба винтовых механизмов – трапецеидальная, упорная и прямоугольная.

Метрическая резьба является основным видом крепежных деталей.

Расчет на прочность разъемных соединений. Определение нагрузки, действующей на болт. В большинстве случаев соединение деталей осуществляется группой болтов, поэтому необходимо уметь определить силу, действующую на наиболее нагруженный болт при различных случаях нагружения.

Случай 1. На групповое болтовое соединение действует сила, проходящая через центр стыка и направленная параллельно осям болтов (рис. 46, а).

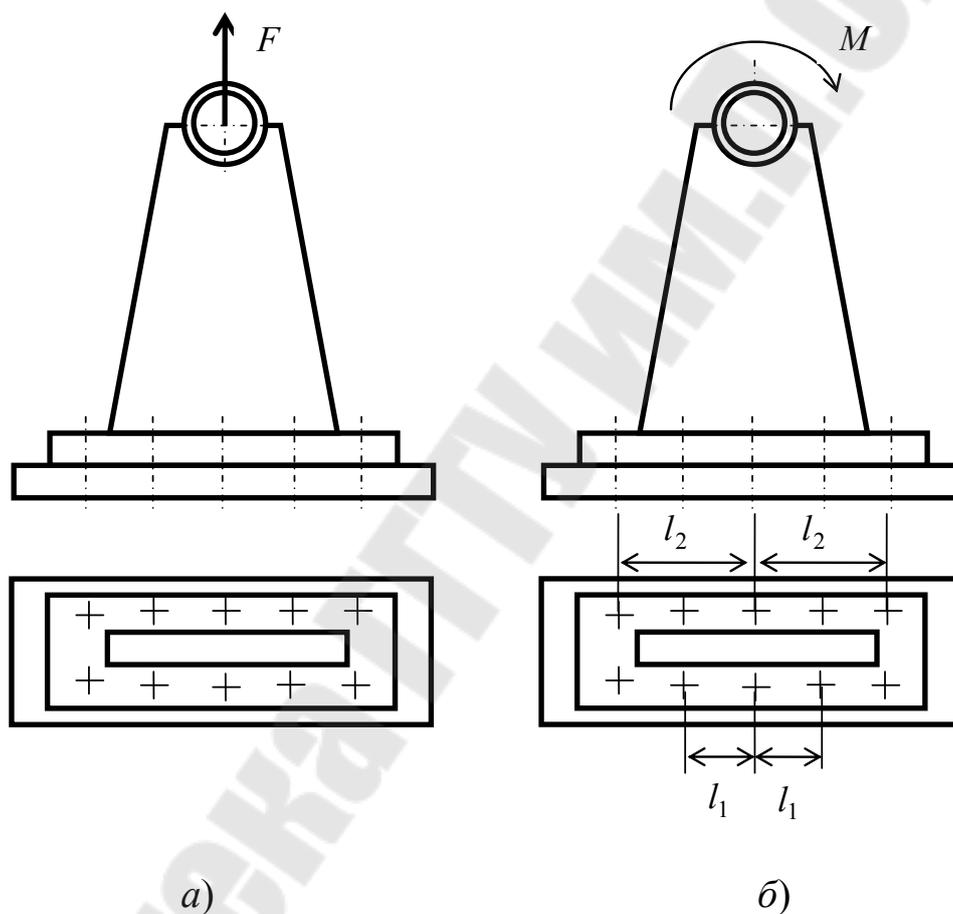


Рис. 46

В этом случае делается допущение, что все болты воспринимают одинаковую нагрузку, тогда сила F_{a1} , растягивающая болт, будет равна

$$F_{a1} = \frac{F}{z},$$

где z — количество болтов в соединении.

Случай 2. На групповое болтовое соединение действует момент в плоскости, перпендикулярной плоскости стыка (рис. 46, б). Максимальная сила $F_{a_{\max 1}}$, растягивающая болт, определяется по выражению

$$F_{a_{\max 1}} = \frac{Ml_{\max}}{\sum l_i^2},$$

где l_{\max} – максимальное расстояние от оси болта до оси, проходящей через центр стыка; l_i – расстояние от оси i -го болта до оси, проходящей через центр стыка.

Случай 3. На групповое болтовое соединение действует сила, проходящая через центр стыка и направленная перпендикулярно осям болтов (рис. 47, а).

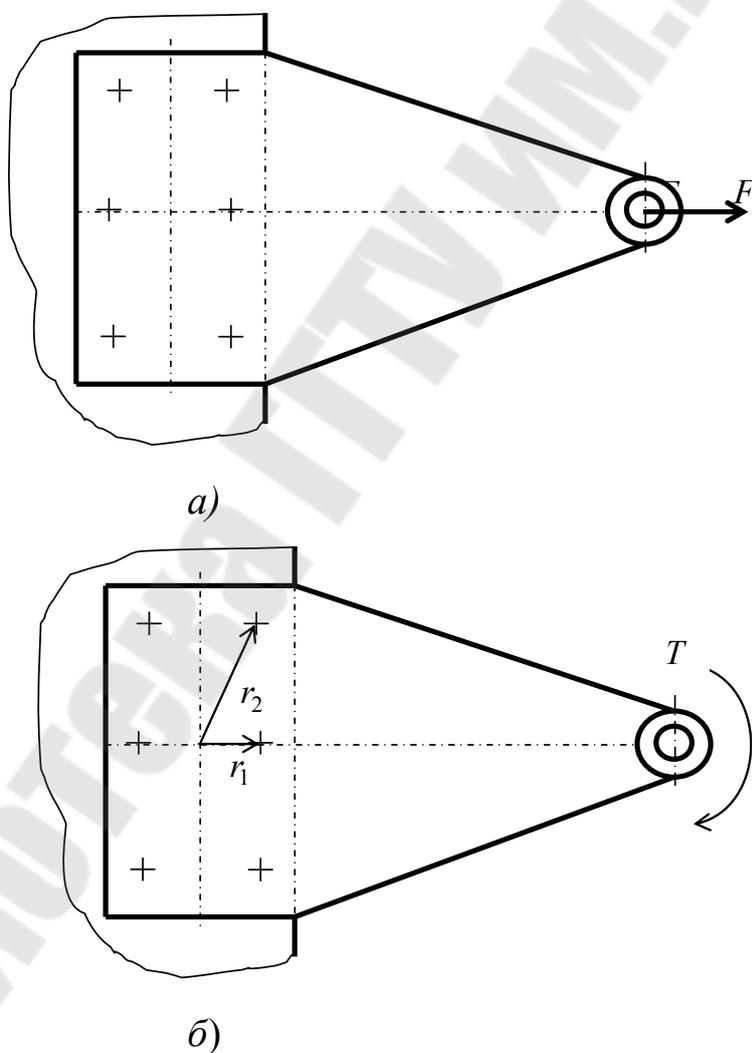


Рис. 47

В этом случае делается допущение, что все болты воспринимают одинаковую нагрузку, тогда сила F_{t1} , срезающая болт, будет равна:

$$F_{t1} = \frac{F}{z},$$

Случай 4. На групповое болтовое соединение действует момент в плоскости стыка (рис. 47, б). Максимальная сила $F_{t\max 1}$, растягивающая болт, определяется по выражению

$$F_{t\max 1} = \frac{Mr_{\max}}{\sum r_i^2},$$

где r_{\max} – максимальное расстояние от центра стыка до оси; r_i – расстояние от центра стыка до оси i -го болта.

Если действующая сила не проходит через центр стыка, то ее нужно перенести в центр стыка, предварительно разложив на горизонтальную и вертикальную составляющие. Затем, используя принцип независимости сил, найти от каждого силового фактора силу, действующую на болт, а затем и суммарную силу.

Расчет стержня болта на прочность. Рассмотрим расчет стержня болта на прочность, когда известна сила, действующая на болт.

Случай 1. На болт действует растягивающая сила (рис. 48, а)

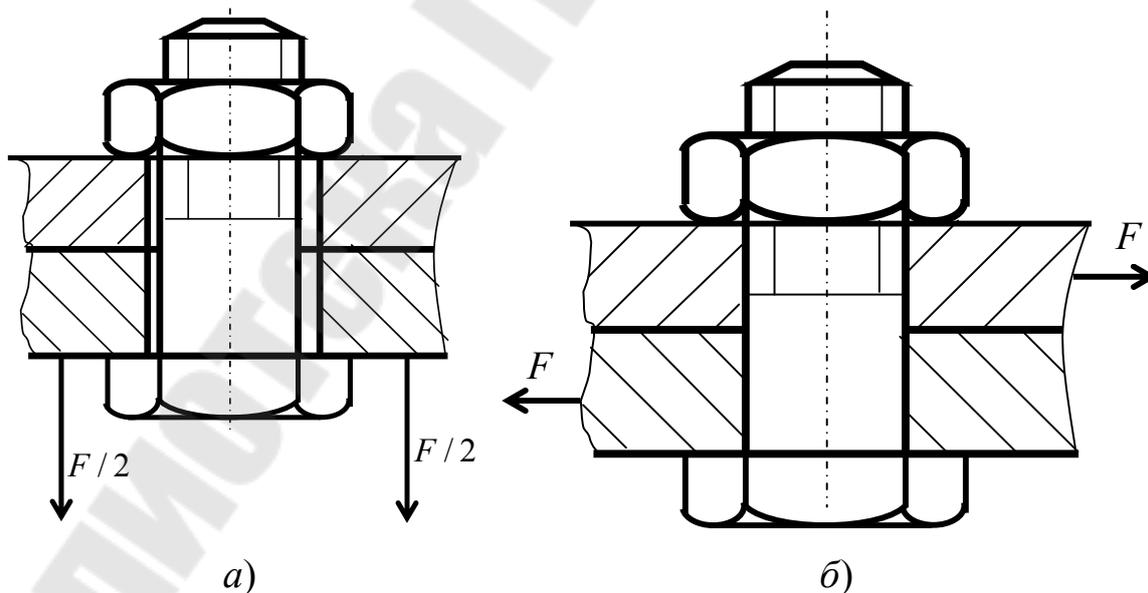


Рис. 48

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_p = \frac{F}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p],$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma_p]}}.$$

В данном случае не играет роли, как установлен болт – с зазором или без зазора.

Случай 2. Болт установлен без зазора и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 48, б).

Условие прочности болта в этом случае имеет вид:

$$\tau_{cp} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_{cp}],$$

откуда требуемый наружный диаметр болта $d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau_{cp}]}}$.

Случай 3. Болт установлен с зазором и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 49).

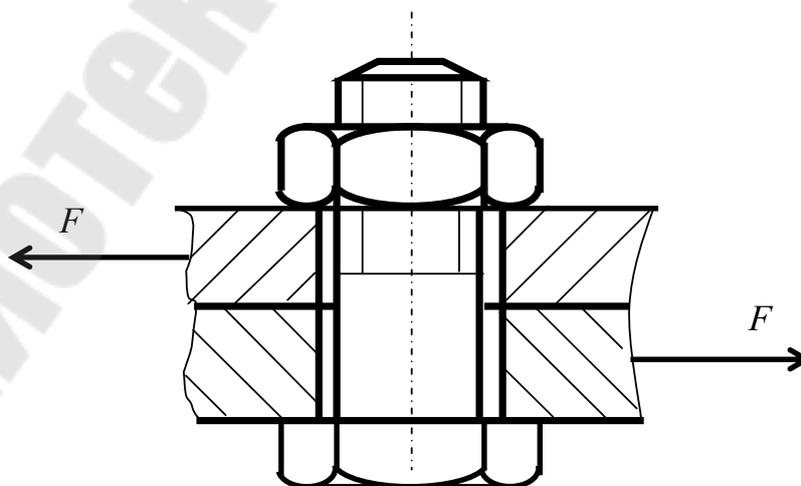


Рис. 49

Чтобы не произошло смещение одной детали относительно другой, необходимо на поверхности контакта создать силу трения $F_{\text{тр}}$, которая была бы больше сдвигающей силы F . Принимают, что сила трения $F_{\text{тр}}$ должна быть больше сдвигающей силы F на 20 %:

$$F_{\text{тр}} = 1,2F.$$

Сила трения на поверхности контакта создается путем завинчивания гайки, при этом болт испытывает растяжение от силы затяжки $F_{\text{зат}}$ и кручение за счет трения в резьбе. Поэтому болт испытывает сложное сопротивление.

Используя третью теорию прочности, имеем:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Нормальные напряжения от силы затяжки равны:

$$\sigma = \frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}.$$

Касательные напряжения от момента трения в резьбе:

$$\tau = \frac{T_{\text{рез}}}{W_p} = \frac{F_{\text{зат}} \frac{d_2}{2} \text{tg}(\psi + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}},$$

где φ' – приведенный угол трения.

Подставляя значения σ и τ , получаем:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{\left(\frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \right)^2 + 4 \left[\frac{F_{\text{зат}} \frac{d_2}{2} \text{tg}(\psi + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}} \right]^2} = \\ &= \frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \sqrt{1 + 16 \left[\frac{d_2 \text{tg}(\psi + \varphi')}{d_1} \right]^2} \leq [\sigma_p]. \end{aligned}$$

Значение под корнем квадратным приблизительно равно 1,3. Учитывая, что сила трения $F_{\text{тр}} = F_{\text{зат}} f$, получаем:

$$F_{\text{зат}} = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = \frac{1,2F}{f}.$$

В этом случае условие прочности болта принимает вид:

$$\sigma = \frac{1,3 \cdot 1,2F}{f \frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p],$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 1,2F}{\pi f [\sigma_p]}}.$$

Таким образом, стержень болта рассчитывается на прочность, когда определена сила, действующая на болт.

ТЕМА 14. СОЕДИНЕНИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Шпоночные соединения. Соединение двух соосных цилиндрических деталей (вала и ступицы) для передачи вращающего движения между ними осуществляется с помощью *шпонки* – специальной детали, закладываемой в пазы соединяемых вала и ступицы.

На основные виды шпонок имеются ГОСТы, которые предусматривают размеры их поперечных сечений и соответствующих пазов в валу и втулке в зависимости от диаметра вала. Длина шпонки выбирается исходя из длины ступицы, но ее исполнительная длина, должна быть стандартной.

Шпоночные соединения разделяют на соединения *ненапряженные* и *напряженные*.

Наибольшее распространение получили ненапряженные шпоночные соединения, сочетающиеся с посадкой ступицы на вал с гарантированным натягом, которые обеспечивают хорошее центрирование и высокую работоспособность соединения. К ненапряженным шпоночным соединениям относятся соединения призматической

шпонкой, сегментной шпонкой и круглой шпонкой. Наиболее распространены соединения призматической шпонкой (рис. 50).

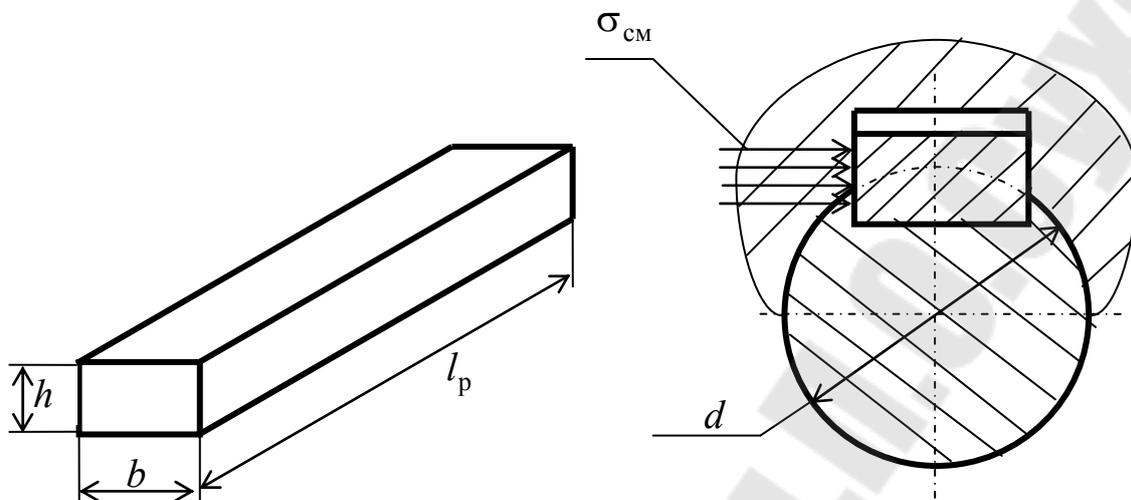


Рис. 50

Эти шпонки имеют прямоугольное поперечное сечение. Размеры $b \times h$ этих шпонок и пазов в валу и ступице регламентированы ГОСТ 23360–78 в зависимости от диаметра вала. Размеры $b \times h$ подобраны таким образом, что среза шпонки не происходит, поэтому шпонку проверяют по напряжениям смятия. При расчете принимается, что сила давления ступицы на выступающую часть шпонки равномерно распределена как по высоте, так и по длине шпонки.

Условие прочности на смятие в этом случае будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{dl_p(h - t_1)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый валом; d – диаметр вала; h – высота шпонки; t_1 – глубина шпоночного паза в валу; l_p – рабочая длина шпонки.

К напряженным шпоночным соединениям относится соединение клиновыми шпонками (рис. 51). Различают соединения врезной клиновой шпонкой, шпонкой на лыске, фрикционной шпонкой и тангенциальной шпонкой. Клиновые шпонки создают напряженное соединение и могут передавать вращающий момент, осевую силу и ударные нагрузки.

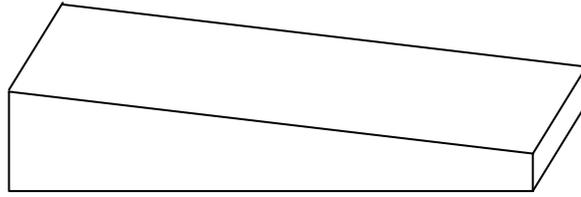


Рис. 51

Область применения *врезных клиновых шпонок* ограничена по следующим причинам:

1) они вызывают радиальные смещения оси ступицы по отношению к оси вала, что приводит к биению насаженной детали;

2) не обеспечивают необходимой прочности соединения в том случае, когда вал работает с реверсивным движением, которое вызывает ослабление шпоночного соединения;

3) вызывают большую концентрацию напряжений в углах паза.

В точном машиностроении и в ответственных соединениях их не применяют.

В отличие от призматических шпонок у клиновых шпонок рабочими гранями являются широкие грани, а на боковых гранях имеется зазор. Одна из широких граней шпонки имеет по длине уклон 1:100, обеспечивающий самоторможение клиновой шпонки. При соединении врезной клиновой шпонкой впадина паза на валу не имеет уклона относительно оси вала, а впадина паза в ступице имеет по длине уклон относительно оси, соответствующий уклону клина, т. е. 1:100.

Для установки *шпонки на лыске* на валу выполняется плоский срез (лыска). Такая обработка значительно меньше ослабевает вал. В ступице устанавливаемой детали делается паз с уклоном 1:100.

Грань *фрикционной шпонки*, которая соприкасается с валом, выполняется по цилиндрической поверхности, радиус которой равен радиусу вала. К достоинству фрикционной шпонки относится то, что ее применение не приводит к ослаблению сечение вала. Она требует лишь паза в ступице устанавливаемой детали с уклоном 1:100. Несущая способность фрикционной шпонки меньше, чем врезной. В основном ее применяют, если требуется часто передвигать ступицу вдоль вала или смещать в угловом направлении.

Нагрузка в соединении с фрикционной шпонкой передается только за счет трения, возникающего на контактируемых поверхностях. Поэтому это соединение можно использовать как предохранительное при перегрузках.

Тангенциальная шпонка состоит из двух односкосных клиньев, прижатых друг к другу скошенными гранями. Узкие грани шпонки параллельны и являются рабочими. Параллельность рабочих граней позволяют изготавливать пазы на валу и в ступице без уклона. В сечении соединения одна из широких граней шпонки располагается касательно к окружности вала.

Допустимая сила между врезной клиновой шпонкой и валом определяется из расчета на смятие. Эпюра давлений, которая образуется в результате забивки шпонки и действия вращающего момента, измеряется по треугольнику.

Прочность по смятию широкой грани у шпонки, поставленной с предварительной затяжкой:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{12T}{bl_p(b + 6fd)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент; b – ширина шпонки; l_p – рабочая длина шпонки; f – коэффициент трения ($f = 0,15 - 0,2$); d – диаметр вала.

Соединения шпонки на лыске рассчитывают на прочность по смятию по тем же зависимостям, что и клиновые врезные шпонки.

При расчете прочности соединения фрикционной шпонкой делается допущение, что момент сил трения, приложенный к фрикционной шпонке, не изменяет формы первоначальной эпюры напряжений σ_1 .

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{T}{blfd} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

При расчете на прочность соединения тангенциальной шпонкой принимается, что вся нагрузка со стороны ступицы на шпонку воспринимается ее узкой гранью. Трением между поверхностями ступицы и вала, возникающим при заклинивании шпонок пренебрегают.

Условие прочности на смятие по узкой грани тангенциальной шпонки имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{(t - c)l_p(d - t)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где t – толщина шпонки; c – ширина фаски.

Шлицевые соединения. Шлицевые соединения можно рассматривать как многошпоночные, когда шпонки выполнены заодно с валом. Шлицевые соединения имеют ряд преимуществ по сравнению со шпоночными соединениями:

1) детали, установленные на шлицевых валах, лучше центрируются и имеют более точное направление при перемещении вдоль оси вала;

2) обеспечивается возможность передачи большего вращающего момента;

3) значительно меньше ослабления вала;

4) выше прочность шлицевых валов при действии динамических нагрузок.

Поэтому шлицевые соединения нашли широкое применение в автотракторной, станкостроительной и самолетостроительной промышленности.

Основным расчетом считается расчет на износ. Условие износоустойчивости имеет вид:

$$\sigma = \frac{T}{S_A l} \leq [\sigma_{\text{изн}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый соединением; l – рабочая длина соединения; S_A – статический момент единицы длины рабочей поверхности шлицев относительно оси вала.

$$S_A = 0,5zhd_{\text{cp}},$$

где z – число шлицев; h – высота поверхности контакта шлицев; d_{cp} – средний диаметр поверхности контакта; $[\sigma_{\text{изн}}]$ – допускаемое среднее давление из расчета на износ.

Для прямобочных шлицевых соединений средний диаметр поверхности контакта и высоту поверхности контакта рассчитывают по следующим зависимостям:

$$d_{\text{cp}} = \frac{D + d}{2}; \quad h = \frac{D - d}{2} - 2f,$$

где D – наружный диаметр шлицевого вала; d – внутренний диаметр шлицевого вала; f – размер фаски.

Для эвольвентных шлицевых соединений эти размеры приближенно определяют по следующим зависимостям:

$$d_{\text{ср}} = D - 1,1m; \quad h = 0,8m,$$

где m – модуль.

ТЕМА 15. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Параметры прямозубого цилиндрического зубчатого колеса. Расстояние между одноименными точками двух зубьев, измеренное по дуге окружности, называется *шагом зубчатого колеса* и обозначается буквой p (рис. 52).

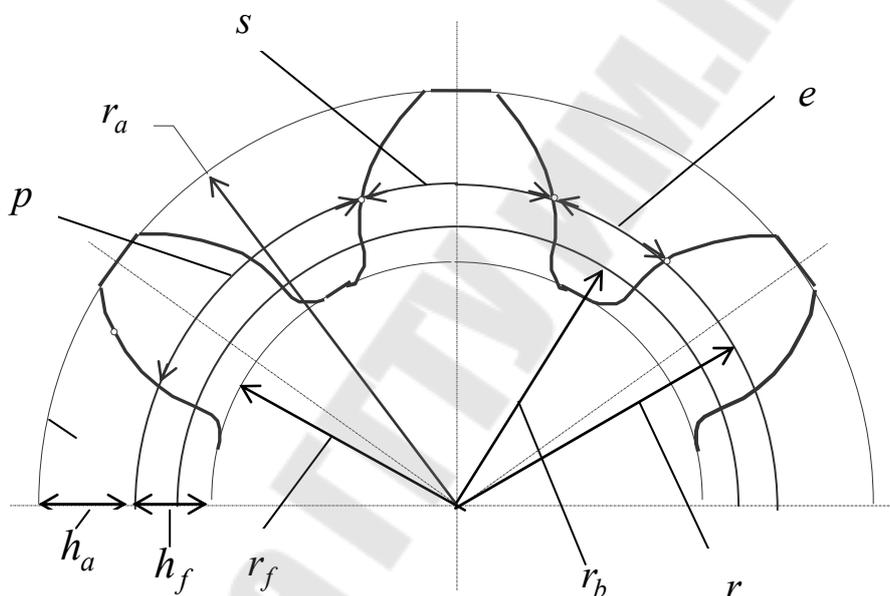


Рис. 52

Отношение шага зубчатого колеса к числу π называется *модулем зубчатого колеса*, обозначается буквой m , измеряется в мм и является стандартной величиной:

$$m = \frac{p}{\pi}.$$

Все размеры зубчатого колеса измеряется в долях модуля.

Зубчатое колесо состоит из тела зубчатого колеса и зубьев. Окружность, которая разделяет тело зубчатого колеса от зубьев, называется *окружностью впадин*. Все размеры, которые относятся к окружности впадин, имеют индекс f .

Окружность максимального радиуса зубчатого колеса называется *окружностью вершин зубьев*. Все размеры, которые относятся к окружности вершин зубьев, имеют индекс a .

Окружность, которая делит зуб на головку и ножку зуба, называется *делительной окружностью*. Все размеры, которые относятся к делительной окружности, индекса не имеют.

Размеры, относящиеся к основной окружности, имеют индекс b .

Зубчатые колеса, при нарезании которых делительная прямая зубчатой рейки касается делительной окружности, называются *нулевыми*. Параметры нулевого зубчатого колеса рассчитываются по следующим зависимостям:

- шаг зубчатого колеса по делительной окружности $p = \pi m$;
- высота головки зуба $h_a = m$;
- высота ножки зуба $h_f = 1,25m$;
- толщина зуба по делительной окружности $s = \frac{\pi m}{2}$;
- ширина впадины по делительной окружности $e = \frac{\pi m}{2}$;
- диаметр делительной окружности $d = mz$;
- диаметр окружности вершин зубьев $d_a = m(z + 2)$;
- диаметр окружности впадин $d_f = m(z - 2,5)$;
- диаметр основной окружности $d_b = \frac{d}{\cos 20^\circ}$.

Расчетная нагрузка для расчета зубчатых колес. По линии зацепления прямозубой цилиндрической передачи со стороны зуба одного колеса на зуб другой колеса действует нормальная сила F_n . Нормальную силу можно разложить на две составляющие: окружную силу F_t , направленную по касательной к начальным окружностям перпендикулярно линии межосевого расстояния, и радиальную F_r , направленную к оси вращения зубчатого колеса.

Окружная и радиальная силы рассчитываются по зависимостям:

$$F_t = \frac{2T}{d_w}; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w,$$

где T – вращающий момент на валу колеса; d_w – начальный диаметр зубчатого колеса; α_w – угол зацепления.

При расчете зубчатых колес на контактную прочность вводятся понятия удельной нагрузки ω и удельной расчетной нагрузки ω_H .

Удельная нагрузка определяется из условия, что силы передаются по всей длине l_Σ контактных линий:

$$\omega = \frac{F_n}{l_\Sigma} = \frac{F_t}{l_\Sigma \cos \alpha_w}.$$

Общая длина l_Σ контактных линий зависит от ширины b_w венца колеса и коэффициента перекрытия ε_α , поэтому в расчетах используют минимальное значение длины контактной линии:

$$l_{\Sigma \min} = b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon,$$

где K_ε – коэффициент, учитывающий повышение несущей способности зубчатых колес с увеличением коэффициента перекрытия.

В этом случае удельная нагрузка будет равна

$$\omega = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w}.$$

В действительности нагрузка на зубья значительно отличается от удельной номинальной нагрузки. В связи с этим вводятся поправочные коэффициенты, которые учитывают условия эксплуатации, и расчетная удельная нагрузка ω_H определяется по зависимости

$$\omega_H = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv},$$

где $K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий одновременное участие в передаче нагрузки нескольких пар зубьев; $K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки по ширине зуба; K_{Hv} – коэффициент, учитывающий влияние удара в момент входа зуба в зацепление.

Материалы зубчатых колес. Величина передаваемой нагрузки, допускаемая по контактной прочности зубьев, определяется в основном твердостью материала. Для изготовления зубчатых колес в основном используются стали. В зависимости от термообработки стальные зубчатые колеса подразделяются на две группы:

– с твердостью $HB \leq 350$ (зубчатые колеса нормализованные или улучшенные);

– с твердостью $HB > 350$ (зубчатые колеса с объемной закалкой, закалкой токами высокой частоты, азотированные и др.).

В основном используют нормализованные и улучшенные зубчатые колеса, т. к. при их изготовлении можно получить высокую точность без применения шлифования и притирки, они хорошо прирабатываются и не подвержены хрупкому разрушению при динамических нагрузках.

Для лучшей прирабатываемости зубчатых колес твердость шестерни назначают на 10–30 единиц больше твердости зубчатого колеса.

Допускаемые напряжения. Допускаемые напряжения изгиба σ_{FP} при расчете на выносливость определяются по формуле

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \lim}^0}{S_F} Y_R Y_S K_{xF},$$

где Y_R – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхности; Y_S – коэффициент, учитывающий влияние абсолютных размеров зубьев; K_{xF} – коэффициент, учитывающий влияние абсолютных размеров колес; S_F – коэффициент безопасности; $\sigma_{F \lim}^0$ – предел выносливости зубьев, соответствующий заданному числу циклов нагружения, МПа.

$$\sigma_{F \lim}^0 = \sigma_{F \lim b}^0 K_{Fq} K_{Fd} K_{Fc} K_{FL},$$

где $\sigma_{F \lim b}^0$ – предел выносливости зубьев, соответствующий базовому числу циклов нагружения, МПа; K_{Fq} – коэффициент, учитывающий влияния шлифования переходной поверхности зубьев; K_{Fd} – коэффициент, учитывающий влияние деформационного упрочнения или электрохимической обработки переходной поверхности зубьев; K_{Fc} – коэффициент, учитывающий двухстороннее приложение нагрузки; K_{FL} – коэффициент долговечности.

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO}}{N_{FE}}},$$

где N_{FO} – базовое число циклов нагружения; N_{FE} – эквивалентное число циклов нагружения.

$$N_{FE} = 60cnt,$$

где c – число зацеплений зуба за один оборот колеса; n – частота вращения зубчатого колеса, об/мин; t – время работы передачи, ч.

$$t = 365Lk_{\text{год}}24k_{\text{сут}},$$

где L – срок работы передачи, год; $k_{\text{год}}$ – коэффициент работы передачи в году; $k_{\text{сут}}$ – коэффициент работы передачи в сутках.

Допускаемые контактные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \text{ lim}}}{S_H} Z_R Z_V K_{xH} K_L,$$

где Z_R – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости; Z_V – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости; K_{xH} – коэффициент, учитывающий влияние размеров колеса; K_L – коэффициент, учитывающий влияние смазки; S_H – коэффициент безопасности; $\sigma_{H \text{ lim}}$ – предел контактной выносливости зубьев, соответствующий фактическому числу циклов нагружения.

$$\sigma_{H \text{ lim}} = \sigma_{H \text{ lim } b} K_{HL},$$

где $\sigma_{H \text{ lim } b}$ – предел контактной выносливости зубьев, соответствующий базовому числу циклов нагружения; K_{HL} – коэффициент долговечности.

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}},$$

где N_{HO} – базовое число циклов нагружения; N_{HE} – эквивалентное число циклов нагружения.

Расчет прочности зубьев по контактным напряжениям. Максимальные контактные напряжения возникают, когда зацепление зубьев происходит в полюсе зацепления. В этом случае в зацеплении находится одна пара зубьев. В качестве исходной принимаем формулу Герца для определения контактных напряжений в случае контакта двух цилиндров:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}},$$

где q – удельная нагрузка; $E_{\text{пр}}$ – приведенный модуль упругости.

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2},$$

где $\rho_{\text{пр}}$ – приведенный радиус кривизны; μ – коэффициент Пуассона.

Приведенный радиус кривизны определяется из соотношения

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2},$$

где ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны контактирующих профилей.

Для эвольвентного зубчатого зацепления

$$\rho_1 = \frac{d_{w1}}{2} \sin \alpha_w \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{d_{w2}}{2} \sin \alpha_w,$$

тогда

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{2}{d_{w1} \sin \alpha_w} \pm \frac{2}{d_{w2} \sin \alpha_w} = \frac{2(u \pm 1)}{d_{w1} \sin \alpha_w u},$$

где $u = \frac{d_{w2}}{d_{w1}}$ – передаточное число.

Знак «−» соответствует внутреннему зацеплению колес, а знак «+» – внешнему.

Заменяя в формуле Герца удельную нагрузку q на удельную расчетную нагрузку ω_H и подставляя значения величин $\frac{1}{\rho_{\text{пр}}}$

и $E_{\text{пр}}$, получаем:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv} 2E_1E_2 2(u+1)}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w (E_1 + E_2) d_{w1} u \sin \alpha_w 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{HP}.$$

По данной формуле можно оценить возможность передачи требуемого крутящего момента конкретной зубчатой передачей. Для по-

лучения формулы для проектного расчета учтем, что $F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}}$
 и $b_w = \psi_{bd}d_{w1}$, тогда

$$d_{w1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{bd} u \sigma_{HP}^2}},$$

где $K_d = 770 \text{ МПа}^{\frac{1}{3}}$ – коэффициент диаметра; $\psi_{bd} = 0,8 - 1,4$ – коэффициент ширины колеса.

Расчет зубьев на прочность при изгибе. При расчете зубьев на изгиб рассматривается случай, когда нормальная сила F_n действует в точке, лежащей на окружности вершин зубьев (рис. 53). В результате пластической деформации она направлена под углом α_α , несколько большим, чем угол зацепления α_w .

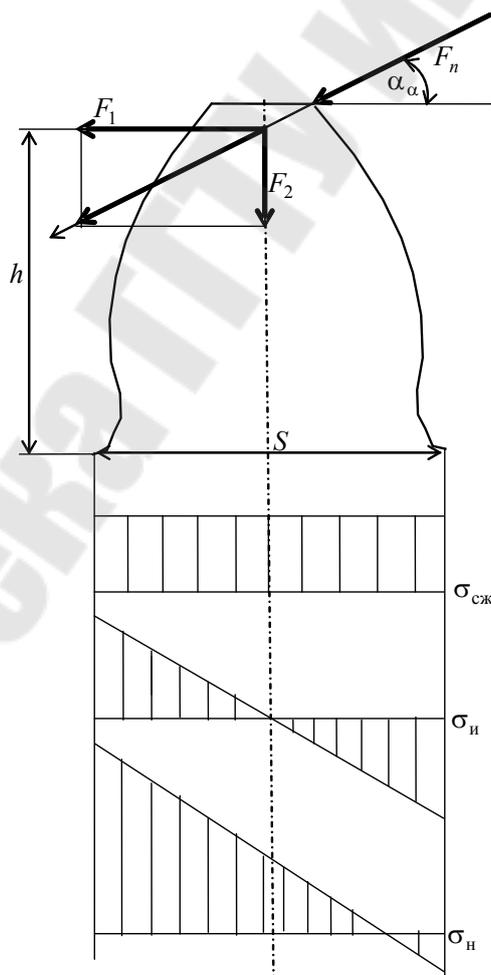


Рис. 53

Нормальную силу F_n перенесем по линии действия в точку, лежащую на оси симметрии зуба, и разложим на горизонтальную силу F_1 и вертикальную силу F_2 . Горизонтальная сила F_1 будет изгибать зуб. Максимальный изгибающий момент, равный $M_{из} = F_1 h$ будет действовать у ножки зуба. Вертикальная сила F_2 сжимает зуб.

Построим эпюры напряжений, действующих у основания зуба. Напряжения сжатия и напряжения изгиба будут рассчитываться по зависимостям:

$$\sigma_{сж} = \frac{F_2}{Sb_w}, \quad \sigma_{из} = \frac{6F_1}{b_w S^2}.$$

Выражая F_1 и F_2 через окружную силу F_t , учитывая, что $F_1 = F_n \cos \alpha_\alpha$ и $F_2 = F_n \sin \alpha_\alpha$, получим:

$$\sigma_{сж} = \frac{F_t \sin \alpha_\alpha}{Sb_w \cos \alpha_w}; \quad \sigma_{из} = \frac{6hF_t \cos \alpha_\alpha}{b_w S^2 \cos \alpha_w},$$

где b_w – ширина зуба.

Экспериментальные данные показывают, что поверхностные слои материала зуба оказывают меньшее сопротивление переменным, растягивающим напряжениям, чем напряжениям сжатия.

Суммарное номинальное напряжение на растянутой стороне зуба в опасном сечении равно

$$\sigma_H = \sigma_{из} - \sigma_{сж} = \frac{6hF_t \cos \alpha_\alpha}{b_w S^2 \cos \alpha_w} - \frac{F_t \sin \alpha_\alpha}{b_w S \cos \alpha_w}.$$

Действительные напряжения σ_F будут отличаться от номинальных напряжений. Особенность работы зуба в зацеплении учитывается соответствующими коэффициентами: α_σ – наличие концентрации напряжения на переходной поверхности зуба; $K_{F\alpha}$ – неравномерность распределения нагрузки между зубьями; $K_{F\beta}$ – неравномерность распределения нагрузки по ширине зуба; K_{Fv} – наличие удара в момент входа зуба в зацепление. Поэтому действительное напряжение будет равно:

$$\sigma_F = \sigma_H \alpha_\sigma K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Подставляя значение σ_H , получаем:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b_w} \left(\frac{6h \cos \alpha_\alpha}{S^2 \cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{S} \right) \alpha_\sigma K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Принимая во внимание, что коэффициент формы зуба Y_F равен

$$Y_F = m \left(\frac{6h \cos \alpha_\alpha}{S^2 \cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{S} \right) \alpha_\sigma,$$

получаем
$$\sigma_F = \frac{F_t Y_F}{b_w m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Условие прочности будет выполняться, если

$$\sigma_F = \frac{F_t Y_F}{b_w m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv} \leq \sigma_{FP},$$

где σ_{FP} – допускаемое напряжение на изгиб.

Учитывая, что $F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}}$, $b_w = \psi_{bd} d_{w1}$ и $d_{w1} = m z_1$, и решая данное уравнение относительно модуля m , получим следующую формулу для проектного расчета на изгиб:

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{\psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}},$$

где $K_m = 1,4$ – коэффициент модуля колеса.

Коэффициент Y_F выбирается в зависимости числа зубьев z_1 .

Особенности геометрии косозубой цилиндрической передачи. В косозубой цилиндрической передаче (рис. 54) линия зуба наклонена к оси вращения под углом β_b . В связи с этим зуб входит в зацепления не сразу, а постепенно. В зацеплении могут одновременно находиться несколько пар зубьев. В результате чего уменьшается шум и увеличивается плавность зацепления.

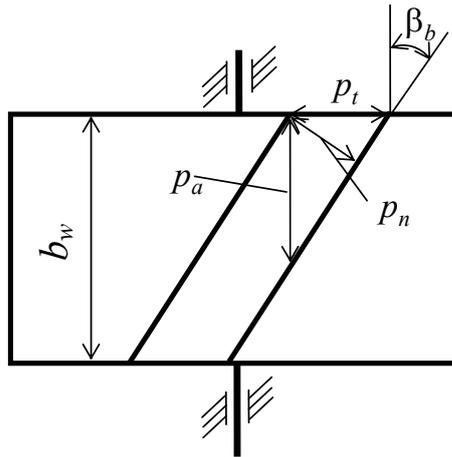


Рис. 54

В косозубой зубчатой передаче различают три шага: нормальный шаг p_n , торцовый шаг p_t и осевой шаг p_a , а следовательно, и три модуля: нормальный модуль m_n , который является стандартным, торцовый модуль m_t и осевой модуль m_a . Торцовый и осевой модули выражаются через нормальный по зависимостям:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta_b}; \quad m_a = \frac{m_n}{\sin \beta_b}.$$

Делительный диаметр косозубого цилиндрического колеса рассчитывается по зависимости

$$d = m_t z = \frac{m_n}{\cos \beta_b} z.$$

Высота головки и ножки зуба соответственно равны:

$$h_a = m_n; \quad h_f = 1,25m_n.$$

В этом случае диаметр вершин и диаметр впадин зубьев рассчитываются по зависимостям:

$$d_a = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_b} + 2 \right);$$

$$d_f = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_b} - 2,5 \right).$$

Прочность зуба косозубого колеса определяют размеры и форма в нормальном сечении. Форму зуба в нормальном сечении определяют через параметры эквивалентного прямозубого колеса.

Нормальное сечение косозубого колеса представляет эллипс (рис. 55) с полуосями $c = \frac{d_w}{2}$ и $e = \frac{d_w}{2\cos\beta_b}$.

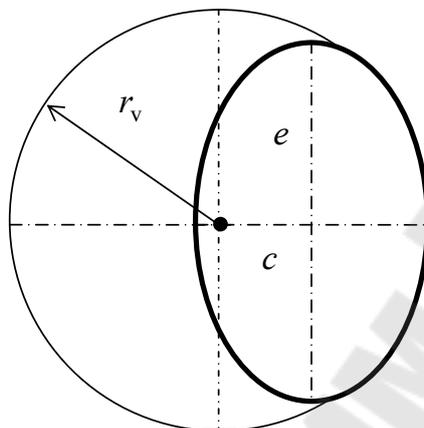


Рис. 55

Зацепление зубьев происходит на малой полуоси. Радиус кривизны r_v на малой полуоси эллипса равен:

$$r_v = \frac{e^2}{c} = \frac{d_w}{2\cos^2\beta_b}.$$

В соответствии с этим форма косоугольного зуба в нормальном сечении определяется эквивалентным прямозубым колесом, диаметр которого

$$d_v = \frac{d_w}{\cos^2\beta_b},$$

а число зубьев — $z_v = \frac{z}{\cos^3\beta_b}$.

Увеличение эквивалентных параметров (d_w и z_v) с увеличением угла β_b является одной из причин повышения несущей способности косозубых передач.

Расчет на контактную и изгибную прочность. Проектный расчет на контактную прочность и на изгиб косозубых зубчатых передач производят по формулам, аналогичным для прямозубых передач:

$$d_{w1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{bd} u \sigma_{HP}^2}};$$

$$m_n \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{\psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}}.$$

Различие заключается в коэффициентах K_d , K_m и Y_F . Это связано с тем, что суммарная длина контактной линии постоянна, отличие – в приведенном радиусе кривизны и определении нормального модуля зацепления, а не торцового. Поэтому коэффициенты принимают значения: $K_d = 675 \text{ МПа}^{1/3}$, $K_m = 1,12$; коэффициент формы зуба Y_F выбирается для числа зубьев эквивалентного колеса, которое равно $z_v = \frac{z_1}{\cos^3 \beta_b}$.

Силы, действующие в косозубой цилиндрической передаче.
 В косозубой зубчатой передаче нормальную силу раскладывают на три составляющие: окружную силу $F_t = \frac{2T}{d_w}$, осевую силу $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_b$ и радиальную силу $F_r = F_t' \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta_b}$ (рис. 56).

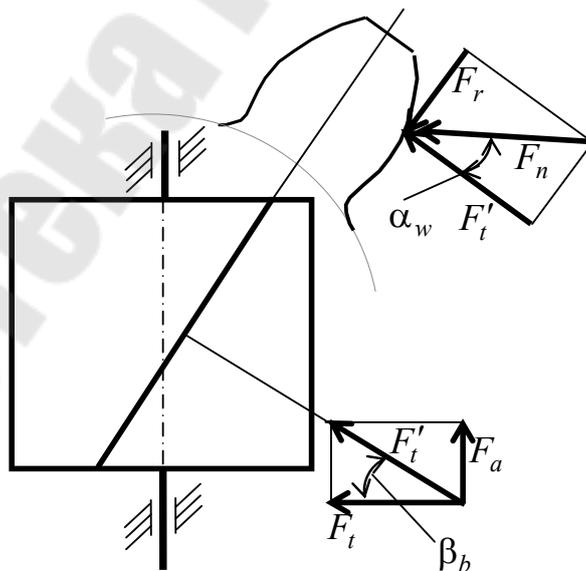


Рис. 56

Нормальную силу, действующую в зацеплении, определяют по зависимости:

$$F_n = \frac{F_t'}{\cos \alpha_w} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w \cos \beta_b}.$$

Конические зубчатые передачи. Конические зубчатые передачи (рис. 57) предназначены для передачи вращательного движения между пересекающимися осями. Угол Σ , под которым могут пересекаться оси, может изменяться от 10° до 170° . Наибольшее распространение нашли конические передачи, когда угол $\Sigma = 90^\circ$. В конической передаче одно колесо имеет консольное расположение, поэтому ее нагрузочная способность на 15 % ниже, чем у цилиндрической передачи. Конические зубчатые колеса могут быть с прямым, косым и кривым зубом. Если направление линии зуба колеса проходит через ось вращения, то такая передача называется прямозубой. У конической косозубой передаче направление линии зуба является касательной к какой-то окружности. Линия зуба кривоизогнутого конического колеса очерчена по кривой линии, чаще всего по окружности.



Рис. 57

Так как оси колес пересекаются (рис. 58), то начальные поверхности являются конусами, углы которых определяются по зависимостям:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma};$$

$$\delta_2 = \Sigma - \delta_1,$$

где u – передаточное число.

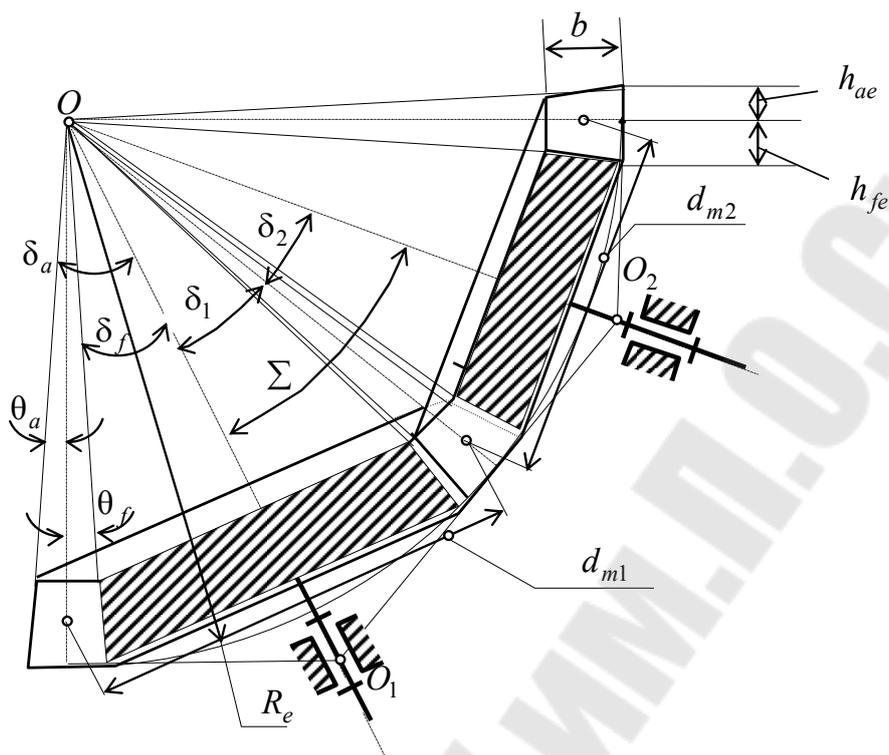


Рис. 58

Для ортогональных передач:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{z_1}{z_2}; \operatorname{tg} \delta_2 = u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Параметры прямозубых конических колес принято рассчитывать на поверхности внешнего дополнительного конуса, образующая которого перпендикулярна к образующей делительного конуса.

Делительный диаметр на дополнительном конусе:

$$d_e = m_e z,$$

где m_e – внешний торцовый модуль.

Внешний торцовый модуль может иметь нестандартное значение, но на практике его чаще всего округляют до ближайшего стандартного.

Важнейшим параметром конической передачи является внешнее конусное расстояние R_e , которое рассчитывается следующим образом:

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2\sin\delta_1} = \frac{m_e z_1}{2\sin\delta_1} = \frac{m_e z_1 \sqrt{1+u^2}}{2}.$$

Ширину зубчатого венца b (рис. 58) рекомендуется принимать $b \leq 0,3R_e$ или $b \leq 10m_e$. Внешняя высота головки зуба – $h_{ae} = m_e$, ножки зуба – $h_{fe} = 1,2m_e$.

Среднее конусное расстояние R_m и средний окружной модуль m_m определяются по зависимостям:

$$R_m = R_e - 0,5b; \quad m_m = \frac{R_m}{R_e} m_e.$$

Угол ножки зуба θ_f и угол головки зуба θ_a находят по формулам:

$$\operatorname{tg}\theta_f = \frac{h_{fe}}{R_e}; \quad \operatorname{tg}\theta_a = \frac{h_{ae}}{R_e}.$$

Угол конуса вершин δ_a и угол конуса впадин δ_f равны:

$$\delta_a = \delta + \theta_a; \quad \delta_f = \delta - \theta_f.$$

Внешний диаметр вершин зубьев d_{ae} и внешний диаметр впадин зубьев d_{fe} рассчитывают по формулам:

$$d_{ae} = d_e + 2h_{ae} \cos\delta;$$

$$d_{fe} = d_e - 2h_{fe} \cos\delta.$$

Передаточное отношение ортогональной конической передачи:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} = \operatorname{tg}\delta_2 = \operatorname{ctg}\delta_1.$$

Расчет конических передач по контактным напряжениям.
В качестве исходной формулы принимается формула Герца:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{HP}.$$

Коническая передача заменяется эквивалентной прямозубой цилиндрической передачей, у которой делительные диаметры и числа зубьев равны:

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}; \quad d_{v2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2};$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}.$$

Поэтому, приведенный радиус кривизны $\rho_{пр}$ для эквивалентной прямозубой цилиндрической передачи будет определяться из выражения

$$\frac{1}{\rho_{пр}} = \frac{2 \cos \delta_1}{d_{m1} \sin \alpha_w} + \frac{2 \cos \delta_2}{d_{m2} \sin \alpha_w} = \frac{2}{d_{m1} \sin \alpha_w} \left(\cos \delta_1 + \frac{\cos \delta_2}{u} \right).$$

Учитывая, что

$$\cos \delta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_1}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{u^2}}} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + 1}};$$

$$\cos \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}},$$

получаем
$$\frac{1}{\rho_{пр}} = \frac{2\sqrt{u^2 + 1}}{d_{m1} u \sin \alpha_w}.$$

Тогда требуемый средний диаметр конической шестерни из условия прочности по контактным напряжениям будет определяться по зависимости

$$d_{m1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 \psi_{bd} u \sigma_{HP}^2}}.$$

При расчете по изгибным напряжениям средний модуль m_m рассчитывается по формуле

$$m_m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{0,85 \psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}},$$

где Y_F – коэффициент формы зуба, который выбирается в зависимости от числа зубьев эквивалентного колеса $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$.

Силы, действующие в коническом зацеплении. Нормальная сила F_n в зацеплении раскладывается на три составляющие: окружную силу F_t , осевую силу F_a и радиальную силу F_r . Из условия равновесия следует, что $F_{r1} = F_{a2}$ и $F_{r2} = F_{a1}$ (рис. 59). Составляющие силы определяют по зависимостям:

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_2}{d_{m2}};$$

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cos \delta_1; \quad F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \sin \delta_1.$$

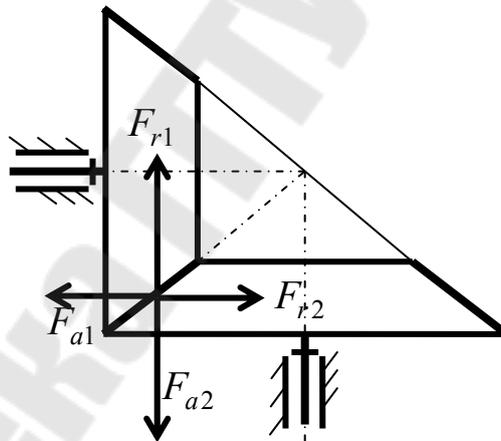


Рис. 59

ТЕМА 16. ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Общие сведения. Червячной называется передача, состоящая из двух подвижных звеньев – червяка 1 и зубчатого колеса 2 – и предназначенная для передачи и преобразования вращательного движения между перекрещивающимися осями, обычно под углом 90° (рис. 60).

Червяком называют звено, наружная поверхность которого имеет форму винта. Червячным колесом называется зубчатое колесо с косыми зубьями, которое зацепляется с червяком.

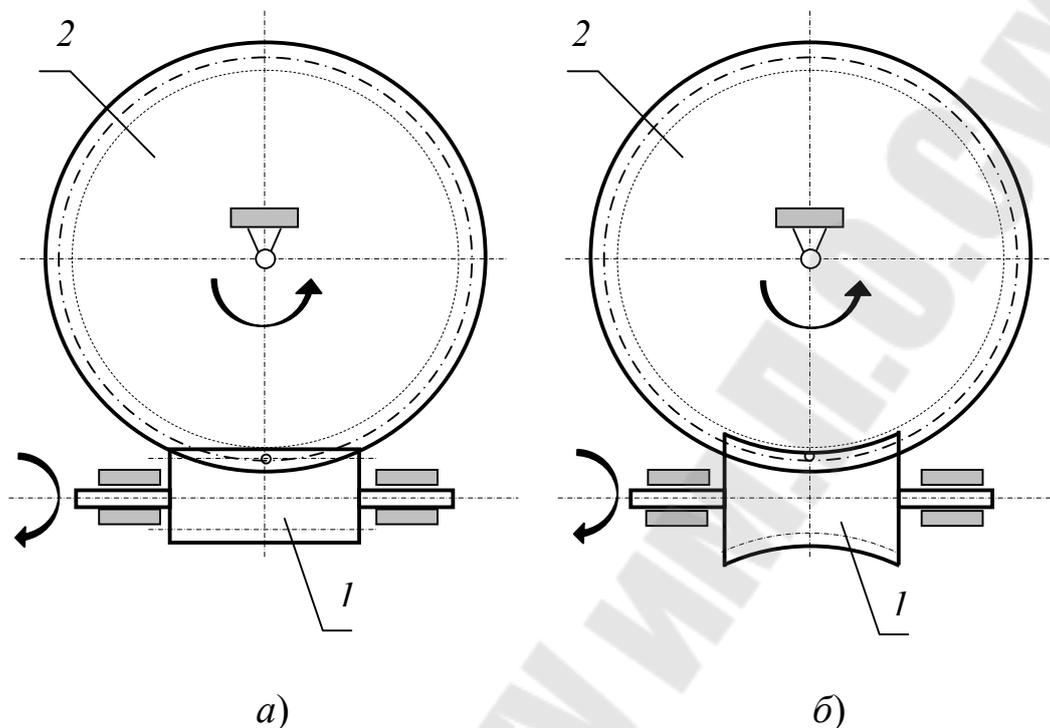


Рис. 60

Червячные передачи подразделяются:

а) по форме поверхности вершин витков червяка: цилиндрические червячные передачи (рис. 60, а) и глобоидные червячные передачи (рис. 60, б);

б) по направлению линии витков: с правым и левым направлением;

в) по числу витков: одно- и многозаходные;

г) по расположению червяка относительно колеса: с нижним, верхним и боковым;

д) по виду применяемого червяка: с архимедовым, конволютным, эвольвентным и нелинейчатым червяком.

Архимедов червяк в осевом сечении имеет трапецеидальный профиль витка и представляет собой обычный винт. В торцовом сечении его витки очерчены по спирали Архимеда.

Конволютный червяк имеет трапецеидальный профиль в нормальном к витку сечению, а в торцовом сечении очерчен удлиненной эвольвентой.

Эвольвентный червяк представляет собой косозубое колесо с малым числом зубьев и большим углом наклона.

Нелинейчатый червяк получают из конволютного червяка путем шлифования конусными кругами с прямолинейными образующими.

Достоинство червячных передач состоит в возможности получения до 60 передаточных чисел в одной ступени, плавности и бесшумности работы, возможности самоторможения.

К недостаткам червячных передач относятся низкий КПД, большое тепловыделение и необходимость применения цветных металлов.

Геометрия червячной передачи. Расстояние между одноименными точками соответствующих боковых сторон двух смежных витков червяка, измеренное параллельно оси, называется *шагом червяка* и обозначается p . Отношение шага p к числу π называется модулем m . Для червяка он является осевым, а для червячного колеса – торцовым (рис. 61).

Рис. 61

97

Делительный диаметр червяка, нарезанного без смещения, определяется по зависимости

$$d_1 = mq,$$

где q – коэффициент диаметра червяка.

Угол подъема γ витков червяка на делительном диаметре равен

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{pz_1}{\pi d_1} = \frac{\pi mz_1}{\pi mq} = \frac{z_1}{q},$$

где z_1 – число заходов червяка.

Высота головки h_{a1} и ножки h_{f1} витка определяется по формуле

$$h_{a1} = h_{a1}^* m; \quad h_{f1} = h_{f1}^* m,$$

где $h_{a1}^* = 1$ – коэффициент высоты головки; h_{f1}^* – коэффициент высоты ножки.

Для архимедовых, конволютных и нелинейчатых червяков коэффициент высоты ножки $h_{f1}^* = 1,2$. Для эвольвентных червяков он рассчитывается по зависимости

$$h_{f1}^* = 1 + 0,2 \cos \gamma.$$

Диаметр вершин d_{a1} и диаметр впадин d_{f1} червяка соответственно равны:

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}; \quad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}.$$

Длина b_1 нарезаемой части червяка определяется по эмпирической зависимости

$$b_1 = (c_1 + c_2 z_2) m,$$

где c_1, c_2 – коэффициенты, зависящие от числа заходов червяка.

Делительный диаметр d_2 , а также диаметры окружности вершин d_{a2} и окружности впадин d_{f2} зубьев червячного колеса в среднем сечении определяются по формулам:

$$d_2 = mz_2; \quad d_{a2} = d_2 + 2h_{a2}; \quad d_{f2} = d_2 - 2h_{f2},$$

где z_2 – число зубьев червячного колеса.

Минимальное число зубьев червячного колеса в силовых передачах с одним витком ($z_{2\min}$) принимают равным 26–28. Оптимальное число зубьев для силовых передач $z_2 = 32–63$.

Ширина зубчатого колеса $b_2 \leq 0,75d_{a1}$ при одно- и двухзаходном червяке и $b_2 \leq 0,67d_{a1}$ – при четырехзаходном червяке.

Условный угол обхвата 2δ для расчета на прочность определяется из формулы

$$\sin \delta = \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}.$$

Межосевое расстояние червячной передачи:

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(q + z_2).$$

Скольжение в червячной передаче, КПД и силы в зацеплении. Работа червячной передачи сопровождается большими скоростями скольжения. Скорость скольжения $V_{ск}$ направлена по касательной к линии витка червяка и находится по формуле

$$V_{ск} = \frac{V_1}{\cos \gamma} = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000 \cdot \cos \gamma}.$$

КПД в червячном зацеплении η_3 определяется так же, как и для винта:

$$\eta_3 = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')},$$

где φ' – приведенный угол трения.

Общий коэффициент полезного действия червячного редуктора определяется через коэффициенты потерь:

$$\eta = 1 - (\varphi_3 + \varphi_{\Pi} + \varphi_y + \varphi_M + \varphi_B),$$

где $\varphi_3, \varphi_{\Pi}, \varphi_y, \varphi_M, \varphi_B$ – относительные потери соответственно в зацеплении, подшипниках, уплотнениях, на перемешивание и разбрызгивание масла, на привод вентилятора.

Считают, что силы в зацеплении червячной передачи (рис. 62) приложены в полюсе зацепления и определяются по зависимостям:

$$F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}; F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}; F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_w.$$

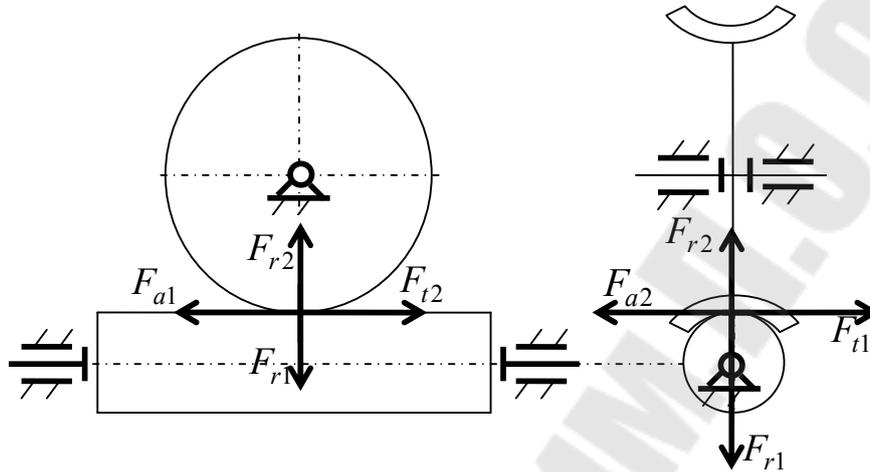


Рис. 62

Расчетная нагрузка. По аналогии с косозубой передачей удельная нагрузка $q_{\text{ч}}$ для червячных передач:

$$q_{\text{ч}} = \frac{F_n K_{H\beta} K_{Hv}}{l_{\Sigma}} = \frac{F_{t2} K_{H\beta} K_{Hv}}{l_{\Sigma} \cos \alpha_w \cos \gamma},$$

где l_{Σ} – суммарная длина контактной линии.

$$l_{\Sigma} = \frac{0,75b\varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma} = \frac{0,75\pi d_1 2\delta\varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma 360^{\circ}},$$

где 0,75 – коэффициент, учитывающий уменьшение поля зацепления.

Расчетная нагрузка в этом случае:

$$q_{\text{ч}} = \frac{F_{t2} K_{H\beta} K_{Hv} 360^{\circ}}{0,75\pi d_1 2\delta\varepsilon_{\alpha} \cos \alpha} = \frac{2T_2 K_{H\beta} K_{Hv} 360^{\circ}}{0,75\pi d_1 d_2 2\delta\varepsilon_{\alpha} \cos \alpha}.$$

Расчет на прочность по контактным напряжениям. В качестве исходной формулы используем формулу Герца:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q_\alpha E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{\text{HP}}.$$

Приведенный модуль упругости $E_{\text{пр}}$ равен:

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}.$$

Учитывая, что радиус кривизны профиля червяка в нормальном сечении $\rho_1 = \infty$, получим следующее соотношение для приведенного радиуса кривизны:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} \approx \frac{1}{\rho_2} \approx \frac{2 \cos^2 \gamma}{d_2 \sin \alpha_w}.$$

Подставляя в формулу Герца q_α , $E_{\text{пр}}$ и $\frac{1}{\rho_{\text{пр}}}$, принимая, что $\alpha_w = 20^\circ$; $\gamma \approx 10^\circ$; $\varepsilon_\alpha = 1,8$; $2\delta = 100^\circ$; $\mu = 0,3$; $E_1 = 2,15 \cdot 10^5$ МПа (для стали); $E_2 = 0,9 \cdot 10^5$ МПа (для бронзы), и выполняя преобразования с учетом равенств $d_1 = mq$; $d_2 = mz_2$; $m = 2a_w / (z_2 + q)$, получаем:

$$\sigma_H = \frac{5400}{\frac{z_2}{q}} \sqrt{\left(\frac{z_2/q + 1}{a_w}\right)^3 T_2 K_{H\beta} K_{Hv}} \leq \sigma_{\text{HP}}.$$

Для проектного расчета решим данное уравнение относительно межосевого расстояния a_w :

$$a_w = \left(\frac{z_2}{q} + 1\right) \sqrt[3]{\left(\frac{5400}{\sigma_{\text{HP}} z_2 / q}\right)^2 T_2 K_{H\beta} K_{Hv}}.$$

Расчет на прочность по напряжениям изгиба. Так как витки червяка по форме и материалу значительно прочнее зубьев колеса, то расчет ведется только для зубьев колеса. Расчет выполняют в форме проверочного аналогично расчету косозубого цилиндрического колеса.

Учитывая особенности червячной передачи, формула для определения напряжений изгиба принимает вид:

$$\sigma_F = 1,72 \frac{T_2 Y_F K_{F\beta} K_{Fv} \cos \gamma}{d_1 d_2 m} \leq \sigma_{\text{FP}}.$$

Коэффициент формы зуба Y_F выбирают по эквивалентному числу зубьев $z_v = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$.

В предварительных расчетах можно принимать произведения $K_{H\beta}K_{H\alpha} = K_{F\beta}K_{F\alpha} = 1,1-1,4$.

Расчет тела червяка. Червяк проверяют на прочность по напряжениям изгиба и жесткость. Максимальный изгибающий момент от силы F_{t1} :

$$M_1 = \frac{F_{t1}l}{4},$$

где l – расстояние между опорами червяка.

Максимальный изгибающий момент от сил F_{r1} и F_{a1} :

$$M_2 = \frac{F_{r1}l}{4} + \frac{F_{a1}d_1}{4}.$$

Суммарный изгибающий момент:

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}.$$

На основе энергетической теории прочности эквивалентный момент равен:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M^2 + 0,75T^2}.$$

Условие прочности будет выполнено, если

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_{\text{и}}} \leq [\sigma_{\text{и}}],$$

где $W_{\text{и}}$ – момент сопротивления изгибу; $[\sigma_{\text{и}}]$ – допускаемое напряжение на изгиб.

Повышенные прогибы червяка приводят к высокой концентрации нагрузки в зацеплении, поэтому максимальный прогиб червяка f не должен превышать $0,008 m$.

Материалы. Допускаемые напряжения. Червяки изготавливаются из углеродистых и легированных сталей. Для повышения нагрузочной способности витки червяка подвергают термообработке до высокой твердости с последующим шлифованием.

Червячные колеса преимущественно изготавливаются из бронзы, реже из чугуна или латуни.

Допускаемые контактные напряжения зубьев колес из оловянных бронз определяют по зависимости

$$\sigma_{HP} = \sigma_{B2} K_{H\sigma} K_{HL},$$

где σ_{B2} – предел прочности материала; $K_{H\sigma}$ – коэффициент концентрации нагрузки; K_{HL} – коэффициент долговечности.

Для колес из чугуна и безоловянной бронзы допускаемое контактное напряжение назначается в зависимости от скорости скольжения.

Допускаемые напряжения изгиба зависят от режима работы. При нереверсивной передаче они определяются по эмпирической формуле

$$\sigma_{FP} = (0,25\sigma_{T2} + 0,08\sigma_{B2})K_{FL},$$

а при реверсивной передаче – по зависимости

$$\sigma_{FP} = 0,16\sigma_{B2}K_{FL},$$

где σ_T – предел текучести материала; K_{FL} – коэффициент долговечности.

Тепловой расчет червячной передачи. Червячные передачи работают с большим выделением теплоты. Уравнения теплового баланса для червячного редуктора имеет вид:

$$(1 - \eta)P_1 = K_T (t_M - t_B) A (1 + \psi),$$

откуда температура смазочного материала:

$$t_M = \frac{(1 - \eta)P_1}{A(1 + \psi)K_T} + t_B \leq [t_M],$$

где η – коэффициент полезного действия червячной передачи; P_1 – передаваемая мощность; A – площадь свободной поверхности охлаждения корпуса; t_B – температура окружающей среды; ψ – коэффициент, учитывающий отвод в раму или плиту; K_T – коэффициент теплоотдачи; $[t_M]$ – допустимая температура смазочного материала.

ТЕМА 17. РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Общие сведения. Ременная передача – это передача гибкой связью (рис. 63), состоящая из ведущего 1 и ведомого 2 шкивов и надето-

го на них ремня 3. Основное назначение – передача механической энергии от двигателя передаточным и исполнительным механизмам, как правило, с понижением частоты вращения.

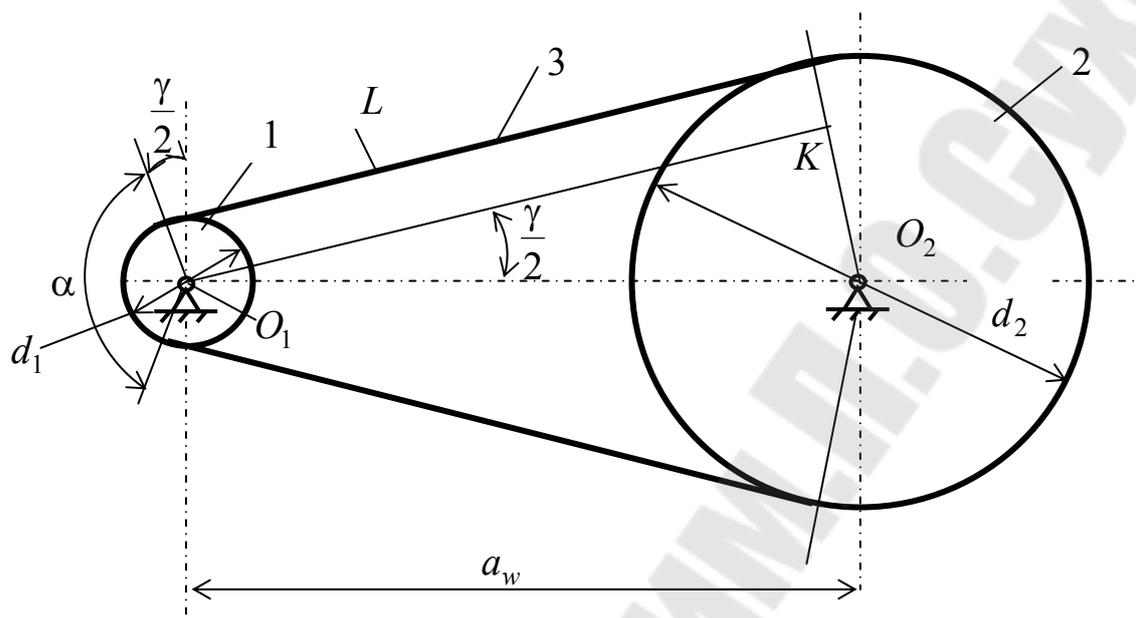


Рис. 63

По принципу работы различаются передачи трением и зацеплением (зубчато-ременные). Передачи зубчатыми ремнями по своим свойствам существенно отличаются от передач трением и не рассматриваются в данном курсе.

Ремни передач трением по форме поперечного сечения разделяются на плоские (рис. 64, а), клиновые (рис. 64, б), поликлиновые (рис. 64, в) и круглые (рис. 64, г).

Условием работы ременных передач трением является наличие натяжения ремня, которое можно осуществить следующими способами: упругим предварительным растяжением ремня; перемещением одного из шкивов относительно другого; натяжным роликом; автоматическим устройством, обеспечивающим регулирование натяжения в зависимости от передаваемой нагрузки.

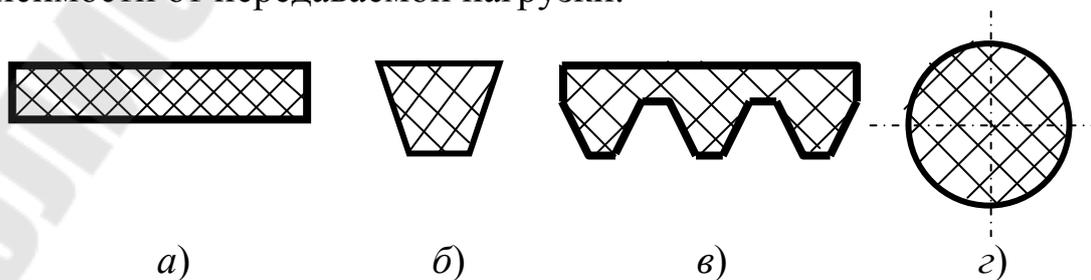


Рис. 64

Клиновые, поликлиновые, зубчатые и быстроходные плоские изготавливают бесконечными замкнутыми. Плоские ремни преимущественно выпускают конечными в виде длинных лент. Концы таких ремней склеивают, сшивают или соединяют металлическими скобами. Места соединения ремней вызывают динамические нагрузки, что ограничивает скорость ремня. Разрушение этих ремней происходит, как правило, по месту соединения.

Плоские ремни (рис. 64, а) отличаются большой гибкостью из-за малого отношения толщины ремня к его ширине. Наиболее перспективны синтетические ремни ввиду их высокой прочности и долговечности. Несущий слой этих ремней выполняется из капроновых тканей, полиэфирных нитей. Материал фрикционного слоя – полиамид или каучук.

Клиновые ремни (рис. 64, б) имеют трапецевидное сечение с боковыми рабочими сторонами, соприкасающимися с канавками на шкивах. Благодаря клиновому действию ремни этого типа обладают повышенным сцеплением со шкивами. Клиновые ремни при том же натяжении обеспечивают примерно втрое большую силу трения по сравнению с плоскими ремнями. Из-за большой высоты сечения в клиновых ремнях возникают значительные напряжения при изгибе ремня на шкивах. Эти напряжения являются переменными и вызывают усталостное разрушение ремня. Клиновые ремни выпускаются семи марок в зависимости от площади сечения (О, А, Б, В, Г, Д и Е). Число ремней в комплекте обычно от 2 до 8 и ограничивается неравномерностью распределения передаваемой нагрузки между ремнями.

Поликлиновые ремни (рис. 64, в) – плоские бесконечные ремни с продольными клиновыми ребрами на внутренней поверхности. Эти ремни сочетают гибкость плоских ремней и повышенное сцепление со шкивами, характерное для клиновых ремней.

Круглые ремни (рис. 64, г) выполняют резиновыми диаметром от 3 до 12 мм, используются для передачи небольших мощностей в приборах и бытовой технике.

К достоинствам ременных передач трением можно отнести:

- возможность передачи движения на значительные расстояния;
- возможность работы с высокими скоростями;
- плавность и малошумность работы;

- предохранение механизмов от резких колебаний нагрузки и ударов;
- защита от перегрузки за счет проскальзывания ремня по шкиву;
- простота конструкции, отсутствие необходимости смазочной системы;
- малая стоимость.

Основные недостатки ременных передач:

- значительные габариты; значительные силы, действующие на валы и опоры;
- непостоянство передаточного отношения;
- малая долговечность ремней в быстроходных передачах;
- необходимость защиты ремня от попадания масла.

Основные геометрические соотношения. К геометрическим параметрам ременной передачи относятся диаметры шкивов d_1, d_2 , межосевое расстояние a_w , угол обхвата α и длина ремня L .

Из рис. 63 следует, что угол обхвата α равен

$$\alpha = 180 - 2 \frac{\gamma}{2}.$$

Проведем из центра O_1 прямую, параллельную ветви ремня (рис. 63). Из треугольника O_1O_2K следует:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{O_2K}{a_w} = \frac{d_2 - d_1}{2a_w}.$$

Учитывая, что $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$, получаем выражения для определения угла обхвата:

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ \frac{d_2 - d_1}{a_w}.$$

Минимальный угол охвата α_{\min} для плоскоремной передачи должен быть 150° , для клиноремной – 120° .

Длина ремня (без учета его деформации на шкивах) определяется как сумма длин прямолинейных участков и длин дуг охвата ремнем малого и большого шкивов:

$$L = 2a_w \cos \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \gamma \frac{(d_2 - d_1)}{2}.$$

Используя разложение в ряд Маклорена с точностью до первых двух членов $\cos \frac{\gamma}{2} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2$, получаем зависимость для определения длины ремня:

$$L \approx 2a_w + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a_w}.$$

Кинематика ременных передач. Окружные скорости на шкивах определяются по зависимостям:

$$V_1 = \frac{\pi n_1 d_1}{60 \cdot 1000}; \quad V_2 = \frac{\pi n_2 d_2}{60 \cdot 1000},$$

где d_1 и d_2 – диаметры ведущего и ведомого шкивов, мм; n_1 и n_2 – частоты вращения шкивов, об/мин.

Окружная скорость на ведомом шкиве V_2 меньше скорости на ведущем V_1 вследствие упругого скольжения:

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon),$$

где ε – коэффициент упругого скольжения.

Передаточное число:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)}.$$

Обычно коэффициент упругого скольжения находится в пределах 0,01–0,02 и растет с увеличением нагрузки.

Силы и силовые зависимости. Окружная сила на ведущем шкиве определяется по зависимости

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{P_1}{V_1},$$

где T_1 – вращающий момент на ведущем шкиве; P_1 – мощность на ведущем шкиве.

С другой стороны:

$$F_t = S_1 - S_2,$$

где S_1 и S_2 – силы натяжения ведущей и ведомой ветвей ремня под нагрузкой.

Сумма натяжений ветвей при передаче полезной нагрузки не меняется по сравнению с начальной:

$$S_1 + S_2 = 2S_0,$$

где S_0 – предварительное натяжение ремня.

Сила предварительного натяжения ремня S_0 должна обеспечивать передачу полезной нагрузки за счет сил трения между ремнем и шкивом. При этом натяжение должно сохраняться долгое время при удовлетворительной долговечности ремня. С ростом силы несущая способность ременной передачи возрастает, однако срок службы уменьшается.

Решая совместно два последних уравнения, получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2}; \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2}. \end{cases}$$

В данной системе имеем три неизвестные величины S_1 , S_2 и S_0 .

Для определения этих неизвестных Эйлер установил зависимость между S_1 и S_2 , рассматривая элементарный элемент на границе буксования (рис. 65).

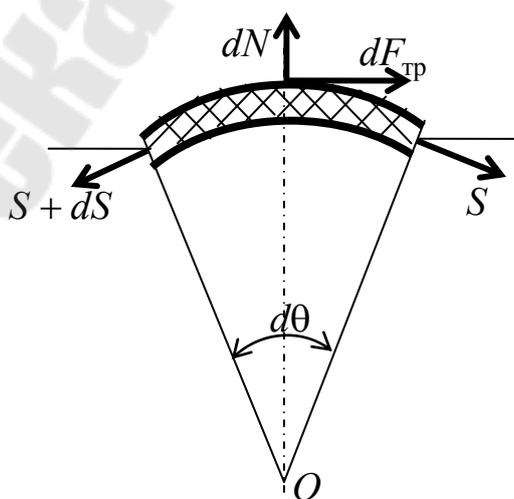


Рис. 65

Рассмотрим условие равновесия:

$$\sum M_O = 0; \quad (S + dS) \frac{d_1}{2} - S \frac{d_1}{2} - dF_{\text{тр}} \frac{d_1}{2} = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad -(S + dS) \sin \frac{d\theta}{2} - S \sin \frac{d\theta}{2} + dN = 0.$$

Учитывая, что $dF_{\text{тр}} = dNf$, $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$, пренебрегая величинами второго порядка малости и решая совместно уравнения равновесия, получим:

$$\frac{dS}{S} = fd\theta.$$

Интегрируя дифференциальное уравнение

$$\int_{S_2}^{S_1} \frac{dS}{S} = \int_0^{\alpha} fd\theta,$$

получаем $S_1 = S_2 e^{\alpha f}$.

Таким образом получаем систему из трех уравнений:

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2}; \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2}; \\ S_1 = S_2 e^{\alpha f}. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получаем зависимости для определения S_1 , S_2 и S_0 через окружную силу F_t :

$$S_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1};$$

$$S_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1};$$

$$S_0 = \frac{F_t (e^{f\alpha} + 1)}{2 (e^{f\alpha} - 1)}.$$

При круговом движении ремня на каждый его элемент массой dm в пределах угла обхвата действуют элементарные центробежные силы $dF_{\text{ин}}$, которые вызывают дополнительное натяжение S_v ремня во всех его сечениях.

Элементарная центробежная сила (рис. 66) равна:

$$dF_{\text{ин}} = dm \frac{V^2}{d/2} = \frac{\gamma}{g} \left(d\theta \frac{d}{2} b\delta \right) \frac{V^2}{d/2} = \rho b \delta V^2 d\theta,$$

где γ – удельный вес материала ремня; ρ – плотность материала ремня; b – ширина ремня; δ – толщина ремня.

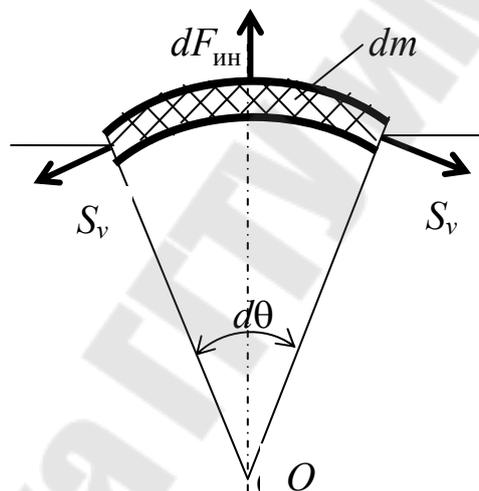


Рис. 66

Условие равновесия элемента ремня на ось Y :

$$dF_{\text{ин}} = -2S_v \sin \frac{d\theta}{2} \approx S_v d\theta.$$

Подставляя значение $dF_{\text{ин}}$, имеем:

$$S_v = \rho b \delta V^2.$$

Напряжения в ремне. Так как $S_1 > S_2$, то наибольшие напряжения будут действовать в ведущей ветви ремня.

Напряжение от усилия S_1 :

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A} = \frac{S_0 + F_t / 2}{A}.$$

Напряжение от действия центробежных сил:

$$\sigma_v = \frac{S_v}{A} = \frac{\rho b \delta V^2}{b \delta} = \rho V^2.$$

В той части ремня, которая огибает шкив, возникают напряжения изгиба $\sigma_{и1}$, которые определяются по закону Гука:

$$\sigma_{и1} = \varepsilon E = \frac{y}{\rho} E = \frac{\delta}{d_1} E.$$

Максимальное напряжение, которое возникает в ведущей ветви ремня, будет равно:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_{и1}.$$

Критерии работоспособности и расчет ременных передач.

Основными критериями ременных передач являются тяговая способность и долговечность ремня. При расчете на тяговую способность плоскоременной передачи определяется требуемая ширина ремня, а при расчете клиноременной передачи – потребное количество ремней:

$$b \geq \frac{F_t}{p_0 z C_\alpha C_v C_p C_\theta}; \quad z \geq \frac{PC_p}{P_0 C_L C_\alpha C_z},$$

где p_0 – допускаемая нагрузка на 1 мм ширины прокладки; z – число прокладок; C_α – коэффициент, учитывающий влияние угла обхвата; C_v – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости; C_p – коэффициент, учитывающий влияние режима работы; C_θ – коэффициент, учитывающий влияние угла наклона межосевой линии передачи; P – передаваемая мощность; P_0 – мощность, передаваемая одним ремнем; C_L – коэффициент, учитывающий влияние длины ремня; C_z – коэффициент, учитывающий влияние числа ремней в передаче.

Расчет ремня на долговечность заключается в определении числа часов работы ремня. Для плоскоременной передачи:

$$H = \frac{\sigma_{-1}^6 10^7 C_i C_H}{\sigma_{\max}^6 2 \cdot 3600 \lambda}.$$

Для клиноременной передачи:

$$H = \frac{\sigma_{-1}^8 N_{\text{Оц}} L C_i C_H}{\sigma_{\max}^8 60 \pi n_1 d_1},$$

где σ_{-1} – предел выносливости материала ремня; 10^7 – базовое число циклов перемены напряжений для плоскоременной передачи; $C_i = 1,5\sqrt[3]{u} - 0,5$ – коэффициент, учитывающий влияние передаточного числа; C_H – коэффициент, учитывающий влияние вида нагрузки; $\lambda = \frac{V}{L}$ – число пробегов ремня; $N_{\text{Оц}}$ – базовое число циклов перемены напряжений для клиноременной передачи.

ТЕМА 18. ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Общие сведения. Цепная передача (рис. 67) относится к механическим передачам с гибкой связью. На ведущем и ведомом валах передачи устанавливаются звездочки, которые входят в зацепление с охватывающей цепью. Цепь в отличие от ремней изгибается только в одной плоскости, поэтому звездочки устанавливаются на строго параллельных валах. Принцип зацепления, а не трение, устраняет проскальзывание и буксование при работе передачи.

Достоинства цепных передач:

- возможность передачи мощности на большие расстояния (до 8 м);
- по сравнению с ременными передачами могут передавать большие мощности;
- меньшая нагрузка на валы, т. к. напряженной под действием окружного усилия является только ведущая ветвь;
- позволяют реализовывать большее передаточное отношение при малом расстоянии между валами;
- более высокий КПД;
- более компактны, возможность передачи движения одной цепью нескольким звездочкам с разным направлением их вращения.

Недостатки:

- сравнительно высокая стоимость цепей;

- вытягивание цепей вследствие износа в шарнирах;
- необходимость тщательного монтажа передачи и тщательного ухода за ней;
- неравномерность хода; повышенный шум вследствие удара звена цепи при входе в зацепление и дополнительные динамические нагрузки;
- непригодность передачи при периодическом реверсировании без пауз;
- чувствительность к ударам и резким изменениям нагрузки; сложность подвода смазки к шарнирам цепи; сравнительно небольшой срок службы цепей.

Конструкция цепи. Наиболее широко применяют роликовые цепи (рис. 68, б), которые образуются из последовательно чередующихся внутренних и наружных звеньев, имеющих форму, изображенную на рис. 68, а. Внутренние звенья состоят из внутренних пластин 1 и запрессованных в их отверстия гладких втулок 2, на которых свободно вращаются ролики 3. Наружные звенья состоят из наружных пластин 4 и запрессованных в их отверстия валиков 5. Концы валиков после сборки расклепывают. Благодаря натягу в соединениях наружных пластин с валиками и внутренних пластин с втулками и зазору между валиком и втулкой образуется шарнирное соединение.

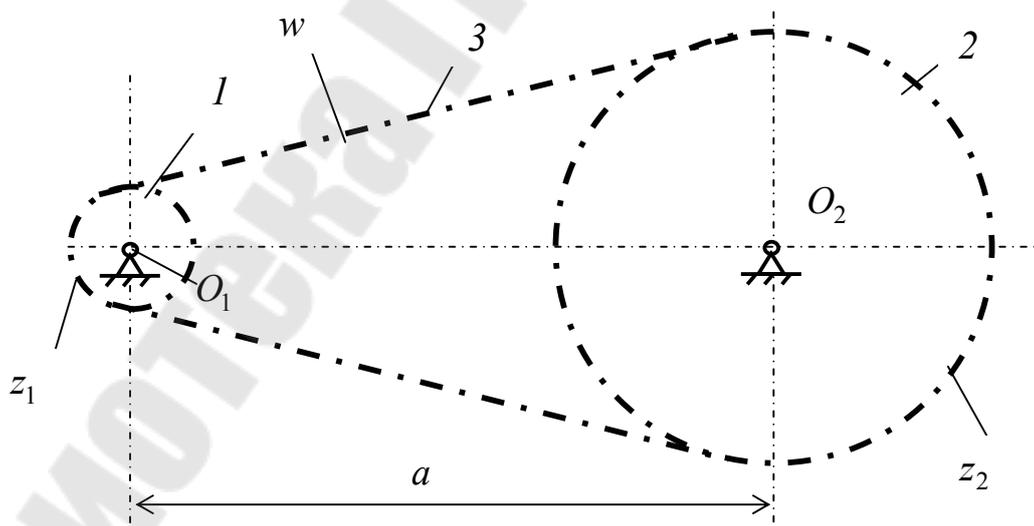


Рис. 67

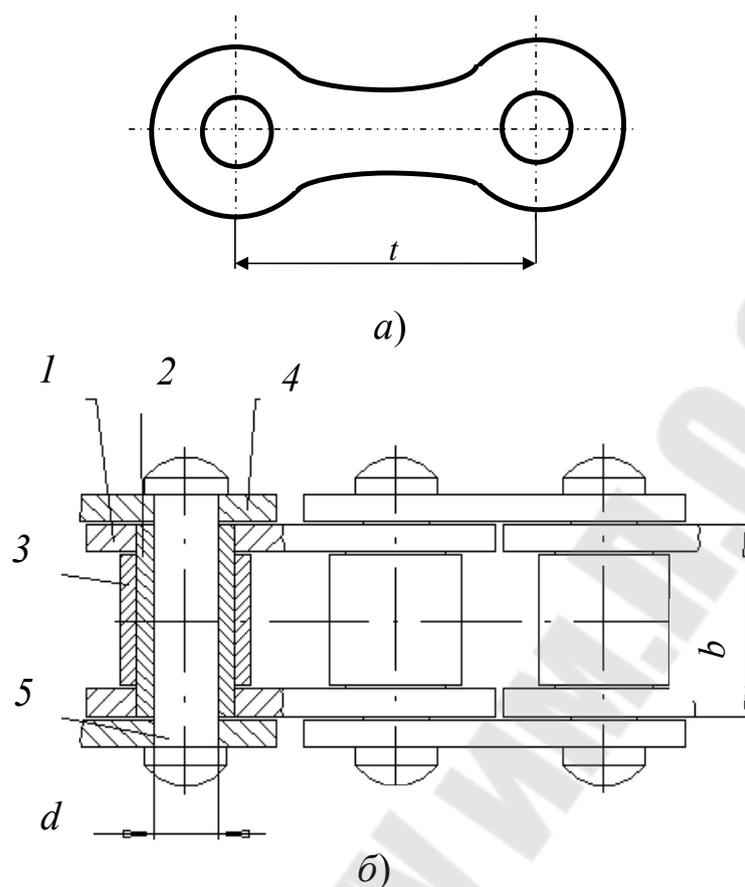


Рис. 68

Основные параметры цепной передачи. Мощность, которую можно передать с помощью цепной передачи, обычно не превышает 100 кВт. Межосевое расстояние может достигать 8 м. Частоты вращения звездочек и скорость цепи ограничиваются величиной силы удара в зацеплении, износом шарниров и шумом передачи. Скорость цепи обычно не должна превышать 15 м/с.

Средняя скорость цепи рассчитывается по зависимости

$$V = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000},$$

где z_1 – число зубьев ведущей звездочки; n_1 – частота вращения ведущей звездочки, об/мин; t – шаг цепи, мм.

Передаточное число цепной передачи $u = \frac{z_2}{z_1}$.

Передаточное отношение ограничивается габаритами передачи, диаметром большой звездочки, малостью угла охвата цепью малой звездочки и обычно не превышает 7.

Минимальные числа зубьев звездочек ограничиваются износом шарниров, динамическими нагрузками и шумом передачи. Чем меньше число зубьев звездочки, тем больше износ. Минимальное число зубьев ведущей звездочки для силовых передач общего назначения выбирают по эмпирической зависимости

$$z_{1\min} = 29 - 2u.$$

Максимальное число зубьев ведомой звездочки $z_{2\max}$ ограничивается предельно допустимым увеличением шага цепи и обычно не превышает 120. Число зубьев ведущей звездочки предпочтительно принимать нечетным, что в сочетании с четным числом звеньев цепи способствует равномерному износу шарниров цепи и зубьев звездочек.

Делительные диаметры звездочек определяют по зависимости

$$d = \frac{t}{\sin(180^\circ / z)}.$$

Минимальное межосевое расстояние определяют из условий размещения звездочек и минимального угла охвата цепью ведущей звездочки. Оптимальное межосевое расстояние $a = (30 - 50)t$. При $a < 30t$ наблюдается ускоренный износ шарниров цепи в связи с повышенной частотой входа каждого шарнира в зацепление. При $a > 50t$ даже небольшой износ каждого шарнира цепи вызывает значительное удлинение цепи, что приводит к нарушению зацепления цепи с зубьями звездочек.

Число звеньев цепи w зависит от межосевого расстояния a , шага t и чисел зубьев звездочек z_1 и z_2 и определяется по формуле

$$w = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \frac{t}{a}.$$

Полученное значение w округляют до большего ближайшего четного числа. Четное число звеньев цепи позволяет избежать применения переходных звеньев при соединении концов цепи. Затем уточняют значение межосевого расстояния.

Цепь должна иметь некоторое провисание во избежание повышенной нагрузки на цепь и валы от силы натяжения и радиального

биения звездочек. Для этого межосевое расстояние уменьшают на $(0,002-0,004)a$.

Окружная сила на звездочках:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}.$$

Расчет цепных передач. Цепные передачи рассчитывают по тяговой способности и на износостойкость шарнира.

Расчет по тяговой способности заключается в сравнении максимальной окружной силы $F_{t\max}$, которая возникает в момент пуска передачи с силой $F_{\text{раз}}$, разрывающей цепь.

$$F_{t\max} \leq \frac{F_{\text{раз}}}{S},$$

где S – коэффициент безопасности.

Расчет передачи по условию износостойкости шарниров цепи заключается в сравнении давления в шарнирах, которое не должно превышать допустимого в данных условиях эксплуатации.

$$p = \frac{F_t K_э}{A} \leq [p],$$

где A – площадь проекции шарнира на диаметральное сечение; $K_э$ – коэффициент эксплуатации.

Коэффициент эксплуатации $K_э$ представляют в виде частных коэффициентов:

$$K_э = K_d K_a K_n K_{\text{рег}} K_{\text{см}} K_{\text{реж}} K_T,$$

где K_d – динамический коэффициент; K_a – коэффициент, учитывающий влияние длины цепи; K_n – коэффициент, учитывающий влияние наклона линии межосевого расстояния к горизонту; $K_{\text{рег}}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа регулирования натяжения цепи; $K_{\text{см}}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа смазки; $K_{\text{реж}}$ – коэффициент, учитывающий влияния режима работы передачи; K_T – коэффициент, учитывающий влияние температуры окружающей среды.

ТЕМА 19. ВАЛЫ И ОСИ

Общие сведения. Для поддержания вращающихся деталей в конструкциях используют валы и оси. Отличие вала от оси заключается в том, что вал всегда вращается и кроме изгибающей нагрузки передает вращающий момент, а также может воспринимать осевую нагрузку.

Валы по форме оси подразделяются на *прямые*, *коленчатые* и *гибкие* валы. Прямые валы бывают гладкими (рис. 69, а) и ступенчатыми (рис. 69, б). Коленчатые валы (рис. 69, в) имеют ломаную линию.

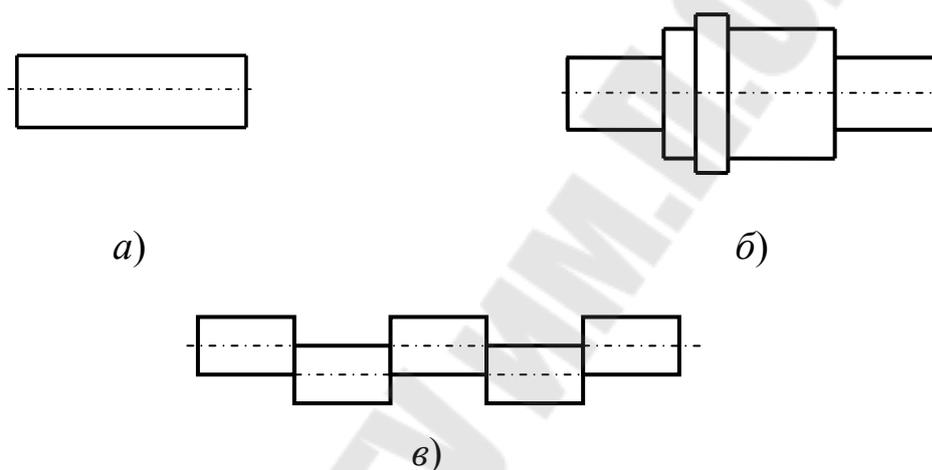


Рис. 69

Гибкие валы имеют криволинейную геометрическую ось при работе. Такие валы обладают высокой жесткостью при кручении и малой жесткостью при изгибе.

Участки валов и осей, которыми они опираются на подшипники, называют *цапфами*, если они воспринимают радиальную нагрузку, и *пятами* – если осевую. Если цапфа расположена на конце вала, то ее называют *шпоном*, а если на удалении – *шейкой*.

Поверхность плавного перехода от одного диаметра вала к другому называется *галтелью*. При шлифовании поверхности вала с меньшим диаметром галтель выполняется в виде скругленной канавки для обеспечения выхода шлифовального круга.

Оси и валы в основном изготавливаются из среднеуглеродистых и легированных сталей. Для изготовления тяжело нагруженных коленчатых валов применяют модифицированный или высокопрочный чугун.

В зависимости от расположения вала в приводе различают быстходные, промежуточные и тихоходные валы.

Расчетные схемы валов и осей. При переходе от конструкции к расчетной схеме производят схематизацию нагрузок, опор и формы вала. Валы и вращающиеся оси рассматривают как балку на шарнирных опорах. Подшипники, одновременно воспринимающие радиальную и осевую нагрузку, заменяют шарнирно-неподвижной опорой, а подшипники, которые воспринимают только радиальную нагрузку – шарнирно-подвижной опорой.

Нагрузки, которые действуют на вал со стороны установленных на них деталей, в действительности не являются сосредоточенными. Расчетные нагрузки рассматривают обычно как сосредоточенные и приложенные по середине ступицы. Большинство муфт, вследствие несоосности соединяемых валов, нагружают вал дополнительной силой F_M . Направление силы F_M по отношению к силе F_t может быть любым, которое зависит от случайных неточностей монтажа. В расчетной схеме силу F_M направляют таким образом, чтобы деформация вала была максимальной.

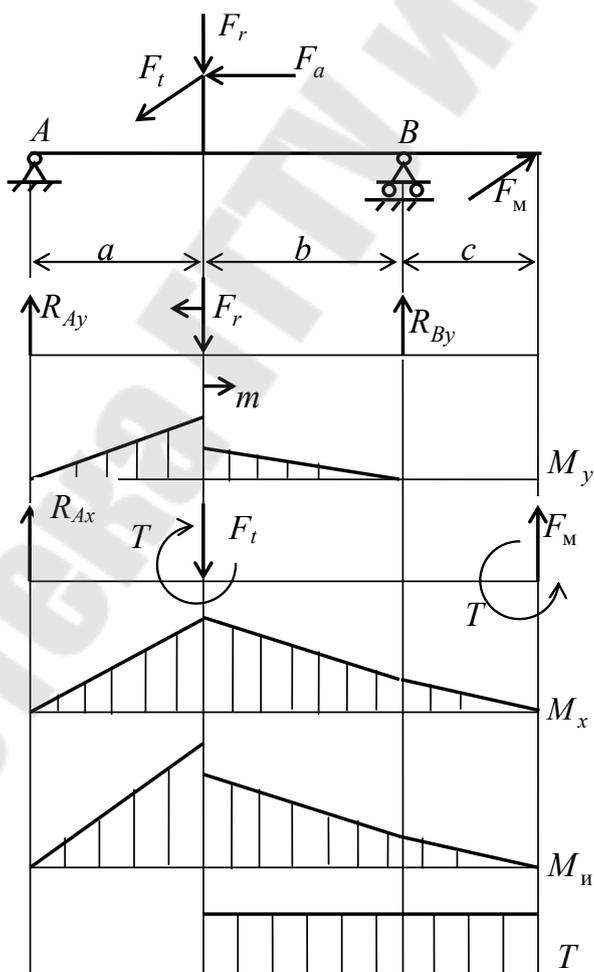


Рис. 70

На рис. 70 вал нагружен: окружной силой F_t , радиальной силой F_r , осевой силой F_a , силой от муфты F_M .

Эти силы действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Изобразим их в вертикальной и горизонтальной плоскости и приведем к оси вала.

После приведения сил к оси вала возникает изгибающий момент $m = F_a \frac{d}{2}$ и крутящий момент $T = F_t \frac{d}{2}$. Здесь d – делительный диаметр колеса.

Строим эпюры изгибающих моментов в вертикальной M_y и горизонтальной плоскости M_x , эпюру суммарных изгибающих моментов M и эпюру крутящих моментов T .

Суммарный изгибающий момент определяется по зависимости

$$M_{и} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Этапы проектирования вала. При проектировании вала различают три этапа: предварительный, конструкторский и проверочный.

На первом этапе (предварительный) при отсутствии данных об изгибающих моментах определяют диаметр вала по известному крутящему моменту из условия прочности по заниженным касательным напряжениям:

$$d = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}$$

где $[\tau] = 12 - 20$ МПа – допускаемое напряжение на кручение.

На втором этапе (конструкторский) разрабатывается конструкция вала, обеспечивающая условия изготовления и сборки. Определяются длины участков валов и назначаются диаметры валов на различных участках.

На третьем этапе (проверочный) производят оценку статической прочности и сопротивления усталости.

Расчет на статическую прочность. Так как валы работают в основном в условиях кручения и изгиба, а напряжения от осевых сил малы, то эквивалентное напряжение можно рассчитать, используя энергетическую теорию прочности:

$$\sigma_{эКВ} = \sqrt{\sigma_{и}^2 + 3\tau^2},$$

где $\sigma_{и}$ – напряжение изгиба в сечении вала; τ – касательное напряжение в сечении вала.

Напряжения от действия изгибающего и крутящего момента в рассматриваемом сечении вала определяют по формулам:

$$\sigma_{и} = \frac{M_{и}}{W_{и}}; \tau = \frac{T}{W_{\rho}},$$

где $W_{и}, W_{\rho}$ – соответственно осевой и полярный момент сопротивления сечения вала.

Моменты сопротивления для круглого сечения равны:

$$W_{и} = \frac{\pi d^3}{32}; W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Для круглого сечения со шпоночной канавкой моменты сопротивления рассчитывают по зависимостям:

$$W_{и} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d};$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d},$$

где b – ширина шпоночной канавки; t_1 – глубина шпоночной канавки.

Запас прочности по пределу текучести:

$$n_{т} = \frac{\sigma_{т}}{\sigma_{ЭКВ}} \geq [n_{т}],$$

где $[n_{т}] = 1,2-1,8$ допустимый коэффициент запаса прочности.

Расчет на сопротивление усталости. Постоянные по направлению и величине силы вызывают во вращающемся валу переменные напряжения изгиба, изменяющиеся по симметричному циклу, с амплитудой и средним напряжением:

$$\sigma_a = \sigma_{и} = \frac{M_{и}}{W_{и}}; \sigma_m = 0.$$

При расчете валов условно принимают, что напряжения кручения изменяются по отнулевому циклу, в котором амплитуда и среднее напряжение определяются по зависимости

$$\tau_a = \tau_m = \frac{T}{2W_p}.$$

Коэффициент запаса прочности на сопротивление усталости определяют по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

где n_σ, n_τ – соответственно коэффициенты запаса прочности на сопротивление усталости по нормальным и касательным напряжениям.

Эти коэффициенты рассчитывают по формулам:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m};$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \beta} \tau_a + \psi_\tau \tau_m},$$

где σ_{-1}, τ_{-1} – пределы выносливости соответственно при изгибе и кручении; k_σ, k_τ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений соответственно при изгибе и кручении; $\varepsilon_\sigma, \varepsilon_\tau$ – коэффициенты, учитывающие влияния размеров сечения соответственно при изгибе и кручении; β_σ, β_τ – коэффициенты, учитывающие влияние упрочнения и шероховатости соответственно при изгибе и кручении; ψ_σ, ψ_τ – коэффициенты, учитывающие чувствительность материала к асимметрии цикла напряжений соответственно при изгибе и кручении.

Условие запаса прочности на сопротивление усталости выполняется, если $n \geq [n] = 1,5$.

ТЕМА 20. ПОДШИПНИКИ

Общие сведения. Подшипники служат опорами для валов и осей. Они воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу, и передают их на раму машины.

По виду трения подшипники подразделяются на подшипники качения и скольжения. Подшипники скольжения применяют в тех случаях, когда невозможно применить подшипник качения или его применение не рационально. К этим случаям можно отнести:

- 1) разъемные опоры, необходимые по условиям сборки;
- 2) опоры, работающие с окружными скоростями $V \geq 30$ м/с;
- 3) опоры прецизионных машин;
- 4) опоры, подверженные значительным толчкам и вибрации;
- 5) опоры близко расположенных валов;
- 6) опоры, работающие в агрессивных и загрязненных условиях;
- 7) опоры вспомогательных и тихоходных механизмов.

В подшипниках качения используются тела качения (шарики и ролики), которые работают на основе трения качения. К основным достоинствам подшипников качения по сравнению с подшипниками скольжения относятся: малые моменты сил трения; меньший расход смазочных материалов; незначительный расход цветных металлов; малые габариты в осевом направлении; значительно меньше теплообразование; простота в эксплуатации.

К основным недостаткам подшипников качения можно отнести: повышенные диаметральные габариты; высокие контактные напряжения; меньшая способность демпфировать колебания; повышенный шум при высоких частотах вращения.

Подшипники качения (рис. 71) состоят из наружного кольца 1, внутреннего кольца 2, тел вращения 3 и сепаратора, который служит для разделения друг от друга тела качения.

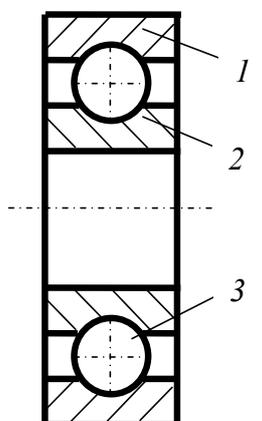


Рис. 71

Подшипники качения стандартизованы и изготавливаются централизованно в массовом производстве. В настоящее время они являются основными опорами валов и осей в машиностроении.

Классификация подшипников качения. По форме тел качения подшипники подразделяются на *шариковые* (рис. 71) и *роликовые* подшипники (рис. 72). Роликовые подшипники бывают с короткими цилиндрическими (рис. 73, а), с цилиндрическими витыми (рис. 73, б), с игольчатыми (рис. 73, в), бочкообразными (рис. 73, г) и коническими (рис. 73, д) роликами.

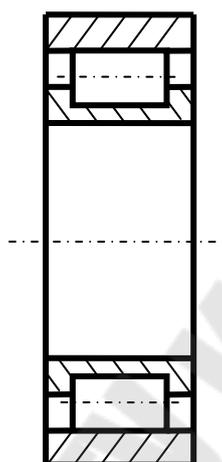


Рис. 72

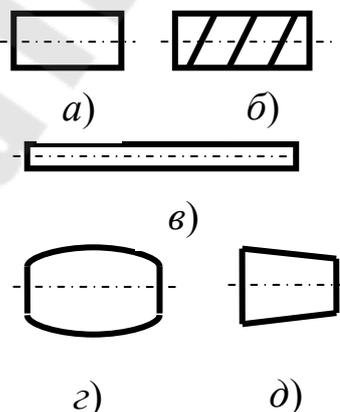


Рис. 73

По числу рядов подшипники бывают одно-, двух- и многорядные. По признаку самоустанавливаемости подшипники делят на самоустанавливающиеся (сферические) и несамоустанавливающие (все, кроме сферических подшипников).

По направлению воспринимаемых относительно вала сил подшипники разделяются на типы:

- 1) радиальные, воспринимающие преимущественно радиальные нагрузки;
- 2) радиально-упорные, воспринимающие радиальные и незначительные осевые нагрузки;
- 3) упорно-радиальные, воспринимающие осевые и незначительные радиальные нагрузки;
- 4) упорные, воспринимающие только осевые нагрузки.

По габаритным размерам подшипники разделяют на размерные серии: по радиальным размерам и по ширине.

По радиальным размерам различают 7 серий: сверхлегкая (2 серии), особо легкая (2 серии), легкая, средняя и тяжелая. По ширине имеется 4 серии: особо широкая, широкая, нормальная и узкая.

Работоспособность подшипника зависит от точности изготовления и качества сепаратора. Подшипники выпускают пяти классов точности: нормальный, повышенный, высокий, особо высокий и сверхвысокий.

Условное обозначение подшипников качения. Условное обозначение предназначено для маркировки подшипников во время их изготовления. Оно состоит из семи цифр, которые изображают на торце кольца или сепараторе (рис. 74). Каждая цифра или их сочетание характеризует определенный параметр подшипника в зависимости от места, занимаемого в условном обозначении.

7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

Рис. 74

Первые две цифры справа обозначают внутренний диаметр подшипника.

Третья цифра справа характеризует размерную серию по диаметру.

Четвертая цифра справа характеризует тип подшипника. Всего имеется 10 типов подшипника, которые обозначаются цифрами от 0 до 9.

Пятая и шестая цифра справа характеризуют конструкторские особенности подшипника и обозначаются цифрами от 00 до 99.

Седьмая цифра справа обозначает размерную серию по ширине.

Все нули слева до первой значащей цифры не указываются. При расшифровке подшипника слева добавляют нули до семизначного числа.

Кроме основных знаков условного обозначения (семизначное число) могут быть и дополнительные знаки, которые указывают на температуру отпуска колец (буква Т с цифрой), рекомендуемый смазочный материал (буква С с цифрой), материал сепаратора (буква), класс точности подшипника (цифра с чертой) и ряд радиального зазора (цифра с точкой). Они располагаются слева или справа от основных знаков условного обозначения. Пример условного обозначения подшипника с дополнительными знаками приведен на рис. 75.



Рис. 75

Кинематика подшипников качения. Подшипник (рис. 75) представляет собой по существу планетарный механизм, в котором водилом является сепаратор, тела качения заменяют сателлиты, а функцию центральных колес выполняют кольца подшипника. Скорость точки контакта V_1 кольца 1 с шариком 2 равна $V_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2}$.

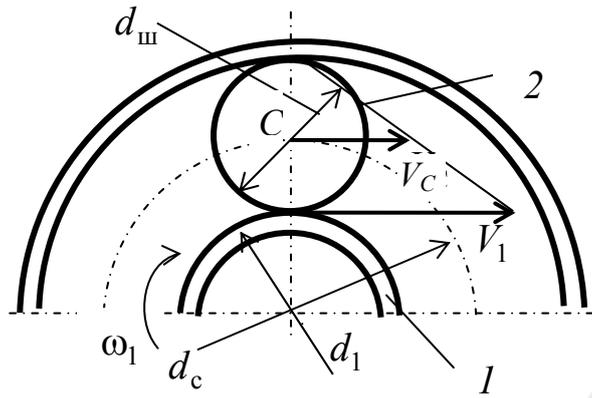


Рис. 76

Скорость центра шарика или скорость сепаратора V_C :

$$V_C = \frac{V_1}{2} = \frac{\omega_1 d_1}{4}.$$

Угловая скорость сепаратора:

$$\omega_C = \frac{V_C}{d_C/2} = \frac{\omega_1 d_1}{2d_C} = \frac{\omega_1}{2} \frac{d_1}{d_1 + d_{ш}}.$$

Из последней формулы видно, что угловая скорость сепаратора зависит от диаметра тела качения. В связи с этим разноразмерность тел качения в комплекте подшипника приводит к отставанию от сепаратора одной части тел качения и набеганию на него другой части, что вызывает его износ и приводит к разрушению.

Динамика подшипников качения. На каждое тело качения действует центробежная сила $F_{ин} = m\omega_C^2 d_C / 2$. На работоспособность радиальных и радиально-упорных подшипников (рис. 76, а) центробежная сила практически не влияет, т. к. она разгружает внутреннее кольцо и нагружает наружное менее нагруженное. Ее действие возрастает только для высокоскоростных подшипников.

Центробежные силы особенно оказывают неблагоприятное воздействие на опорные подшипники (рис. 76, б), т. к. они расклинивают кольца и давят на сепаратор, в результате чего увеличивается трение и износ.

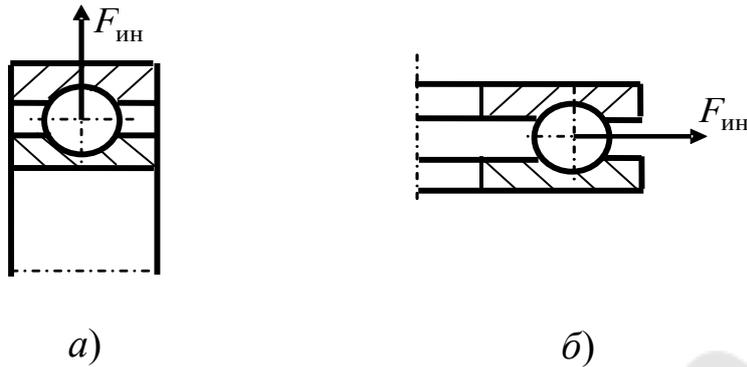


Рис. 77

Подбор подшипников по динамической грузоподъемности. Выбор подшипников качения производят по номинальной долговечности L и по эквивалентной динамической нагрузке P . Расчетная динамическая грузоподъемность $C_{\text{расч}}$ определяется по зависимости

$$C_{\text{расч}} = P^{m'} \sqrt[m']{L},$$

где $m' = 3$ для шарикоподшипников; $m' = \frac{10}{3}$ для роликоподшипников.

По полученному расчетному значению динамической грузоподъемности по каталогу выбирают требуемый подшипник. При этом должно выполняться условие

$$C_{\text{расч}} \leq C$$

где C – динамическая грузоподъемность по каталогу.

Под динамической грузоподъемностью радиальных и радиально-упорных подшипников понимают постоянную нагрузку (в ньютонах), которую может выдержать подшипник с неподвижным наружным кольцом в течение номинальной долговечности в 1 млн оборотов.

Под динамической грузоподъемностью упорных и упорно-радиальных подшипников понимают постоянную центральную осевую нагрузку (в ньютонах), которую может выдержать подшипник в течение номинальной долговечности в 1 млн оборотов одного из колец.

Эквивалентная динамическая нагрузка P для радиальных и радиально-упорных подшипников – такая условная постоянная радиальная нагрузка, которая при приложении ее к подшипнику с вращающимся внутренним кольцом и неподвижным наружным обеспечивает такую же долговечность, какую подшипник будет иметь при действительных условия нагружения и вращения.

Эквивалентная динамическая нагрузка P для упорных и упорно-радиальных подшипников – постоянная центральная осевая нагрузка при вращающемся кольце, закрепленном на валу, и неподвижном кольце в корпусе.

Эквивалентная динамическая нагрузка P определяется по формуле

$$P = (XVF_r + YF_a)K_\sigma K_T,$$

где X – коэффициент радиальной нагрузки; Y – коэффициент осевой нагрузки; V – коэффициент вращения, зависящей от того какое кольцо вращается; F_r – радиальная нагрузка; F_a – осевая нагрузка; K_σ – коэффициент безопасности; K_T – температурный коэффициент.

Если подшипник принят по конструктивным соображениям, то расчетом определяют его номинальную долговечность L :

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P} \right)^{m'},$$

где n – частота вращения вала.

ТЕМА 21. МУФТЫ ДЛЯ СОЕДИНЕНИЯ ВАЛОВ

Общие сведения. Муфтами приводов называют устройства, соединяющие валы совместно работающих агрегатов и передающие вращающий момент. Потребность в соединении валов связано с тем, что большинство машин komponуют из ряда отдельных частей с входными и выходными валами. Такими частями являются двигатель M , редуктор P и рабочая машина PM (рис. 78).

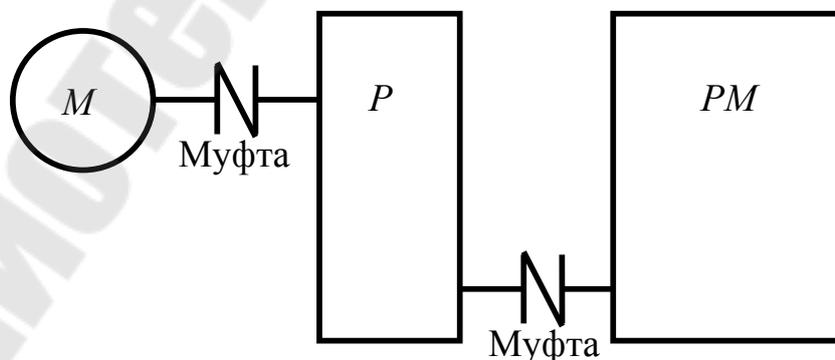


Рис. 78

Основное назначение муфт – соединение валов и передача вращающего момента. Муфты могут выполнять еще ряд важных дополнительных функций. По этому признаку и классифицируют муфты.

Существует класс *постоянных (нерасцепляемых)* муфт, обеспечивающих постоянное в течение всего времени эксплуатации машины соединение валов.

В некоторых машинах применяют муфты *сцепления*, обеспечивающие соединение агрегатов или их разъединение во время работы машины. В свою очередь муфты сцепления подразделяют на *управляемые* и *самоуправляемые*.

Управляемые муфты соединяют агрегаты машин по некоторой команде. Самоуправляемые муфты включаются автоматически, соединяя или разъединяя валы в зависимости от условий режима работы машины и принципа действия муфты.

Основной характеристикой нагрузки муфты является вращающий момент T .

Обычно расчетный вращающий момент T на муфте приближенно определяют в зависимости от динамических свойств машины, характеризующихся степенью неравномерности вращения и величиной разгоняемых масс, т. е. величиной динамической составляющей вращающего момента на муфте:

$$T = T_n + T_d = T_n (1 + T_d / T_n) = k T_n ,$$

где T_n – номинальный момент, который обычно приближенно определяют по потребляемой мощности двигателя и частоте вращения; T_d – динамический момент; k – коэффициент динамичности.

Глухие муфты. Длинные валы по условиям изготовления, сборки и транспортировки иногда делают составными. В этом случае отдельные части вала соединяют глухими муфтами. В некоторых случаях эти муфты применяют и для соединения строго соосных валов агрегатов. К глухим муфтам относятся втулочные муфты, представляющие собой втулку, надеваемую с зазором на концы валов, и фланцевые муфты (рис. 79), состоящие из двух одинаковых полумуфт, выполненных в виде ступицы с фланцем. Фланцы между собой соединяют болтами.

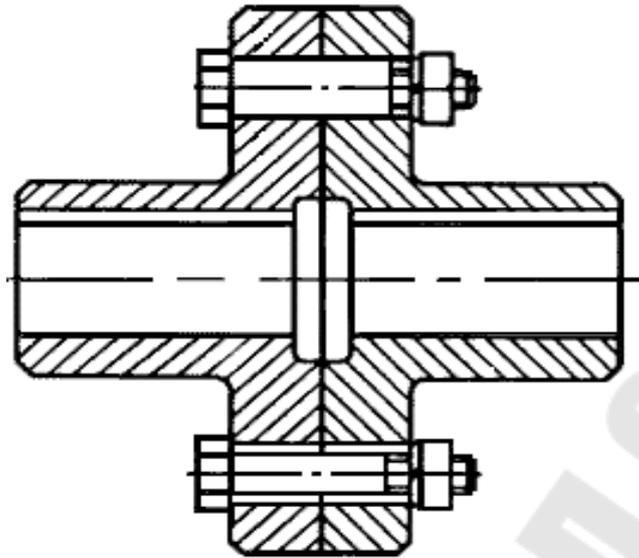


Рис. 79

Компенсирющие муфты. По экономическим и технологическим соображениям машины обычно выполняют из отдельных агрегатов, которые соединяют муфтами. Однако точная установка валов таких агрегатов невозможна из-за ошибок изготовления и монтаж, установки агрегатов на деформируемом основании, а также из-за упругих деформаций валов под нагрузкой.

Возможные виды смещений валов (осевое l_a , радиальное l_r и угловое γ) и возникающие вследствие этого дополнительные нагрузки на концах валов представлены на рис. 80.

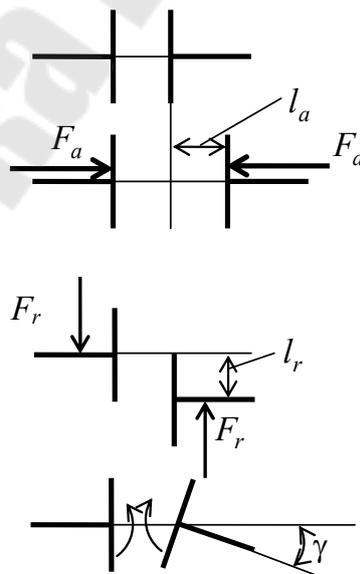


Рис. 80

Для соединения валов с несопадающими осями применяют компенсирующие муфты. Благодаря своей конструкции эти муфты обеспечивают работоспособность машины даже при взаимных смещениях валов. Валы и опоры при этом дополнительно нагружаются осевыми F_a , радиальными F_r силами и изгибающими моментами m_γ , зависящими от величины и вида несоосности валов. Следует подчеркнуть, что с ростом смещений валов работоспособность муфты уменьшается.

К компенсирующим муфтам относятся зубчатые (рис. 81), цепные кулачково-дисковые и другие муфты.

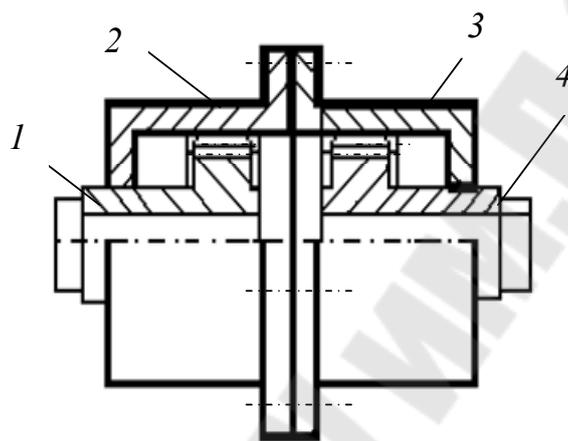


Рис. 81

Зубчатая муфта состоит из двух втулок 1 и 4 с внешними зубьями и двух обойм 2 и 3 с внутренними зубьями. Обоймы жестко соединены с помощью болтов.

Упругие соединительные муфты. Упругие муфты отличаются наличием упругого элемента и являются универсальными в том смысле, что, обладая некоторой крутильной податливостью, эти муфты также являются компенсирующими. Упругие муфты способны:

1) смягчать толчки и удары вращающего момента, вызванные технологическим процессом или выбором зазора при пусках и остановках машины. При этом кинетическая энергия удара аккумулируется муфтой во время деформации упругого элемента, превращаясь в потенциальную энергию деформации;

2) защищать привод машины от вредных крутильных колебаний;

3) соединять валы, имеющие взаимные смещения. В этом случае деформируется упругий элемент муфты, и муфта функционирует как компенсирующая.

По материалу упругих элементов эти муфты подразделяются на муфты с неметаллическими упругими элементами и муфты с металлическими упругими элементами.

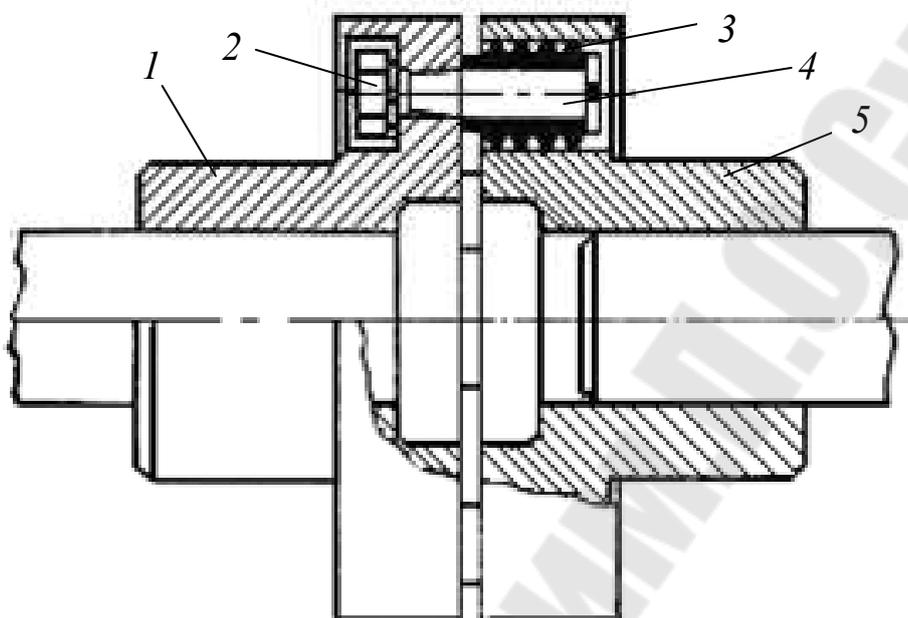


Рис. 82

Наибольшее применение в машиностроении получила упругая втулочно-пальцевая муфта (рис. 82). Она состоит из двух полумуфт 1 и 5. В полумуфте 1 имеются конические отверстия, а в полумуфте 5 – цилиндрические. В эти отверстия вставляются пальцы 4, на которые надеваются упругие элементы 3. Завинчивая гайки 2, пальцы 4 входят в конические отверстия, в результате чего происходит соединения полумуфт 1 и 5. Вращающий момент передается через упругие элементы 3.

Муфты сцепные управляемые. Сцепные муфты соединяют и разъединяют неподвижные или вращающиеся валы по управляющей команде. Эти муфты делят на муфты с профильным замыканием (кулачковые) и на фрикционные муфты. Последние широко используют при необходимости изменения режима работы машины без останова двигателя.

Сцепные кулачковые муфты применяются для передачи больших вращающих моментов при нечастых включениях. Они имеют значительно меньшие габаритные размеры и массу, чем фрикционные муфты сцепления. Однако они соединяют валы, угловые скорости ко-

торых равны или незначительно различаются. При этом требуется точная соосность соединения полумуфт.

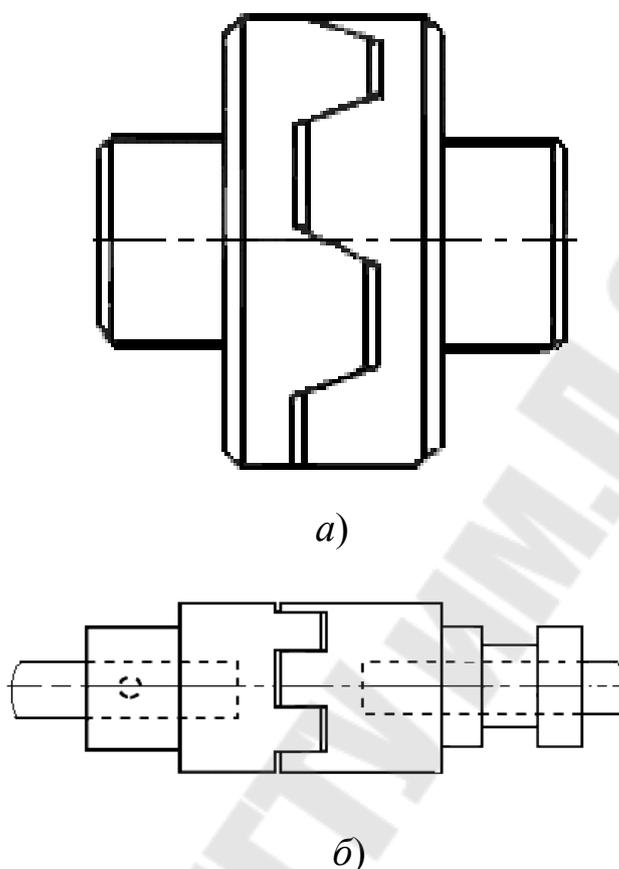


Рис. 83

На рис. 83 изображены сцепные муфты с торцевыми конусными кулачками (рис. 83, *a*) и с прямоугольными (рис. 83, *б*). Выбор формы кулачков определяется в основном условиями включения муфты.

Муфты сцепные фрикционные. Эти муфты допускают включение на ходу и передают вращающий момент за счет сил трения, создаваемых плавным прижатием рабочих поверхностей. Меняя силу прижатия, можно регулировать момент сил трения. За время включения фрикционной муфты рабочие поверхности проскальзывают. После завершения включения муфты скольжение отсутствует.

Конструкция этих муфт может быть выполнена с одним или несколькими дисками, с цилиндрическими или коническими поверхностями трения, с механическим, пневматическим, гидравлическим или электромагнитным управлением. Группу муфт с силовым замыканием электромеханической связью составляют муфты с жидкой или порошкообразной ферромагнитной смесью, в которых при прохождении

электрического тока в катушке возбуждения возникает магнитный поток, в результате ферромагнитная смесь, заполняющая зазор между полумуфтами, намагничивается, что обеспечивает сцепление смеси с поверхностями полумуфт.

На рабочие поверхности дисков наносят фрикционный слой или крепят накладки из фрикционного материала, повышающего силу трения.

В зависимости от условий эксплуатации, фрикционные муфты разделяют на муфты без смазывания трущихся поверхностей и на муфты со смазыванием трущихся поверхностей. Последние передают меньший вращающий момент, однако они более долговечны, т. к. интенсивность изнашивания рабочих поверхностей меньше, чем у сухих муфт.

Самоуправляемые или автоматические муфты включаются и выключаются в зависимости от изменения режима работы машины. К ним относятся: обгонные муфты или муфты свободного хода, передающие момент только при одном направлении вращения ведущей полумуфты относительно ведомой и проворачивающиеся при обратном направлении вращения; центробежные муфты, включающиеся и выключающиеся в зависимости от скорости вращения ведущей полумуфты; муфты предельного момента, отключающие машину при опасном увеличении вращающего момента.

Предохранительные муфты. Предохранительная муфта служит для разъединения валов при перегрузке или недопустимой скорости вращения, т. е. предохраняет машину от поломки в случае нарушения нормального режима работы. Муфты предохранительные с разрушающимся элементом отличаются малыми габаритами и высокой точностью срабатывания. При перегрузке предохранительный элемент срезается, и полумуфты размыкаются. Для восстановления работоспособности машины, ее необходимо остановить и заменить предохранительный элемент.

Кулачковые предохранительные муфты удерживаются во включенном состоянии пружинами до тех пор, пока возрастающий момент не создает силы, способной преодолеть усилие пружины.

Фрикционные предохранительные муфты автоматически восстанавливают работоспособность машины после прекращения действия перегрузки, однако точность срабатывания их не высока из-за непостоянства коэффициента трения на трущихся поверхностях дисков.

Литература

1. Прикладная механика : учеб. пособие / А. Т. Скойбеда [и др.] ; под общ. ред. А. Т. Скойбеды. – Минск : Выш. шк., 1997. – 552 с.
2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – Москва : Машиностроение, 1979. – 560 с.
3. Любощиц, М. И. Справочник по сопротивлению материалов / М. И. Любощиц, Г. М. Ицкович. – Минск : Выш. шк., 1969. – 464 с.
4. Аркуша, А. И. Техническая механика: теоретическая механика и сопротивление материалов : учеб. для машиностроит. специальностей техникумов / А. И. Аркуша. – 2-е изд., доп. – Москва : Высш. шк., 1989. – 352 с.

Содержание:

Тема 1. Общие сведения и основные понятия	3
Тема 2. Растяжение–сжатие.....	7
Тема 3. Геометрические характеристики плоских сечений.....	12
Тема 4. Теория напряженного состояния	18
Тема 5. Теории прочности. Чистый сдвиг	25
Тема 6. Кручение	32
Тема 7. Плоский изгиб	36
Тема 8. Сложное сопротивление.....	42
Тема 9. Устойчивость сжатых стержней.....	46
Тема 10. Прочность при переменных напряжениях.....	50
Тема 11. Заклепочные соединения.....	56
Тема 12. Сварные соединения	62
Тема 13. Резьбовые соединения	67
Тема 14. Соединения зацеплением	74
Тема 15. Зубчатые передачи	79
Тема 16. Червячные передачи	95
Тема 17. Ременные передачи.....	103
Тема 18. Цепные передачи.....	112
Тема 19. Валы и оси	117
Тема 20. Подшипники.....	122
Тема 21. Муфты для соединения валов.....	128
Литература	135

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

**Бельский Алексей Тимофеевич
Тариков Георгий Петрович**

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**Курс лекций
по одноименной дисциплине
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Электронный аналог печатного издания

Редактор *М. В. Аникеенко*
Компьютерная верстка *Е. В. Темная*

Подписано в печать

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 8,14. Уч.-изд. л. 8,1.

Изд. № 85.

E-mail: ic@gstu.gomel.by

<http://www.gstu.gomel.by>

Издатель и полиграфическое исполнение:
Издательский центр учреждения образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.