

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОНТАКТЕ ДВУХ УПРУГИХ ТЕЛ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОМОДЕЛИРОВАНИЯ И МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

О. В. Зарецкий, А. Г. Коребо, Е. Л. Горохова, Н. В. Михайлова

*Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Беларусь*

Научные руководители: Г. П. Тариков, В. В. Комраков

Известно, что передача усилий в машинах сопровождается контактированием деталей. Эти детали можно рассматривать как упругие тела. Существуют различные методы решения контактных задач. Они позволяют найти распределение давлений в местах контакта. Это дает возможность ответить на самый важный вопрос о местах концентрации напряжений.

Снижение материалоемкости конструкций, повышение их ресурса и надежности необходимо для обеспечения их конкурентоспособности.

Поэтому в последнее время вместе с совершенствованием аналитических методов расчета деталей машин часто используют численные и экспериментальные методы. Эти методы создаются на основе сочетания и развития физических методов измерений деформаций и методов теории упругости. В практической работе большинство решений получено совместным использованием численных и экспериментальных методов.

Рассмотрим задачу Герца о контакте двух шаров. Решим эту задачу тремя различными методами:

- методом конечных элементов;
- методом электрического моделирования;
- аналитически.

Постановка задачи. Даны два шара одинаковых радиусов $R_1 = R_2 = R = 5$ мм и сжимаемых силой $F = 2660$ Н. Сила F направлена перпендикулярно к общей касательной плоскости двух шаров (рис. 1). Принимаем, что шары изготовлены из одинакового материала, для которого модуль упругости первого рода $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$.

Рассмотрим решение контактной задачи с помощью комплекса конечных элементов ANSYS. Так как задача осесимметричная, решаем ее как плоскую, используя элементы Plane82. Расчетная схема приведена на рис. 2.

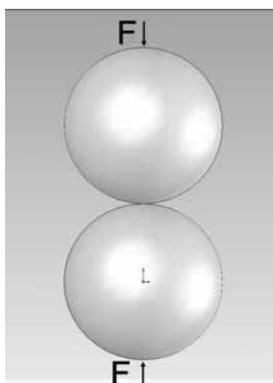


Рис. 1. Постановка задачи

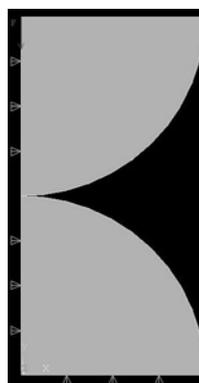


Рис. 2. Расчетная схема

На рис. 3 и 4 показано распределение контактных давлений на площадке контакта, полученное с помощью ANSYS. На рис. 3 показано решение, полученное в узлах конечноэлементной модели, а на рис. 4 – в ее элементах.

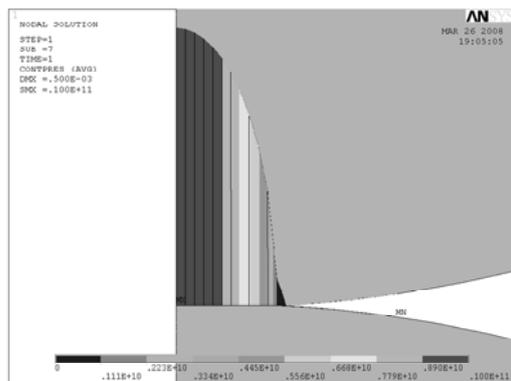


Рис. 3. Распределение контактных давлений в узлах конечных элементов

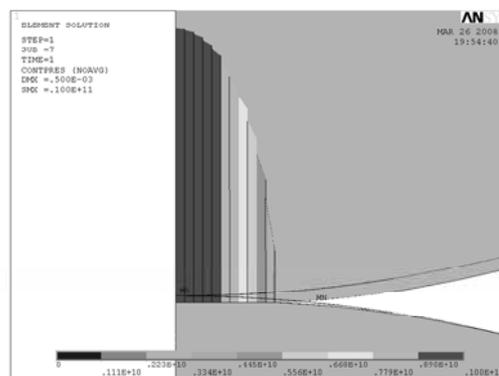


Рис. 4. Решение контактной задачи, полученное для элементов сетки

Эта же задача решена с помощью метода электрического моделирования. Метод основан на аналогии интегральных уравнений, описывающих распределение электрического заряда на поверхности токопроводящего элемента (1) и (2) и распределение контактных напряжений на площадке контакта Σ (3) и (4) [1]:

$$\iint_{\Sigma} \frac{q(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = \psi(x, y) 4\pi k_0 \varepsilon, \quad (1)$$

где k_0 – диэлектрическая постоянная; ε – диэлектрический коэффициент среды.

Общее количество электричества на пластине будет

$$Q = \iint_{\Sigma} q(x, y) dx dy; \quad (2)$$

$$\iint_{\Sigma} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = \frac{\delta - f_1(x, y) - f_2(x, y)}{\Theta_1 + \Theta_2}, \quad (3)$$

где $\Theta_1 = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}$, $\Theta_2 = \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$; ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона двух упругих тел;

E_1, E_2 – модули упругости первого рода двух упругих тел; $f_1(x, y), f_2(x, y)$ – уравнения поверхностей двух упругих тел.

Равнодействующую сжимаемых сил, действующих на каждое упругое тело, находим по формуле

$$P = \iint_{\Sigma} p(x, y) dx dy. \quad (4)$$

Токопроводящий элемент геометрически подобен площадке контакта. Для реализации аналогии создано специальное электро моделирующее устройство.

Полученные решения с помощью этого метода представлены на рис. 5.

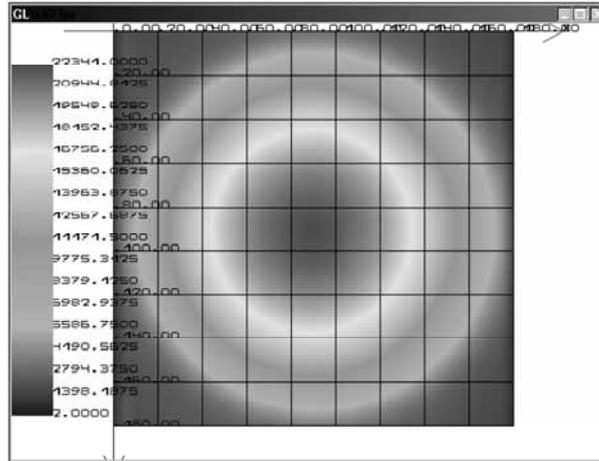


Рис. 5. Решение контактной задачи, полученное с помощью метода электрического моделирования

Рассмотрим решение контактной задачи аналитически [2].

Радиус круговой площадки контакта:

$$r = 0,9086 \sqrt[3]{\Theta P \frac{R}{2}}. \quad (5)$$

Величина максимального контактного давления между соприкасающимися телами:

$$p_0 = 0,5784 \sqrt[3]{\frac{P}{\Theta^2} \left(\frac{2}{R}\right)^2}. \quad (6)$$

Распределения контактных давлений на площадке контакта:

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{y}{r}\right)^2}. \quad (7)$$

Сближение соприкасающихся тел:

$$\delta = 0,8255 \sqrt[3]{(\Theta P)^2 \frac{2}{R}}. \quad (8)$$

Сравнение результатов решения задачи о контакте двух шаров приведены в таблице. Здесь сравнивается решение контактной задачи, полученное методом конечных элементов и методом электрического моделирования с известным аналитическим решением.

Погрешность	Метод конечных элементов	Метод электрического моделирования
Погрешность в центре площадки контакта, %	0,29	0,1
Максимальная погрешность, %	1,25	0,3

Вывод. Анализ результатов решения задачи о контакте двух шаров одинаковых радиусов показывает, что методы конечных элементов и электрического моделирования обладают точностью достаточной для решения инженерных задач.