

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПОР НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ОБ УСТРОЙСТВЕ ФУНДАМЕНТА

А. А. Сибилев

Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Беларусь

Научный руководитель С. А. Орлов

Постановка проблемы. Целью работы является аналитическое решение инженерной задачи об оптимальном расположении опор при устройстве фундаментов. Проблема состоит в выпучивании боковин, удерживающих бетонную смесь в процессе заливки так, как показано на рис. 1. Давление жидкой смеси моделируется линейно распределенной нагрузкой. В верхней части стенки внешняя распределенная нагрузка имеет нулевое значение, а в нижней ее части – максимальное. Для решения проблемы предлагается установить две дополнительные опоры так, как показано на рис. 2. Определению подлежат расстояния, на которых следует установить дополнительные опоры. Таким образом, объектом исследования является расчетная схема (рис. 3) вытянутой в одном направлении стенки, нагруженной линейно распределенной нагрузкой по закону треугольника. Предметом исследования является энергия деформации нагруженной системы.

Анализ предполагает выбор в качестве целевой функции энергию деформации. Ее минимизация позволит установить искомое положение опор. Выбор целевой функции очевиден, т. к. энергетические соотношения в физике вообще и энергия деформации в частности определяют устойчивое стабильное состояние системы [1].

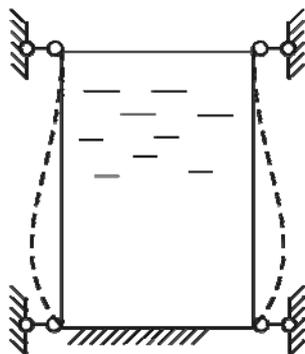


Рис. 1. Выпучивание боковин при заливке раствора

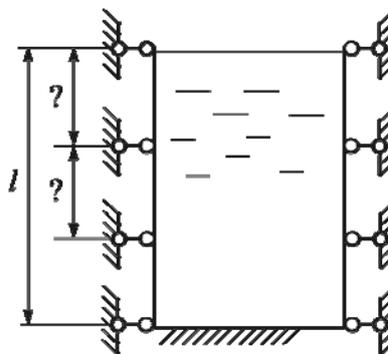


Рис. 2. Вариант решения проблемы выпучивания боковин

Актуальность исследований. В процессе решения задачи предполагается использовать систему аналитических расчетов Maple™, широко распространенную в ведущих университетах мира и крупных промышленных компаниях [2]. Более подробно, постановку проблемы будем проводить с использованием средств библиотеки Mechanics of Materials™ for Maple (www.mechofmat.com), разработанную Резидентом Парка высоких технологий Орловым С. А. Особенностью указанных средств анализа является исключительно символьный, общий характер исходных данных и результатов решения. Такой подход особенно полезен в задачах проектирования. Дело в том, что известные численные методики применяются в режиме разовых численных определений неизвестных задачи – параметров проектирования. Эффектив-

ность применения предлагаемых средств для анализа деформирования стержневых систем обсуждается в статье [3].

В связи с указанной особенностью относительно характера и качества получаемых решений, предлагаемый подход для исследования проблемы представляется актуальным.

Решение задачи. Так как обе стенки опалубки нагружены одинаково, то достаточно рассмотреть лишь одну из них. Схема нагрузки на балку представлена на рис. 3.

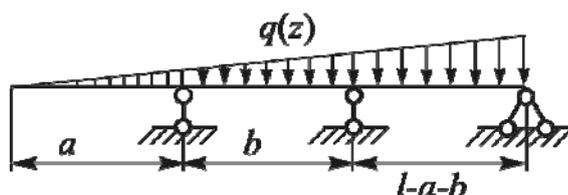


Рис. 3. Расчетная схема задачи

Разобьем балку на три участка. Параметрами оптимизации будем считать длины двух грузовых участков и обозначим их соответственно a и b . Тогда, при известной фиксированной длине всей балки l – высоте стенки опалубки, можно определить длину третьего участка как

$$c = l - a - b.$$

Поскольку условие задачи предполагает наличие трех грузовых участков, то следует определить функцию распределенной нагрузки кусочно-аналитическим заданием выражений для каждого из участков:

$$q_1(z) = q \frac{z}{l},$$

$$q_2(z) = q \frac{z+a}{l},$$

$$q_3(z) = q \frac{z+a+b}{l}.$$

Здесь q – максимальное значение распределенной нагрузки.

Условно примем длину балки равной 100 м с тем, чтобы сформулировать заключение в долях процентов. Таким образом, исходные данные задачи следующие:

a, b, c – длины первого, второго и третьего участков соответственно;

q_1, q_2, q_3 – распределенные нагрузки, действующие вдоль первого, второго и третьего грузовых участков;

EJ_x – жесткость балки (удерживающей опоры) на изгиб.

Пакет Mechanics of Materials™ 2.0 for Maple™ реализует решения задач о деформировании линейно упругих балок, подвергнутых изгибу, растяжению-сжатию и кручению. Для получения общих зависимостей воспользуемся функцией пакета *GeneralBending*. Формат ввода условия задачи в системе компьютерной алгебры Maple 11 выглядит так, как показано на рис. 4.

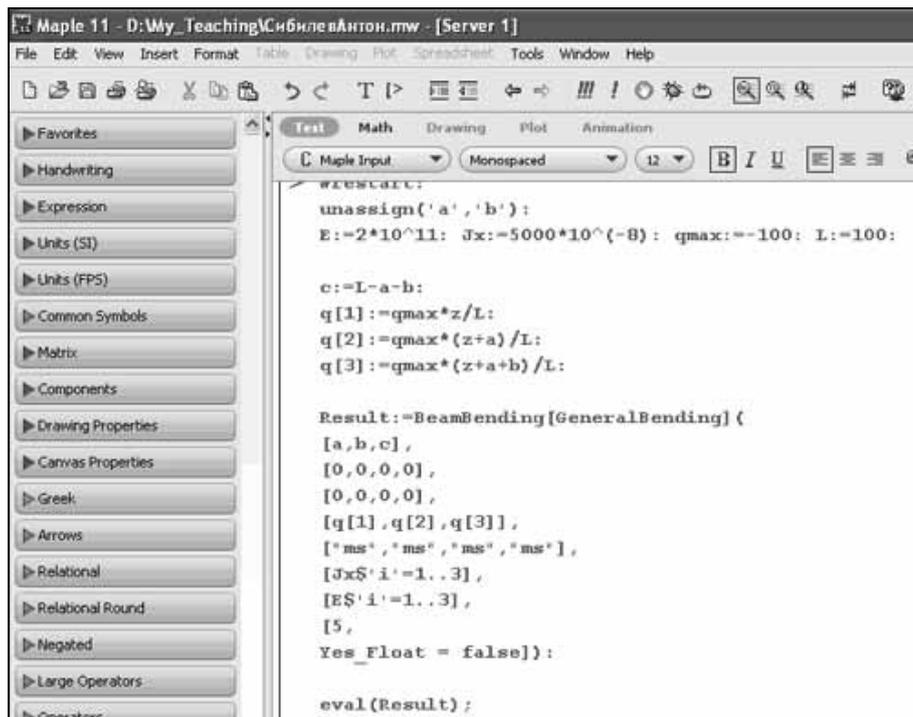


Рис. 4. Окно среды Maple 11 с исходными данными задачи

При этом, в зависимости от предъявляемых к решению требований, часть исходных данных может быть введена как в численном, так и в буквенном виде.

На основе полученного решения, которое ввиду громоздкости не приводится, строим систему уравнений вида

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial b} = 0 \end{cases},$$

где U – потенциальная энергия деформации системы.

Решение системы уравнений для балки условной длины 100 м дает

$$a = 43,06 \text{ м}, \quad b = 33,62 \text{ м}.$$

Проверить найденное решение можно графически путем исследования поверхности энергии в области, определяемой полученными значениями a и b . Минимум функции двух переменных в указанной окрестности подтверждает корректность расчетов (рис. 5).

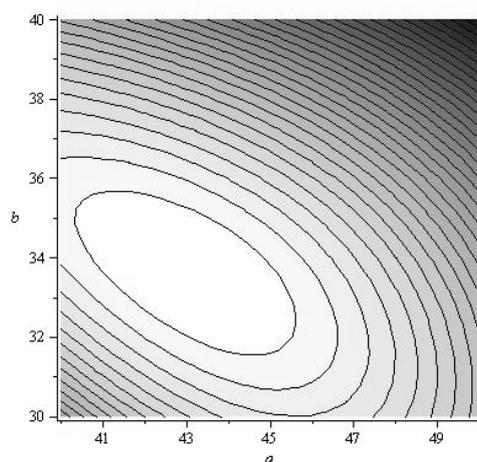


Рис. 5. Контурный график распределения энергии деформации в зависимости от параметров проектирования a и b

Характер распределения внутренних силовых факторов и перемещений в оптимизированной системе представлен на рис. 6.

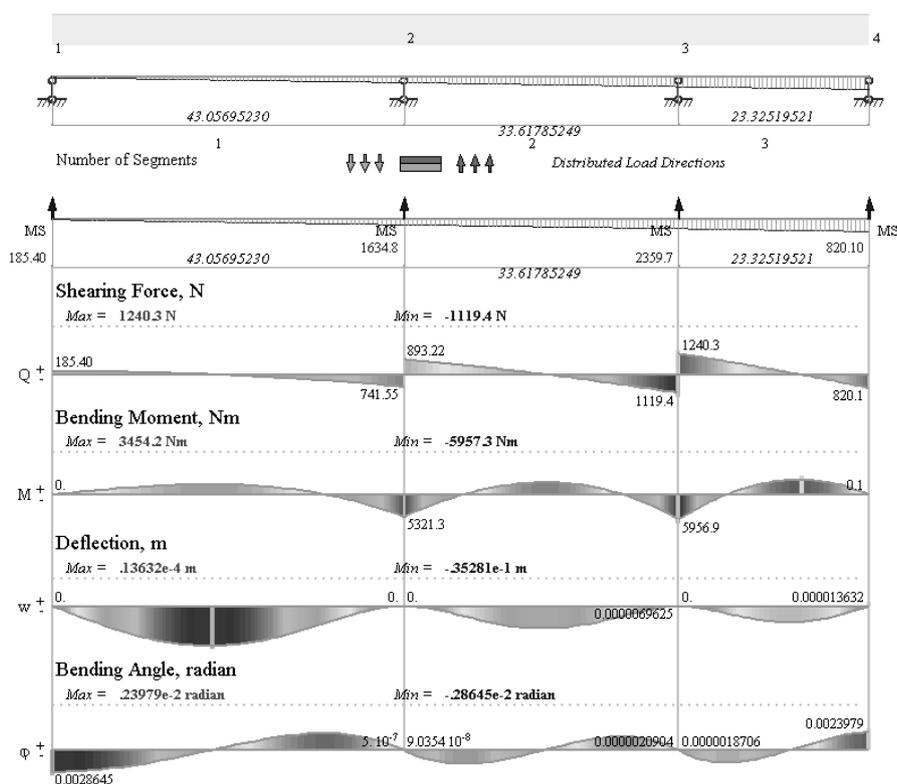


Рис. 6. Внутренние факторы и перемещения в оптимизированной балке

Как видно из рис. 6, расстояние между опорами сокращается по направлению к области с большими значениями нагрузки.

Выводы. В четырехопорной балке, нагруженной распределенной нагрузкой по закону треугольника оптимальными с точки зрения минимума энергии деформации являются расстояния между опорами в 43,1 % и 31,6 % от общей длины в сторону возрастания нагрузки.

Символьный характер зависимостей позволяет в полной мере управлять как промежуточными, так и окончательными результатами анализа. Таким образом, применение универсальных систем компьютерной алгебры вообще, и специализированных пакетов, в частности, значительно улучшает качество и увеличивает эффективность проектирования в инженерной деятельности.

Полученное решение имеет инженерную ценность, т. к. постановка задачи продиктована запросами практики.

Литература

1. Тимошенко, С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Гере. – Санкт-Петербург : Изд-во «Лань», 2002. – 672 с.
2. Аладьев, В. З. Maple 6: Решение математических, статистических и физико-технических задач / В. З. Аладьев, М. А. Богдявичус. – Москва : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 824 с.
3. Орлов, С. А. Новый метод расчета в механике стержневых систем / С. А. Орлов // Вестн. БелГУТа. – 2004. – № 2(9). – С. 29–34.