

УДК 539.3

К РАСЧЕТУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ

С. Ф. Андреев

*Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Беларусь*

Рассматривается задача численного расчета переменных коэффициентов первой и второй форм квадратичной поверхности замкнутых оболочек, представляющих по форме обширный класс тонкостенных конструкций.

В качестве геометрической модели предлагается пакет пластин D_S одинаковой толщины, срединные поверхности которых – сканируемые параллельные сечения области, ограниченной исследуемой поверхностью оболочки ($S = 1, 2, \dots, n$, n – число пластин).

Границы Γ_S сечений задаем координатами $X_{t,S}$ и $Y_{t,S}$ узловых точек $A_{t,S}$ ($t = 1, 2, \dots, m$, m – число точек).

Рассматривая область с границей Γ_S в комплексной плоскости $W_S = X_S + i Y_S$ и применяя тригонометрическую интерполяцию, вычислим комплексные коэффициенты полинома, конформно отображающего единичный круг на область D_S :

$$C_{K,S} = \alpha_{K,S} + i \cdot \beta_{K,S} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{t=0}^{m-1} W_{t,S} \cdot \xi_t^{-K}.$$

Здесь $\xi_t = \exp(i \cdot \theta_t)$ – образы узловых точек на единичной окружности, $\theta_t = (t-1) \frac{2\pi}{m}$.

Применяя интерполяционный алгоритм, дискретные коэффициенты (1) представляем функциями параметра Z :

$$\alpha I_K(Z) = \alpha I_{K,0} + \alpha I_{K,1} Z + \alpha I_{K,2} Z^2 + \dots + \alpha I_{K,n} Z^n,$$

$$\beta I_K(Z) = \beta I_{K,0} + \beta I_{K,1} Z + \beta I_{K,2} Z^2 + \dots + \beta I_{K,n} Z^n.$$

Уравнения границ сечений представляем двухпараметрическими функциями:

$$X(Z, \vartheta) = \sum_{K=1}^m \{ \alpha I_K(Z) \cdot \cos(K\vartheta) - \beta I_K(Z) \cdot \sin(K\vartheta) \};$$

$$Y(Z, \vartheta) = \sum_{K=1}^m \{ \alpha I_K(Z) \cdot \sin(K\vartheta) + \beta I_K(Z) \cdot \cos(K\vartheta) \}.$$

По параметрам Z и ϑ вычисляем коэффициенты первой квадратичных форм:

$$\left[A^*(Z, \vartheta) \right]^2 = 1 + \left\{ \sum_{K=1}^m \left[(\alpha I_K)'_z \cos(K\vartheta) - (\beta I_K)'_z \sin(K\vartheta) \right] \right\} + \left\{ \sum_{K=1}^m \left[(\alpha I_K)'_z \sin(K\vartheta) + (\beta I_K)'_z \cos(K\vartheta) \right] \right\}^2,$$

$$\left[B^*(Z, \vartheta) \right]^2 = \left\{ \sum_{K=1}^m \left\{ K \cdot \left[\alpha I_K \sin(K\vartheta) + \beta I_K \cos(K\vartheta) \right] \right\} \right\}^2 + \left\{ \sum_{K=1}^m \left\{ K \cdot \left[\alpha I_K \cos(K\vartheta) - \beta I_K \sin(K\vartheta) \right] \right\} \right\}^2.$$

$$L_{ZZ}^*(Z, \vartheta) = \vec{N} \cdot \vec{R}_{ZZ}'' = N_X X_{ZZ}'' + N_Y Y_{ZZ}'', \quad L_{\vartheta\vartheta}^*(Z, \vartheta) = \vec{N} \cdot \vec{R}_{\vartheta\vartheta}'' = N_X X_{\vartheta\vartheta}'' + N_Y Y_{\vartheta\vartheta}'',$$

$$L_{Z\vartheta}^*(Z, \vartheta) = \vec{N} \cdot \vec{R}_{Z\vartheta}'' = N_X X_{Z\vartheta}'' + N_Y Y_{Z\vartheta}''.$$

Таблицу значений коэффициентов используем в численном интегрировании уравнений равновесия тонкостенных конструкций.