



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Техническая механика»

**Н. В. Иноземцева**

## **КИНЕМАТИКА**

**ПРАКТИКУМ**

**по курсу «Теоретическая механика» для студентов  
инженерно-технических специальностей  
дневной и заочной форм обучения**

**Электронный аналог печатного издания**

**Гомель 2008**

УДК 531.1(075.8)  
ББК 22.21я73  
И67

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом  
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 1 от 25.09.2006 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого  
канд. техн. наук, доц. *М. П. Кульгейко*

**Иноземцева, Н. В.**

И67 Кинематика : практикум по курсу «Теоретическая механика» для студентов инженер.-техн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / Н. В. Иноземцева. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 40 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://gstu.local/lib>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-985-420-699-8.

Приведены задачи по курсу «Теоретическая механика». Решение заданий практикума поможет студентам овладеть навыками выполнения контрольных и расчетно-графических работ по темам «Кинематика точки», «Кинематика вращательного движения тела», «Кинематика сложного движения точки».

Для студентов инженерно-технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 531.1(075.8)  
ББК 22.21я73

ISBN 978-985-420-699-8

© Иноземцева Н. В., 2008  
© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2008

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Задачи практикума могут использоваться в различных учебных и контрольных целях, а именно: для упражнений на практических занятиях, самостоятельной работы студентов, проведения контрольных работ и опросов при приеме самостоятельно выполненных студентами домашних расчетно-графических работ, зачетов, экзаменов и др.

Задачи, относящиеся к разделу «Кинематика точки», предусматривают:

1. Определение траектории движения точки, скорости и ускорения из данных уравнений движения в декартовых координатах.

2. Составление уравнений движения точки исходя из условия данной задачи.

3. Комбинированные задачи.

Задачи, относящиеся к разделу «Кинематика твердого тела», предусматривают определение закона и кинематических характеристик движения твердого тела, скорости и ускорений точек тела при его вращении вокруг неподвижной оси.

Приступая к выполнению задания, студент должен изучить теоретический материал по соответствующей теме.

*Задача 1–3:*

[1, с. 96–117]; [2, с. 144–176]; [3, с. 143–152]; [4, с. 148–152]; [5, с. 64–67].

*Задача 4:*

[1, с. 96–117]; [2, с. 144–176]; [3, с. 143–152]; [4, с. 148–152]; [5, с. 64–67].

*Задача 5–7:*

[1, с. 96–117]; [2, с. 144–176]; [3, с. 153–156]; [4, с. 152–156]; [5, с. 64–67].

*Задача 8:*

[1, с. 96–117]; [2, с. 144–176]; [3, с. 156–184]; [4, с. 156–169]; [5, с. 64–67].

*Задача 9–12:*

[1, с. 117–126]; [2, с. 187–192]; [3, с. 186–198]; [4, с. 173–183]; [5, с. 67–72].

*Задача 13:*

[1, с. 160–169]; [2, с. 237–249]; [3, с. 279–303]; [4, с. 213–222]; [5, с. 104–111].

## ЗАДАЧА 1

Точка движется вдоль оси  $OX$  по закону  $x = x(t)$ .

Найти:

1. Все кинематические параметры движения точки  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ , построить графики  $v = v(t)$ ,  $a = a(t)$ .

2. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.

3. Построить схему расположения векторов при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	$x(t)$ , см	№ п/п	$x(t)$ , см	№ п/п	$x(t)$ , см
1	$2t^2 + 3t + 1$	21	$2 \cos t - 4t$	41	$2t^4 + t - 3$
2	$2t - \cos t$	22	$4t^3 - 0,5$	42	$11t - t^3$
3	$t - 2t^2 + 1$	23	$t^3 - t^2$	43	$14t^2 - 5t$
4	$4t^2 - 3t$	24	$9t - 5t^3$	44	$\sin\left(\frac{t}{3}\right) + 5t$
5	$5t - 4t^2$	25	$6t^3 - 0,5$	45	$12t^2 - 2t$
6	$2 \sin t - 5$	26	$\sin 2t - 4t$	46	$11t^3 - 5t^2$
7	$6t + t^3$	27	$16t^3 - 5t^2$	47	$0,5t + 4$
8	$10t^3 - 2$	28	$4t^4 - 4t^2 + 1$	48	$7t^3 - t$
9	$6t^2 + t^3$	29	$5 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - t$	49	$4t^3 - 3t^2$
10	$7t^3 - 1$	30	$5t^2 + 4t - 7$	50	$5t - 3t^3$
11	$9t^2 + 4$	31	$4 + 2 \sin t$	51	$2 \cos\left(\frac{\pi t^2}{4}\right) - 2$
12	$\sin\left(\frac{t}{2}\right) - 3$	32	$3t^3 + t$	52	$7t^3 - 5t^2 + 3$
13	$11t - 2$	33	$2t^3 + 3t^2$	53	$5t^2 - 3t$
14	$4 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 1$	34	$7t^2 - 4t$	54	$2 - 4t^2 - 8t$
15	$2t^3 - 3t$	35	$2 \sin \pi t - t$	55	$3 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 4t$
16	$\cos \pi t - t^2$	36	$t^2 - 7t^3$	56	$5 + t^2 - 3t$
17	$3t^3 - 4t$	37	$4t^2 - t$	57	$6 - t^3 - 3t^2$
18	$4 - 5t^3 + t$	38	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - t$	58	$t^3 - 12t^2$
19	$9t^3 - t^2$	39	$10t^2 - 4t^3$	59	$t^4 - 2t^3 + 6$
20	$12t$	40	$13t^2 - t$	60	$4 - 5t^3 + 4t$

## ЗАДАЧА 2

Точка движется на плоскости  $XOY$  по закону:

$$x = x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad y = y(t) = B \cos(\omega t^2 + \varphi).$$

Найти:

1. Траекторию движения точки.
2. Все кинематические параметры движения точки  $\vec{v}(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$ .
3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.
4. Построить схему расположения векторов  $\vec{v}(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	<i>A</i>	<i>B</i>	$\omega$	$\varphi$	№ п/п	<i>A</i>	<i>B</i>	$\omega$	$\varphi$
1	1	3	3	20	24	9	6	5	25
2	6	15	4	45	25	10	2	7	45
3	13	5	7	35	26	11	12	6	30
4	2	16	9	30	27	1	8	2	50
5	17	2	1	50	28	19	9	7	60
6	5	3	3	10	29	12	10	1	40
7	4	1	6	30	30	2	13	8	35
8	14	18	2	25	31	4	11	5	45
9	3	6	5	45	32	5	1	7	25
10	5	4	8	15	33	9	4	9	40
11	16	14	9	40	34	12	9	3	35
12	7	4	4	60	35	14	10	1	60
13	4	3	1	25	36	19	4	7	55
14	6	20	3	10	37	5	6	2	15
15	3	1	5	15	38	7	9	6	10
16	15	2	6	20	39	20	4	4	20
17	8	5	8	30	40	16	6	1	15
18	7	7	2	45	41	3	7	9	35
19	20	1	4	15	42	18	12	3	30
20	9	7	5	10	43	19	8	6	40
21	2	14	7	60	44	2	9	9	25
22	18	7	9	25	45	8	3	1	60
23	8	12	4	10	—	—	—	—	—

### ЗАДАЧА 3

Точка движется на плоскости  $XOY$  по закону:

$$x = x(t) = D \sin(pt + c\pi) - A; \quad y = y(t) = H \cos(pt) + Bt.$$

Найти:

1. Траекторию движения точки.
2. Все кинематические параметры движения точки  $\vec{v}(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$ .
3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.
4. Построить схему расположения векторов  $\vec{v}(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	$A$	$B$	$D$	$H$	$c$	$p$
1	4	16	2	2	1/3	3
2	1	9	2	4	1/2	2
3	2	4	6	1	1/2	2
4	5	4	4	2	1/3	1
5	11	1	2	3	1/4	0,5
6	6	4	1	6	1/3	2
7	10	1	2	5	1	1
8	12	9	8	4	1/2	3
9	7	16	7	2	1/4	3
10	3	4	3	5	1/2	2
11	4	9	2	2	1/6	4
12	6	9	9	3	1/4	3
13	11	4	1	5	1/2	2
14	14	9	7	1	1/3	3
15	9	1	6	5	1/4	1
16	2	9	3	3	1/6	2
17	1	6	4	2	1/4	2
18	4	9	3	3	1/2	3
19	6	9	2	1	1/4	2
20	5	1	1	1	1/4	1
21	8	16	4	5	1/6	4
22	11	9	9	5	1/3	3
23	12	1	6	2	1/4	0,5
24	7	9	8	4	1/4	3

Окончание табл. 3

№ п/п	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>H</i>	<i>c</i>	<i>p</i>
25	3	1	2	2	1/3	1
26	5	3	1	2	1/6	1
27	6	6	5	3	1/2	0,5
28	9	8	7	6	1/3	3
29	2	9	9	1	1/4	2
30	4	2	2	3	1/2	4
31	5	1	3	5	1/3	3
32	7	4	5	8	1/4	0,5
33	1	6	8	4	1/6	2
34	12	8	5	1	1	4
35	16	2	7	2	1/2	1
36	18	4	9	4	1/6	3
37	11	3	1	6	1/3	2
38	5	7	4	8	1	3
39	3	10	2	3	1/2	0,5
40	2	11	6	1	1/4	4
41	9	3	9	4	1	1
42	10	7	3	6	1/6	3
43	2	15	1	9	1/3	2
44	1	2	5	3	1/2	4
45	8	6	7	2	1/6	0,5
46	2	9	9	4	1/4	1
47	5	12	2	2	1/2	2
48	9	2	3	5	1/6	4
49	4	5	6	8	1/2	1
50	7	9	5	9	1	3
51	9	3	4	1	1/6	2
52	12	1	1	2	1/4	4
53	13	6	8	4	1/2	0,5
54	16	8	9	6	1/3	4
55	3	2	1	5	1/6	1
56	2	11	5	2	1/3	3
57	8	14	2	4	1/4	4
58	2	16	6	3	1/3	2
59	1	2	8	8	1/2	3
60	9	7	2	4	1	0,5

## ЗАДАЧА 4

Точка  $M$  движется по окружности радиуса  $R$ . Закон движения по окружности  $s = s(t)$ .

Найти:

1. Закон изменения скорости точки  $\vec{v} = \vec{v}(t)$ , построить график.
2. Закон изменения ускорения точки  $\vec{a} = \vec{a}(t)$ , построить график.
3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.
4. Построить схему расположения векторов при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 4.

Таблица 4

№ п/п	$R$ , см	$s = s(t)$ , см	№ п/п	$R$ , см	$s = s(t)$ , см
1	1	$2t^2 + 1$	24	3	$7 - 3t^3 - 3t$
2	3	$11t^3 + 4t$	25	2	$16t^2 - 3$
3	2	$t^2 + 2t$	26	6	$11t^2 + 8$
4	4	$2t^2 + 3t + 1$	27	4	$3t - 15$
5	3	$4t + 2$	28	4	$2t^2 + 0,5t + 1$
6	3	$3t^2 + 4$	29	3	$4t - 8t^2$
7	2	$10t + 1$	30	2	$7t^3 + 2t^2 + 4$
8	2	$2t^2 + t^3$	31	2	$6t^3 - 6t + 1$
9	3	$t^2 - 4t$	32	3	$10t^2 - 5t$
10	6	$5t^2 + 1$	33	2	$2t - 1$
11	1	$2t^3 - 4$	34	1	$3t^3 + 4t^2$
12	2	$8t - t^2$	35	3	$t - 5t^2$
13	2	$6t^2 - 2t$	36	6	$7t^2 - 4t^3$
14	4	$7t^3 + 2t^2 + 1$	37	2	$8t - 2t^3$
15	2	$4t^2 + 3t^3$	38	1	$4t + t^3$
16	3	$9t^2 - t$	39	5	$5t^2 - 10t^3$
17	6	$-2t^2 - 3t^3$	40	3	$t^2 - t + 2$
18	1	$t^2 - 0,5t$	41	2	$4t^4 - 3t + 5$
19	4	$8t^2 + 3t$	42	3	$7t - 2t^2 + 1$
20	3	$10t^2 + 4$	43	1	$6t^2 - 2t + 1$
21	2	$4 - 2t - t^2$	44	2	$2t^4 + 11t$
22	5	$6t^3 - 4$	45	4	$-4t - 5$
23	1	$12t^2 + 10t$	46	2	$5t^3 - t^2 + 2$



Окончание табл. 4

№ п/п	$R, \text{ см}$	$s = s(t), \text{ см}$	№ п/п	$R, \text{ см}$	$s = s(t), \text{ см}$
47	2	$8t^3 + 6t$	54	6	$11t + 3t^3$
48	2	$11t - 4t^2$	55	3	$8t^2 - 9t^3$
49	1	$t - 12t^2$	56	4	$10t^2 - t^3 + 3$
50	3	$7t^2 - 2t + t^3$	57	6	$t^2 - 2t - 12$
51	4	$3t^2 + 4t + 3t^3$	58	8	$2 - t^3 + 4t^2$
52	3	$t^2 - t^3 - 5t$	59	2	$2t^3 + 7t$
53	3	$17t^2 - 12t$	60	1	$2t^4 - 3t$

### ЗАДАЧА 5

Точка  $M$  движется вдоль прямой  $Ox$  со скоростью  $v = v_x(t)$ . В начальный момент времени  $t = 0$ ,  $x_0 = x_0(t)$ .

Найти:

1. Закон движения  $x(t)$ , построить график.
2. Ускорение точки  $\vec{a} = \vec{a}(t)$ , построить график.
3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.
4. Построить схему расположения векторов  $\vec{v} = \vec{v}(t)$  и  $\vec{a} = \vec{a}(t)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 5.

Таблица 5

№ п/п	$v_x(t), \text{ см/с}$	$x_0, \text{ см}$	№ п/п	$v_x(t), \text{ см/с}$	$x_0, \text{ см}$
1	$\frac{\pi}{5} \sin\left(\frac{8\pi t}{15}\right)$	0	6	$6t^2 + 3t$	-1
2	$2 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1$	-2	7	$3 + \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$	0
3	$3t^2 - 2t + 1$	4	8	$5t + 3$	-1
4	$\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) + 2t$	0	9	$3 \sin(\pi t) + 6$	2
5	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 1$	-2	10	$2t^3 + 1$	-2

Продолжение табл. 5

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$x_0$ , см	№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$x_0$ , см
11	$\pi + 2\pi \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$	0	30	$2t^4 + t^2$	-1
12	$\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 3t + 2$	2	31	$2\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 3t$	0
13	$3\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 2t$	-2	32	$t^2 - 3t + 2$	2
14	$7t^2 - 2t + 1$	0	33	$1 + t^3 - 2t^2$	-3
15	$2t^3 + t$	-3	34	$10t - 5t^2$	-1
16	$3\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 3$	0	35	$2\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) - 5$	0
17	$6\cos(\pi t) + 2\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	0	36	$t - 4t^2$	5
18	$9t^2 - 10t + 4$	1	37	$2t^2 + 1$	0
19	$15\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	2	38	$\sin(2\pi t) + t$	1
20	$t + 1$	4	39	$t^2 + \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	1
21	$0,5t^2 + 3$	-3	40	$6 - t^3$	3
22	$2t^3 - 2t^2 + 1$	-1	41	$2\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) + t$	-1
23	$3\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) - 2$	2	42	$2t^2 - 5$	4
24	$2t + \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	-2	43	$5\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 6t^2$	1
25	$3t^2 + \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	0	44	$t + 2\cos\frac{\pi t}{3}$	-2
26	$6t^2 + 3t + 1$	-4	45	$11t + 5$	5
27	$3t^2 + 5t$	-2	46	$3t^3 - 2t^2$	-3
28	$6t + 5t^3$	0	47	$t - 10t^2$	2
29	$t^2 + 2t + 3$	-2	48	$t + t^3 - 1$	1

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$x_0$ , см	№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$x_0$ , см
49	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 3t$	-1	55	$t - 6t^3$	2
50	$2t^2 - 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	0	56	$3t^3 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	-0,5
51	$t^3 + 8t$	0	57	$7(t+2) - t^2$	1
52	$3t^2 - 4 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	3	58	$3 - 3 \cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	1
53	$4t^3 - 3t$	2	59	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1$	-3
54	$-4 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) - 5t$	1	60	$2 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 5t$	1

### ЗАДАЧА 6

Точка движется на плоскости  $XOY$ . Скорость точки изменяется по закону  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ . В начальный момент времени  $t = 0$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ .

Найти:

1. Уравнения движения точки  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ . Построить траекторию движения.

2. Ускорение точки  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$ .

3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.

4. Построить схему расположения векторов  $\vec{v} = v(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	Начальные условия	
			$x_0$ , см	$y_0$ , см
1	$2 + 3t^2 + 5t$	$7 - 3t^2 + t$	0	-2
2	$3 \cos(t)$	$0,5 \sin(t)$	-1	0
3	$2t - 4$	$2 + t^2$	0	-2
4	$t - 1$	$2t + 3$	-2	1

Продолжение табл. 6

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	Начальные условия	
			$x_0$ , см	$y_0$ , см
5	$2 \sin(\pi t)$	$3 \cos(\pi t)$	0	-1
6	$3t^2$	$4t + 1$	1	-1
7	$3 \cos\left(\frac{t}{2}\right)$	$2 \sin\left(\frac{t}{2}\right)$	-1	0
8	$4t - 5$	$3 + t^2$	2	-3
9	$6t^2 - 1$	$t + 0,5$	0,5	-1
10	$2 + t^2$	$2t^2 - 1$	1	-2
11	$3 \sin\left(\frac{t}{4}\right)$	$4 \cos\left(\frac{t}{4}\right)$	0	-1
12	$10t$	$3 + 2t^2$	-2	3
13	$16t^2 - 5$	$t^2 + 0,5$	0	-4
14	$10t^2 - 1$	$t + 4$	-4	0
15	$7t - 4$	$8t^2$	0	-3
16	$3t^2 - 5$	$6t + 1$	6	-2
17	$0,5t - 4$	$2t$	-0,5	1
18	$12t^2 - 1$	$7t^2 + 3$	0	-2
19	$4t^2 + 3$	$11t - 1$	-1	1
20	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 1$	$-3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 2$	1	2
21	$4t^2 + 3$	$2t$	2	-2,5
22	$2t^2 - \frac{3}{4}t + 1$	$4t^2 - 1,5t - 1$	0	-2
23	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1$	$2 - 3 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	0,5	0
24	$4 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 1$	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 1$	-1,5	-2
25	$2t^2 + 3$	$-3 + 3t$	2	1
26	$\sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) + 3$	$4 - \cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$	4	-1
27	$5 - 2 \sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) + 3$	-0,5	-1
28	$\frac{4}{t+1}$	$4t$	0	0

Продолжение табл. 6

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	Начальные условия	
			$x_0$ , см	$y_0$ , см
29	$3\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)+1$	$3-3\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	0,4	-3
30	$4-3\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$2\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)+3$	1	-1
31	$3\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)+3$	$2-\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	-3	0
32	$3t^2-t+1$	$5t^2-\frac{5t}{3}+5$	4	0,5
33	$9t^2-3$	$3t$	-1,5	0
34	$2\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)-1$	$5-\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	3	1
35	$4t^2-2t+3$	$3t^2-3t+2$	0	0,7
36	$3t+4$	$1-t^2$	5	2
37	$6t^2-\frac{6}{5}t+1$	$5t^2-t-3$	4	1
38	$7t^2+3$	$4t+4$	2	1
39	$4\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)-1$	$3\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)+2$	-2	3
40	$3+9\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$2-9\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	-1	2
41	$5t^2+3$	$2t$	0	0,5
42	$12t^2-\frac{4}{5}t+1$	$3t^2+2t+6$	0,5	2
43	$3t-2\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$2t+2\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	-4	2,5
44	$\frac{2}{t+3}$	$t^2-t$	3	4
45	$2t^2-3t$	$1-t-t^2$	0,5	-0,5
46	$12-4\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$1-6\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	1	-1
47	$2t^2+10$	$6t-1$	1	-2

Окончание табл. 6

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	Начальные условия	
			$x_0$ , см	$y_0$ , см
48	$2 + 5 \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$	$t^2 - \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	1,5	-2
49	$4t^2 + t - 1$	$2t - t^2$	-2	0
50	$2 + 2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t^2 - 2 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	-1,5	3
51	$2 \sin\left(\frac{t}{3}\right) - 1$	$4 \cos\left(\frac{t}{3}\right) + 3$	3	1
52	$4 \cos(t) - 2$	$0,5 \sin(t) + 1$	0	2
53	$1 - t^2 + t$	$3 - 3t - t^2$	3,5	1
54	$4 \sin\left(\frac{t}{4}\right)$	$3 \cos\left(\frac{t}{4}\right)$	3	-3
55	$4t - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$3 \cos(t) + t$	4	2

### ЗАДАЧА 7

Точка движется в трехмерном пространстве  $OXYZ$ . Скорость точки изменяется по закону  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ . В начальный момент времени  $t = 0$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ ,  $z(0) = z_0$ .

Найти:

1. Уравнения движения  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$ .
2. Ускорение точки  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$ .
3. Построить схему расположения векторов  $\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ ,  $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ ,  $\vec{a}(a_\tau, a_n)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 7.

Таблица 7

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	$v_z(t)$ , см/с	Начальные условия	
				$x_0$ , см	$y_0$ , см
1	$4t^2 + 3t + 2$	$2 - t^2 + t^3$	$3t$	0,5	1
2	$2t - \cos 2t$	$t^2 + \sin t$	$2t + t^3$	0	-2
3	$2t - 2t^2 + 1$	$6t^2 + 4t$	$3t$	-1	0
4	$2t^2 - 3t$	$3t^2 + 0,5t$	$2t^2$	0	-2

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	$v_z(t)$ , см/с	Начальные условия	
				$x_0$ , см	$y_0$ , см
5	$5t - 2t^2$	$6t^2 + 2t$	$8t^2 - 3t$	-2	1
6	$3 \sin t - 1$	$2t^2 + 3 \cos t$	$3 \cos t$	0	-1
7	$6t + 2t^3$	$3t^2 - 0,5t$	$3t^3 - 4t$	1	-1
8	$8t^3 - 2$	$5t^2 + 4t$	$3t^3 - 5t$	-1	0
9	$6t^2 + t^3$	$0,5t^2 + 4t$	$3t - 1$	2	-3
10	$7t^3 - 3$	$t^2 + 6t$	$2t^2 - 3t$	0,5	-1
11	$9t^2 + 10$	$5t^3 - 2t$	$0,5 + 2t^3$	1	-2
12	$2 \sin\left(\frac{t}{2}\right) - 3$	$1 + \cos\left(\frac{t}{2}\right)$	$2t^3 - t$	0	-1
13	$11t - 2$	$t + 6t^3$	$5t^2$	-2	3
14	$2 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 1$	$\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) + 2t$	$3 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	0	-4
15	$2t - 3$	$5t^2 - 0,5t$	$t + 0,2$	-4	0
16	$2 \cos \pi t - t^2$	$t^3 + 2 \sin \pi t$	$t^2 + 3$	0	-3
17	$\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 2t$	$4t^2 - 3 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$6t^2 + 3t$	-0,5	1
18	$3t^3 - 5t$	$10t^2 + 3t$	$7t^3 - 4t$	6	-2
19	$3t^3 - t^2$	$2t^2 + t^3 - 3$	$4t^2 - 3$	0	0,3
20	$8t$	$6t^3 - t^2$	$3t^3 + t$	2	0
21	$3 \cos t - 4t$	$3t^2 + 3 \sin t$	$11t^2 - 2 \sin t$	0	-2
22	$3t^3 - 0,5$	$9t^2 - 7t$	$5t - 3t^2$	-1	1
23	$t^3 - t^2$	$3t + 3t^3 + 1$	$5 + 6t^3 - t$	1	2
24	$9t - 4t^3$	$0,5t^2 + 3t$	$7t^3 - 1$	2	-2,5
25	$6t^3 - 0,5$	$2t^2 + t + 2$	$t^3 + 4$	0	-2
26	$2 \sin 2t - 4t$	$5t^2 + 2 \sin t$	$3 \cos 2t + 3$	0,5	0
27	$16t^3 - 5t^2$	$4t^2 + 6t^3 + 1$	$10t - t^3$	-1,5	-2
28	$2t^2 - 4t$	$2t^2 + t$	$5t^3 - t$	2	1
29	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - t$	$3t^2 + \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t^3 - \frac{t}{2}$	4	-1
30	$5t^2 + 4t - 7$	$3t^2 - t$	$6t^2 - t^3 + 2$	-0,5	-1
31	$4 + 2 \sin t$	$\cos t - t$	$\sin t - t^2$	0	0
32	$3t^2 + t$	$2t - 1$	$t^2 + 0,5t$	0,4	-3
33	$2t^3 + 3t^2$	$2t^2 - 6t$	$t + 2t^2$	1	-1

№ п/п	$v_x(t)$ , см/с	$v_y(t)$ , см/с	$v_z(t)$ , см/с	Начальные условия	
34	$7t^2 - 4t$	$7t^3 - 1$	$5t^2 - 6t$	-3	0
35	$3 \sin \pi t - t$	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + t$	$3 \sin \pi t - 3$	4	0,5
36	$t^2 - 7t^3$	$5t + 1$	$11t^2 - 7t$	-1,5	0
37	$4t^2 - t$	$0,5t^2 - 3$	$3t - 8$	3	1
38	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3t$	$2t^2 - 4 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$2 - \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	0	0,7
39	$2t^2 - 4t^3$	$4t^3 - 1$	$6t - 4t^3$		
40	$13t^2 - t$	$14t$	$15t^3 - t^2$	5	2
41	$2t + t^2$	$4t - 0,5$	$t + 5$	4	1
42	$11t - t^3$	$0,5t^3 - 1$	$t^2 - 0,5t$	2	1
43	$\sin\left(\frac{t}{2}\right) + 5t$	$t^3 + \cos t$	$4t - 3 \cos 2t$	-2	3
44	$12t^2 - 2t$	$t - 7t^2$	$0,5t^3 - 4t$	-1	2
45	$3t^3 - 5t^2$	$16t - 1$	$2t^2 + 3t$	0	0,5

### ЗАДАЧА 8

Точка движется на плоскости  $XOY$ . Ускорение точки изменяется по закону  $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ . В начальный момент времени  $t = 0$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ ,  $v_x(0) = v_{ox}$ ,  $v_y(0) = v_{oy}$ .

Найти:

1. Уравнения движения точки  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ . Построить траекторию движения.

2. Скорость точки  $\vec{v}(v_x, v_y)$ .

3. Подобрать такой момент времени  $t = t_1$ , при котором движение точки будет ускоренным; и момент времени  $t = t_2$ , при котором движение точки будет замедленным.

4. Построить схему расположения векторов  $\vec{v}(v_x, v_y)$ ,  $\vec{a} = a(a_x, a_y)$  при  $t = t_1$  и  $t = t_2$ .

Исходные данные приведены в табл. 8.



Таблица 8

№ п/п	$a_x(t)$ , см/с	$a_y(t)$ , см/с	Начальные условия			
			$v_{ox}(t)$ , см/с	$v_{oy}(t)$ , см/с	$x_0$ , см	$y_0$ , см
1	$1 + 3t$	$7 - 3t$	0	-1	0	-2
2	$2 \cos(t)$	$\sin(2t)$	1	-2	-1	0
3	$3t - 7$	$2 + t$	-1	1	0	-2
4	$2t - 4$	$7t + 7$	-0,5	-1	-2	1
5	$3 \sin(3t)$	$4 \cos(6t)$	0	-2	0	-1
6	$3t - 4$	$5t + 1$	-2	0,5	1	-1
7	$4 \cos(\pi t)$	$3 \sin(\pi t)$	-1	3	-1	0
8	$t - 2$	$3t + t^2$	-0,5	1	2	-3
9	$t^2 - 3t$	$t + 1$	3	2	0,5	-1
10	$5 + 2t^2$	$3t - 3$	0	-1	1	-2
11	$3 \sin(t)$	$4 \cos(t)$	0	-0,5	0	-1
12	$1 - 3t^2$	$3t + 4t^2$	1	-3	-2	3
13	$11t^2 - 7$	$2t^2 - 4$	-0,5	0,5	0	-4
14	$4t^2 - t$	$t - 7$	1	-2	-4	0
15	$11t - 6$	$4t^2 - 2$	-0,5	1	0	-3
16	$t^2 - 10$	$12t + 1$	0	0,5	6	-2
17	$9t - 4$	$9t$	-2	2	-0,5	1
18	$3t^2 - 8t$	$9t^2 + 12$	-1	-0,5	0	-2
19	$3t^2 + 5$	$13t - 12$	0,5	-2	-1	1
20	$t - 2t^2$	$4 - t$	0,5	1	-1	2
21	$2t^2 + 6$	$3t - 4$	0	-1	2	-2,5
22	$t^2 - 3t$	$4t^2 - t$	0	0,5	0	-2
23	$7 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$-7 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	1	-0,5	0,5	0
24	$3 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$5 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	-1	0	-1,5	-2
25	$8t^2 - 3$	$-5 + 12t$	0	-0,5	2	1
26	$\sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)$	0,5	-0,5	4	-1

№ п/п	$a_x(t)$ , см/с	$a_y(t)$ , см/с	Начальные условия			
			$v_{ox}(t)$ , см/с	$v_{oy}(t)$ , см/с	$x_0$ , см	$y_0$ , см
27	$2\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	-0,5	-1	-0,5	-1
28	$t^2 + 4t$	$4t^2$	3	-1	0	0
29	$2\sin\left(\frac{\pi t^2}{12}\right)$	$2\cos\left(\frac{\pi t^2}{12}\right)$	1	-2	0,4	-3
30	$6\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$6\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	-1	-0,5	1	-1
31	$\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	0	1	-3	0
32	$12t^2 - 12t$	$5t^2 - 5t$	-0,5		4	0,5
33	$11t^2 - t$	$11t$		1	-1,5	0
34	$9 - t$	$-t^2 - 2t$	0	-2	3	1
35	$9t + 8$	$12t$	0,5	1	-1	2
36	$4t + 1$	$1 - 5t^2$	0	-0,5	5	2
37	$6t^2 - t + 1$	$8t^2 - t$	0	1	4	1
38	$7t^2 + 3$	$4t + 4$	0	1	2	1
39	$8t^2 - 3$	$3t^2 - 2$	0,5	-1	0	0,7
40	$-4\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$8\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	1	-1	-2	3
41	$2t^2 + 12$	$12t$	0	-0,5	0	0,5
42	$t^2 + 1$	$-3t^2 + 6$	2	1	0,5	2
43	$2\sin\left(\frac{\pi t}{9}\right)$	$-2\sin\left(\frac{\pi t}{9}\right)$	-3	-1	-4	2,5
44	$\frac{3}{t+1}$	$3t^2 - 2$	0,5	1	3	4
45	$6t^2 - 7t$	$\frac{4}{t+1}$	0	1	0,5	-0,5
46	$5\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$-6\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	-1	0	1	-1

№ п/п	$a_x(t)$ , см/с	$a_y(t)$ , см/с	Начальные условия			
			$v_{ox}(t)$ , см/с	$v_{oy}(t)$ , см/с	$x_0$ , см	$y_0$ , см
47	$12 - 2t^2$	$6t + 1$	0,5	-0,5	1	-2
48	$-5 \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$	$\sin\left(\frac{\pi t}{10}\right)$	0	0,5	1,5	-2
49	$8t^2 + 1$	$t - 4t^2$	1	-0,5	-2	0
50	$2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$-2 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	0	-1	-1,5	3
51	$9 \sin\left(\frac{t}{8}\right)$	$10 \cos\left(\frac{t}{8}\right)$	0	1	3	1
52	$\cos(t)$	$0,5 \sin(t)$	0,5	-0,5	0	2
53	$-t^2 + 5t$	$3t - t^2$	0	1	3,5	1
54	$6 \sin\left(\frac{t}{4}\right)$	$2 \cos\left(\frac{t}{4}\right)$	-1	0	3	-3
55	$3 \cos(t)$	$-2 \cos(t)$	0	-1	4	2
56	$t + 4$	$2t - 4t^2$	1	0	-2	0
57	$1 - t^2$	$2t - 2$	0	-0,5	0	1
58	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$4 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	0,5	1	2	-2
59	$6t^2 + 1$	$2 - t^2$	-1	1	-1	1
60	$-t^2 - t$	$1 - t^2 - t$	0	-2	0,5	1

### ЗАДАЧА 9

Тело 1 движется по закону  $x = x(t)$ . Тело 2 радиусом  $R$  вращается вокруг своей центральной оси  $z$ , перпендикулярной плоскости диска. Заданы начальные условия: при  $t = 0$ ,  $\varphi(0) = \varphi_0$ . Кроме того, указана точка  $M$  на расстоянии  $O_2M$  от оси вращения (рис. 1, а).

Найти:

1. Скорость  $\vec{v}_1$  и ускорение  $\vec{a}_1$  первого тела в зависимости от времени.
2. Закон изменения угловой скорости диска  $\omega = \omega(t)$ . Построить график функции  $\omega = \omega(t)$ .
3. Закон вращения  $\varphi = \varphi(t)$ , рад. Построить график функции  $\varphi = \varphi(t)$ .

4. Скорость точки  $\vec{v}_M$  и ускорение  $\vec{a}_M(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с.

5. Показать точку  $M_1$  на расстоянии  $O_2M_1$  от оси вращения и найти скорость точки  $\vec{v}_{M_1}$  и ускорение  $\vec{a}_{M_1}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с.

Исходные данные приведены в табл. 9.

*Дополнение.* Самостоятельно добавить к исходной схеме зубчатую рейку и два ступенчатых колеса. Показать точку  $M_2$  на расстоянии  $O_3M_2$  от оси вращения второго колеса и точку  $M_3$  на расстоянии  $O_4M_3$  от оси вращения третьего колеса. Найти скорости точек  $\vec{v}_{M_2}$ ,  $\vec{v}_{M_3}$  и ускорения  $\vec{a}_{M_2}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ ,  $\vec{a}_{M_3}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с. Определить также закон движения зубчатой рейки  $s = s(t)$ , если в начальный момент времени при  $t = 0$ ,  $s(0) = s_0$ .

Пример построения схемы представлен на рис. 1, б.

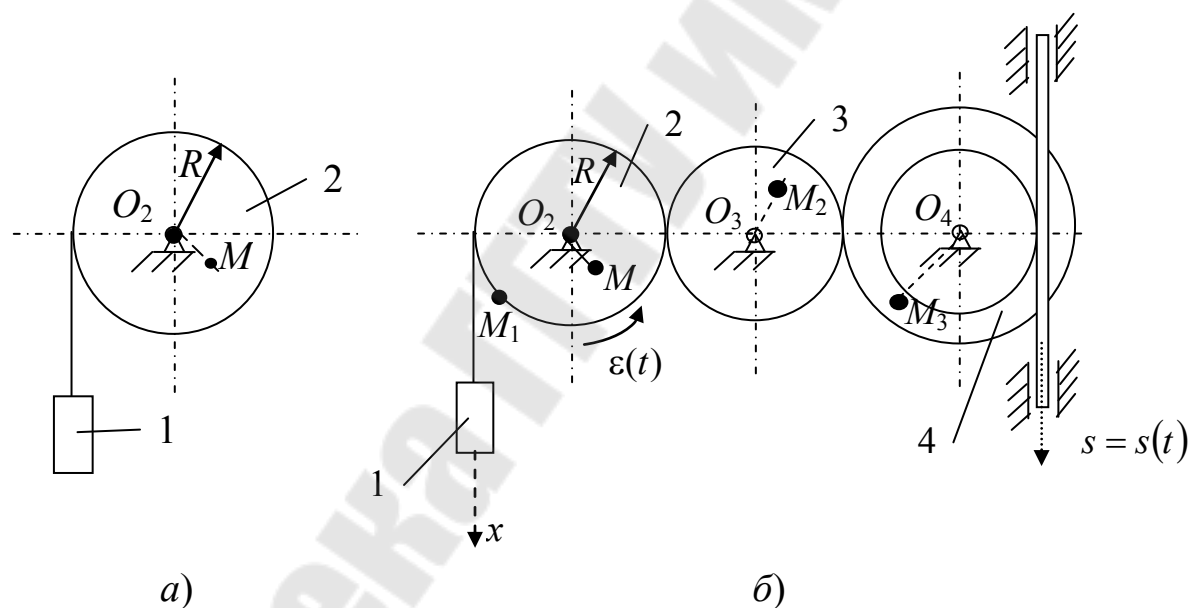


Рис. 1

Таблица 9

№ п/п	$x = x(t)$ , м	$OM$ , м	$R$ , м	$t_1$ , с	Начальные условия	
					$s_0$ , м	$\varphi_0$ , рад
1	$6t^3 - 4t + 2$	$R/3$	3	1	1	0
2	$7t^3 + 6t^2 - 1$	$R/2$	4	2	2	$-\pi$
3	$9 - 4t^3 - 5t$	$R/2$	4	2	0,5	0
4	$7 + 3t^3 + t$	$R/5$	5	1	-2	$-\pi/2$

Продолжение табл. 9

№ п/п	$x = x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия	
					$s_0, \text{ м}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
5	$15t^3 - 4t$	$R/3$	6	3	1	$\pi/3$
6	$12t^3 + 8t - 1,5t - 1$	$R/3$	3	2	4	0
7	$12t^2 + 2$	$R/2$	4	1	0,5	$-\pi/2$
8	$1 - t^3 - 6t$	$R/4$	8	3	0	$2\pi$
9	$0,5t^3 + 2$	$R/4$	4	1	-0,5	$\pi$
10	$2 + t^2 - 2t^3$	$R/5$	5	2	1	0
11	$2t^3 - 5t - 1$	$R/3$	3	1,5	-1	$2\pi$
12	$9t^2 - t - 2$	$R/4$	4	2,5	2	$\pi/3$
13	$14t^3 - 4t + 2$	$R/5$	10	2	5	$\pi/2$
14	$9t^2 + 13t$	$R/3$	6	3	1	$\pi$
15	$9t^2 + 2t^2 + t$	$R/2$	5	1	-2	$\pi/4$
16	$8t^2 - 3t - 7$	$R/4$	8	4	3	0
17	$16t^3 - 4t$	$R/2$	2	2	0	$\pi/3$
18	$9t + 6$	$R/3$	3	1	1	$-\pi/6$
19	$8t^2 - 3t - 1$	$R/3$	6	3	2,5	$\pi/3$
20	$9 + t - t^2$	$R/2$	7	2	0	$-\pi/6$
21	$4t^3 - 14t$	$R/4$	2	1	1,5	0
22	$9t^3 + 5t - 11$	$R/5$	5	2	-1	$-\pi$
23	$8t^2 - 12t$	$R/2$	3	1	-1,5	$-\pi/6$
24	$12t^3 - 4t^2$	$R/2$	1	1	3	$\pi/4$
25	$3t + 6t^2 - 2$	$R/3$	6	3	1	$\pi/3$
26	$7t^3 - 5t^2 + t - 1$	$R/5$	5	2	2	$\pi/6$

Продолжение табл. 9

№ п/п	$x = x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия	
					$s_0, \text{ м}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
27	$4t^2 - t - 12$	$R/2$	4	2	0	$\pi/2$
28	$11t^3 - 2t^2$	$R/6$	6	1	-0,5	$-\pi/4$
29	$9t + 11t^2 - 12$	$R/2$	4	2	0	$\pi$
30	$13t^2 - 7t + 7$	$R/3$	3	1,5	0,3	0
31	$11t + 7t^2$	$R/5$	10	2,5	1	$-\pi/2$
32	$4,5t^2 - 3t - 2$	$R/2$	5	1	-0,6	$\pi/2$
33	$9t^2 + 2t + 3$	$R/6$	6	3	1	$\pi/3$
34	$15t^3 - 0,5t$	$R/3$	3	2	2	$\pi$
35	$8t^2 + 4t - 5$	$R/2$	2	2,5	-2	$-\pi/2$
36	$16t - 9t^2$	$R/5$	5	1,5	-0,5	$-\pi/3$
37	$0,5t - t^2$	$R/2$	2	1	1	$-\pi$
38	$8t^3 - 5t + 1$	$R/3$	3	3	0	$\pi/4$
39	$6,5t^2 - 12t$	$R/5$	5	2	1	$\pi/6$
40	$11t^2 + 4t - 1$	$R/2$	6	1	-2	$2\pi$
41	$4,5t^2 + 9t + 11$	$R/2$	5	2	-1	$\pi/2$
42	$7,5t^3 - 2t$	$R/3$	6	3	4,5	$-\pi$
43	$t^3 - 10t$	$R/2$	5	4	2	$\pi/3$
44	$11t^2 + 8t + 2$	$R/3$	6	2	2,5	$-\pi/2$
45	$13t^2 - 9t$	$R/2$	4	1	1,5	$-\pi$
46	$8,5t^3 - 4t^2$	$R/2$	2	1	1	$-\pi/3$
47	$7t^3 + 8t - 3$	$R/2$	1	1	-1,3	$\pi$
48	$10t^2 - 11t$	$R/3$	6	2	1,5	$\pi/3$

№ п/п	$x = x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия	
					$s_0, \text{ м}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
49	$2 - t^2 - 12t$	$R/6$	3	3	0,5	$2\pi$
50	$2t - 1,5t^2$	$R/2$	4	1	0,4	$\pi/6$
51	$-2,5t + t^2 - t$	$R/3$	6	3	-0,6	$2\pi$
52	$2 + 3t - t^2$	$R/5$	5	1	0	$\pi/2$
53	$t^2 - 2t - 3$	$R/2$	1	1,5	0,6	$-\pi$
54	$2t - t^3 - 12t^2$	$R/4$	2	2,5	2	$\pi/3$
55	$4 + t^2 + 2t$	$R/6$	3	2	-1	$-\pi/2$
56	$11 - 3t^2 - 5t^3$	$R/8$	4	3	0	$-\pi$
57	$t + 9t^2 - t^3$	$R/5$	10	1	-0,3	$\pi/6$
58	$-1 - 4t^2 - 9t$	$R/2$	8	4	0,5	$2\pi$
59	$t^3 - 11t^2 + t$	$R/2$	5	5	1,5	$\pi/2$
60	$4 - t^2 + 5t^3$	$R/6$	6	1	1	$-\pi$

### ЗАДАЧА 10

Диск радиусом  $R$  вращается вокруг своей центральной оси  $z$ , перпендикулярной плоскости диска по закону  $\varphi = \varphi(t)$ . Кроме того указана точка  $M$  на расстоянии  $O_1M$  от оси вращения (рис. 2, а).

Найти:

1. Закон изменения угловой скорости диска  $\omega = \omega(t)$ . Построить график функции  $\omega = \omega(t)$ .

2. Закон изменения углового ускорения диска  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ . Построить график функции  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ .

3. Скорость точки  $\vec{v}_M$  ускорение  $\vec{a}_M (\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с.

4. Показать точку  $M_1$  на расстоянии  $O_1M_1$  от оси вращения и найти скорость точки  $\vec{v}_{M_1}$  и ускорение  $\vec{a}_{M_1} (\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с.

*Дополнение.* Самостоятельно добавить к исходной схеме зубчатую рейку и два ступенчатых колеса. Показать точку  $M_2$  на расстоянии  $O_2M_2$  от оси вра-

щения второго колеса и точку  $M_3$  на расстоянии  $O_3M_3$  от оси вращения третьего колеса. Найти скорости точек  $\vec{v}_{M_2}$ ,  $\vec{v}_{M_3}$  и ускорения  $\vec{a}_{M_2}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ ,  $\vec{a}_{M_3}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с. Определить также закон движения зубчатой рейки  $s = s(t)$ , если в начальный момент времени при  $t = 0$ ,  $s(0) = s_0$ .

Исходные данные приведены в табл. 10.

Пример построения схемы представлен на рис. 2, б.

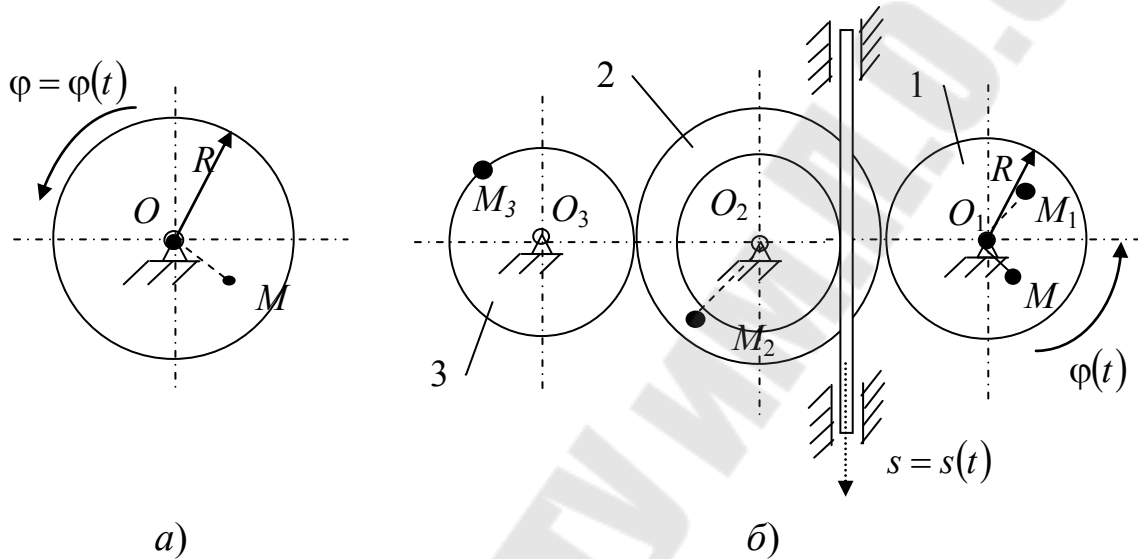


Рис. 2

Таблица 10

№ п/п	$\varphi = \varphi(t)$ , м	$OM$ , м	$R$ , м	$t_1$ , с	Начальные условия
					$s_0$ , м
1	$4 + 3(1 - t)$	$R/3$	3	1	0
2	$3 + 5 \cos(\pi t/2)$	$R/2$	4	1	1
3	$1 + \sin(\pi t) - 2 \cos(\pi t)$	$R/4$	8	2	1,3
4	$3(1 - \cos(\pi t/4))$	$R/2$	3	1,5	0,5
5	$2(t - 1) + 4$	$R/3$	6	1	-1
6	$7 - 3(t + 1)$	$R/3$	3	2	0,4
7	$5 \sin(\pi t) - 6t$	$R/2$	4	2	0,2
8	$7t^2 + 1$	$R/4$	8	1	1
9	$7 \cos(\pi t) + 4$	$R/4$	4	3	-1



Продолжение табл. 10

№ п/п	$\varphi = \varphi(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия
					$s_0, \text{ м}$
10	$3e^{(1-t)} + 4$	$R/5$	5	1	2,3
11	$6e^{(2t-2)} - 1$	$R/3$	3	2	0,6
12	$5(t-2)^2 + 4$	$R/4$	4	1,5	-0,5
13	$8\cos(\pi t/6) - 3$	$R/5$	10	2,5	-0,4
14	$2(1 - \sin(\pi t/2))$	$R/3$	6	2	0
15	$\sin(\pi t) - (t+3)^2$	$R/2$	5	3	0,7
16	$7\cos(\pi t/4) - 3t$	$R/4$	8	1	-1
17	$5e^{(-t+1)} + 1$	$R/2$	2	4	1,5
18	$3 - 3\cos(\pi t/4)$	$R/3$	3	2	-1,6
19	$11t^2 - 4t + 2$	$R/3$	6	1	0
20	$9t^2 - 5t + 2$	$R/2$	7	3	1
21	$7t - e^{(2t-2)}$	$R/4$	2	2	-0,7
22	$5\sin(\pi t/6) + 3$	$R/5$	5	1	0,4
23	$7e^{(t-1)} + 1$	$R/2$	3	2	0,6
24	$10t^2 - 7t$	$R/2$	1	1	1
25	$4e^{(t-1)} + \sin(\pi t/2)$	$R/3$	6	1	2
26	$3 - (e^t - 2)^2$	$R/5$	5	3	1,4
27	$1 - 4t^2 - 2t$	$R/6$	6	2	-1,3
28	$7\sin(\pi t/3) + 3$	$R/2$	5	1	1
29	$8t^2 + 2t - 1$	$R/2$	4	2	2
30	$8\sin(\pi t/3) - 1$	$R/3$	3	1	3
31	$11t^2 + 4t - 8$	$R/5$	10	1,5	1

Продолжение табл. 10

№ п/п	$\varphi = \varphi(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия
					$s_0, \text{ м}$
32	$t + 5 \cos(\pi t/6)$	$R/2$	5	2,5	0
33	$3 \sin(\pi t) + (1 + t^2)^2$	$R/6$	6	1	-2
34	$7 \sin(\pi t/2) - 1$	$R/3$	3	3	2,5
35	$11 - 2(t - 2)$	$R/2$	2	2	-1,5
36	$12 - \cos(2\pi t/3) + t$	$R/5$	5	2,5	1
37	$7 + (t - 2)^2$	$R/2$	2	1,5	-0,3
38	$9 \cos(\pi t/2) - 2$	$R/3$	3	1	-1,5
39	$1 + (t - 8)^2$	$R/5$	5	3	1,3
40	$-4 + e^{(t-1)}$	$R/2$	6	2	-1,6
41	$3(t - 4) + 4$	$R/2$	5	1	1
42	$1 - 4 \sin(\pi t/6)$	$R/3$	6	2	0
43	$8 - (t - 2)^2$	$R/2$	5	3	-0,5
44	$-1 + 7 \cos(\pi t/4)$	$R/3$	6	4	0,6
45	$2t^2 - 3 - t$	$R/2$	4	2	0,4
46	$6(t - 3)^2 - 1$	$R/2$	2	1	0,6
47	$11t - 2$	$R/2$	1	1	0,8
48	$7 \cos(\pi t/2) - 2$	$R/3$	6	1	-1
49	$3t^2 - 4$	$R/6$	3	2	-1,5
50	$2 \cos(\pi t/6) - 2$	$R/2$	4	3	0,6
51	$11 - 5t^2 - t$	$R/6$	6	1	0,5
52	$1 + e^t$	$R/5$	5	2	-0,8
53	$-7t^2 - 8t$	$R/2$	3	1	0,4
54	$1 - 3 \cos(\pi t/4)$	$R/2$	2	4	0,3

№ п/п	$\varphi = \varphi(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия
					$s_0, \text{ м}$
55	$7t^2 - 9t + 1$	$R/2$	1	2	0
56	$t - 2 \sin(\pi t/4)$	$R/3$	6	1	-0,9
57	$t + 3e^t$	$R/2$	4	3	0,1
58	$3 \cos(\pi t/2) + 3$	$R/2$	2	2	0,4
59	$2 \sin(\pi t/6) - 2$	$R/3$	3	1	0,4
60	$2t - \cos(\pi t/3)$	$R/2$	5	1	-0,6

### ЗАДАЧА 11

Диск радиусом  $R$  вращается вокруг своей центральной оси  $z$ , перпендикулярной плоскости диска. Угловое ускорение диска изменяется по закону  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ . Заданы начальные условия: при  $t = 0$ ,  $\varphi(0) = \varphi_0$ ,  $\omega(0) = \omega_0$ . Кроме того указана точка  $M$  на расстоянии  $O_1M$  от оси вращения (рис. 3, а).

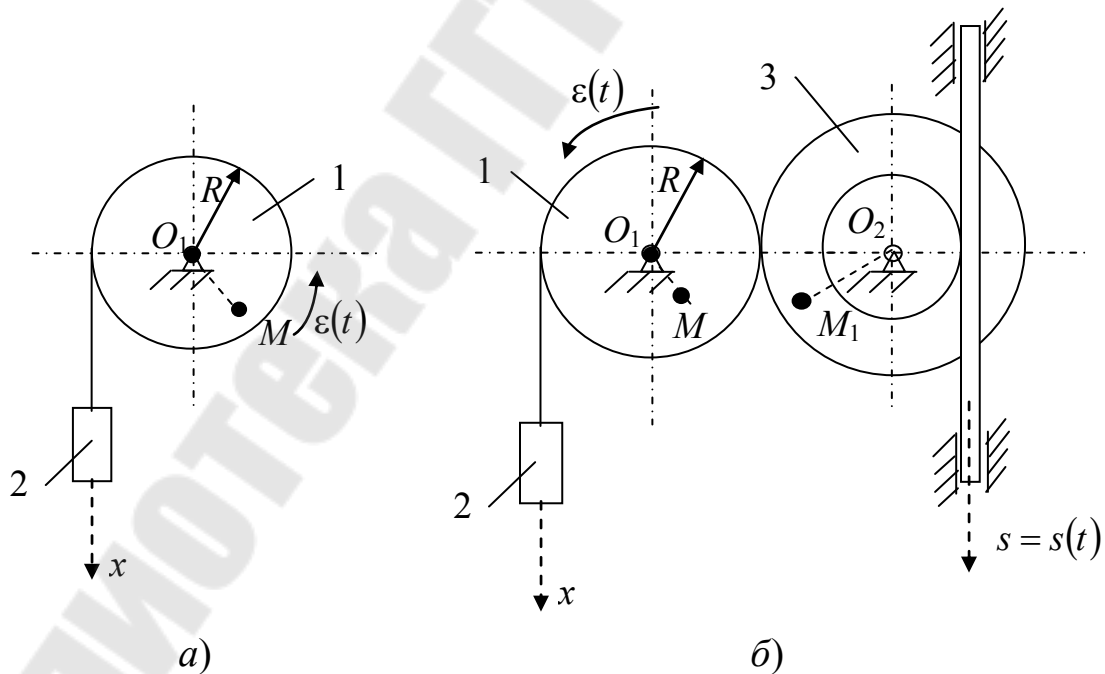


Рис. 3

Найти:

1. Закон изменения угловой скорости диска  $\omega = \omega(t)$ . Построить график функции  $\omega = \omega(t)$ .

2. Закон вращения  $\varphi = \varphi(t)$ , рад. Построить график функции  $\varphi = \varphi(t)$ .  
 3. Скорость точки  $\vec{v}_M$  и ускорение  $\vec{a}_M(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с.

4. Закон движения тела 2  $x = x(t)$ .

5. Для момента времени  $t = t_1$  найти скорость  $\vec{v}_2$  и ускорение  $\vec{a}_2$  тела 2.

*Дополнение.* Самостоятельно добавить к исходной схеме ступенчатое колесо и зубчатую рейку. Показать точку  $M_1$  на расстоянии  $O_2M_1$  от оси вращения второго колеса и найти скорость точки  $\vec{v}_{M_1}$  и ускорение  $\vec{a}_{M_1}(\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с. Определить также скорость движения зубчатой рейки  $v = v(t)$  при  $t = t_1$ , с.

Исходные данные приведены в табл. 11.

Пример построения схемы представлен на рис. 3, б.

Таблица 11

№ п/п	$\varepsilon = \varepsilon(t), \text{c}^{-2}$	$OM, \text{м}$	$R, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	Начальные условия	
					$\omega_0(t), \text{c}^{-1}$	$\varphi_0, \text{рад}$
1	$3 \sin(3t)$	$R/3$	3	1	1	$\pi/3$
2	$\sin(\pi t)$	$R/2$	4	2	0	$\pi/2$
3	$9 \cos(\pi t)$	$R/2$	4	2	1	$\pi$
4	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$R/5$	5	1	$\pi/2$	$\pi/4$
5	$3 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/3$	6	3	0	0
6	$8 \sin(t)$	$R/3$	3	2	1	0
7	$3 \cos(t)$	$R/2$	4	1	$2\pi$	$-\pi/2$
8	$9 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/4$	8	3	$-\pi$	$2\pi$
9	$11 \cos(t)$	$R/4$	4	1	1	$\pi$
10	$5 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$R/5$	5	2	-1	0
11	$9 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$R/3$	3	1,5	0	$2\pi$
12	$11 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/4$	4	2,5	-0,5	$\pi/3$

Продолжение табл. 11

№ п/п	$\varepsilon = \varepsilon(t), \text{с}^{-2}$	ОМ, м	R, м	$t_1, \text{с}$	Начальные условия	
					$\omega_0(t), \text{с}^{-1}$	$\varphi_0, \text{рад}$
13	$8 \sin(\pi t)$	$R/5$	10	2	0	$\pi/2$
14	$11 \sin(2t)$	$R/3$	6	3	$-\pi/4$	$\pi$
15	$7 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$R/2$	5	1	-1	$\pi/4$
16	$6 \cos\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$R/4$	8	4	$\pi$	0
17	$1,5 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$R/2$	2	2	0	$\pi/3$
18	$9 \cos(4t)$	$R/4$	2	1	-2	0
19	$8 \cos(\pi t)$	$R/3$	3	1	2	$-\pi/6$
20	$2,5 \sin(\pi t)$	$R/3$	6	3	-2	$\pi/3$
21	$3,5 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/2$	7	2	0	$-\pi/6$
22	$11 \cos(5t)$	$R/5$	5	2	1	0
23	$1,5 \sin(2t)$	$R/2$	3	1	0	$-\pi$
24	$0,5 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$R/2$	1	1	1,5	0
25	$5 \sin(2t)$	$R/3$	6	3	-1	$-\pi/2$
26	$2 - \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/5$	5	2	1	$\pi/6$
27	$1 + 2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/2$	4	2	2	$\pi/2$
28	$2 - \cos(4t)$	$R/6$	6	1	1	$-\pi/4$
29	$9 + 3 \sin(3t)$	$R/2$	4	2	0	$\pi$
30	$5 - 3 \cos(\pi t)$	$R/3$	3	1,5	-1	0
31	$4 - 2 \cos(\pi t)$	$R/5$	10	2,5	0	$-\pi/2$

Продолжение табл. 11

№ п/п	$\varepsilon = \varepsilon(t), \text{с}^{-2}$	ОМ, м	R, м	$t_1, \text{с}$	Начальные условия	
					$\omega_0(t), \text{с}^{-1}$	$\varphi_0, \text{рад}$
32	$3 + \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$R/2$	5	1	1,5	$\frac{\pi}{2}$
33	$1 - \sin(\pi t)$	$R/6$	6	3	0,5	$\frac{\pi}{3}$
34	$9 - 8\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$R/3$	3	2	0,5	$\pi$
35	$11 - \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/2$	2	2,5	1	$-\frac{\pi}{2}$
36	$2 + \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/5$	5	1,5	-1	$-\frac{\pi}{3}$
37	$5 \sin(t) - 1$	$R/2$	2	1	2	$-\pi$
38	$2 - \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/3$	3	3	1	$\frac{\pi}{4}$
39	$11 \sin(4t) - 2$	$R/5$	5	2	2	$\frac{\pi}{6}$
40	$10 \cos(t) + 3$	$R/2$	6	1	-1,5	$2\pi$
41	$0,5 \sin(\pi t) - 2$	$R/2$	5	2	1	$\frac{\pi}{2}$
42	$1,5 \cos(2t) + 1$	$R/3$	6	3	1	$-\pi$
43	$1 + 4 \cos(4t)$	$R/2$	5	4	-2	$\frac{\pi}{3}$
44	$7 \cos(6t) - 5$	$R/3$	6	2	0,5	$-\frac{\pi}{2}$
45	$5 - \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/2$	4	1	0,5	$-\pi$
46	$\cos(t) + t$	$R/2$	2	1	1	$-\frac{\pi}{3}$
47	$8t - \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$R/2$	1	1	-1	$\pi$
48	$3 \sin(4t) - t$	$R/3$	6	2	2	$\frac{\pi}{3}$
49	$4t + \cos(5t)$	$R/6$	3	3	1	$2\pi$
50	$11t - \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/2$	4	1	2	$\frac{\pi}{6}$
51	$1,5t - \cos(2t)$	$R/3$	6	3	2	$2\pi$

№ п/п	$\varepsilon = \varepsilon(t), \text{с}^{-2}$	$OM, \text{м}$	$R, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	Начальные условия	
					$\omega_0(t), \text{с}^{-1}$	$\varphi_0, \text{рад}$
52	$1,5 \sin(4t) - 2$	$R/5$	5	1	-1,5	$\pi/2$
53	$\sin(2t) + 3t$	$R/2$	1	1,5	0	$-\pi$
54	$0,25 \cos(3t) - 3t$	$R/4$	2	2,5	1,5	$\pi/3$
55	$8t - \cos\left(\frac{t}{4}\right)$	$R/6$	3	2	0,5	$-\pi/2$
56	$11t - 2 \sin(4t)$	$R/8$	4	3	1	$-\pi$
57	$4 + 8 \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$	$R/2$	5	5	-1	$\pi/2$
58	$t - 6 \sin(3\pi t)$	$R/5$	10	1	-3	$\pi/6$
59	$11 - 8 \cos(4\pi t)$	$R/2$	8	4	1	$2\pi$
60	$4 + 7 \sin\left(\frac{3\pi t}{2}\right)$	$R/6$	6	1	1,5	$-\pi$

## ЗАДАЧА 12

Ускорение тела 1 изменяется по закону  $a_x = a_x(t)$ . Заданы начальные условия: при  $t = 0$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $v(0) = v_0$ . Кроме того, указана точка  $M$  на расстоянии  $OM$  от оси вращения (рис. 4, а).

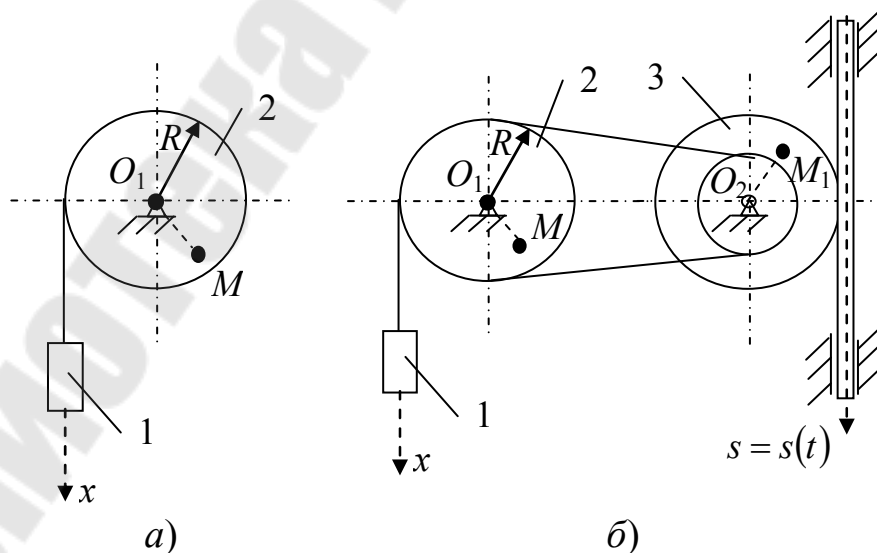


Рис. 4

Найти:

1. Закон изменения скорости тела  $v = v(t)$ , м/с.

2. Закон движения тела  $x = x(t)$ , м.
3. Закон изменения угловой скорости диска  $\omega = \omega(t)$ ,  $\text{с}^{-1}$ . Построить график функции  $\omega = \omega(t)$ .
4. Закон вращения диска  $\varphi = \varphi(t)$ , рад, если в начальный момент времени  $\varphi(0) = \varphi_0$ , рад. Построить график функции  $\varphi = \varphi(t)$ .
5. Закон изменения углового ускорения диска  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ ,  $\text{с}^{-2}$ . Построить график функции  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ .
6. Для момента времени  $t = t_1$  найти скорость точки  $\vec{v}_M$  и ускорение  $\vec{a}_M (\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов в данный момент времени.

*Дополнение.* Самостоятельно добавить к исходной схеме зубчатую рейку и ступенчатое колесо. Показать точку  $M_1$  на расстоянии  $O_2M_1$  от оси вращения второго колеса и найти скорость точки  $\vec{v}_{M_1}$  и ускорение  $\vec{a}_{M_1} (\vec{a}_n, \vec{a}_\tau)$ , а также указать схему расположения этих векторов при  $t = t_1$ , с. Определить также скорость движения зубчатой рейки  $v = v(t)$  при  $t = t_1$ , с.

Исходные данные приведены в табл. 12.

Пример построения схемы представлен на рис. 4, б.

Таблица 12

№ п/п	$a_x = a_x(t)$ , м	$OM$ , м	$R$ , м	$t_1$ , с	Начальные условия		
					$x_0$ , м	$v_0$ , м/с	$\varphi_0$ , рад
1	$13t + 1$	$R/3$	6	1	5	1	$\pi/3$
2	$4t^3 - 7t^2$	$R/2$	4	1,5	-3	1	$\pi/2$
3	$2t - 10t^2$	$R/4$	8	2	2	1,5	$\pi$
4	$2t + e^{2t} - 1$	$R/2$	2	3	1	0,5	$\pi/4$
5	$7 \sin \frac{\pi t}{6} + 3t$	$R/3$	3	1	-1	0	0
6	$5t^2 - 4 \cos \frac{\pi t}{2}$	$R/3$	6	1	0	1	0
7	$t^3 + 7t$	$R/2$	4	1,5	0	-2	$-\pi/2$
8	$11t^2 - 4 \sin \frac{\pi t}{6}$	$R/4$	2	0,5	0	-2	$2\pi$
9	$6e^{3t} - 1$	$R/5$	5	1	-1	-3	$\pi$
10	$-2 \sin \frac{\pi t}{2} - 5t$	$R/2$	3	2	-2	0	0
11	$1 + t - 6t^3$	$R/2$	2	3	0	2	$2\pi$



Продолжение табл. 12

№ п/п	$a_x = a_x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия		
					$x_0, \text{ м}$	$v_0, \text{ м/с}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
12	$3t^3 - 5 \cos \frac{\pi t}{6}$	$R/3$	3	1	-1	-3	$\pi/3$
13	$e^{t+1} - t$	$R/5$	5	1	2	-1	$\pi/2$
14	$2e^{t-2} + 4t$	$R/3$	6	2	-2	4	$\pi$
15	$6t + 3t^3$	$R/2$	2	1,5	0	1	$\pi/4$
16	$4e^t - 2$	$R/2$	4	1	-2	0	$\pi/3$
17	$4 \cos \frac{\pi t}{2} + 5t$	$R/4$	4	0,5	2	-1	0
18	$9t^2 + 8$	$R/3$	6	2	0	-1	$-\pi/6$
19	$4 \cos \frac{\pi t}{3} + 11$	$R/3$	3	3	-3	1	$\pi/3$
20	$8e^{2t} - 1$	$R/2$	2	1	0	-3	$-\pi/6$
21	$\cos \frac{\pi t}{3} + 2t$	$R/4$	4	0,5	0	-3	0
22	$7t^2 + 3t$	$R/5$	5	1	1	0	0
23	$3 \sin \frac{\pi t}{6} + 10$	$R/2$	2	1,5	2	0	$-\pi$
24	$9e^{(t-1)} + 2$	$R/2$	1	0,5	4	-2	0
25	$2t^2 + 3t - 2$	$R/3$	3	1	-3	1	$-\pi/2$
26	$6 \sin \pi t + 6$	$R/5$	5	2	-1	0	$\pi/6$
27	$7t^3 + 1$	$R/3$	6	3	2	-1	$\pi/2$
28	$8e^t + 2$	$R/2$	4	1	-2	0	$-\pi/4$
29	$2 \sin \frac{\pi t}{2} + 6t + 2$	$R/4$	4	2	0	-3	$\pi$
30	$1,5 \cos \frac{\pi t}{3} + 2t$	$R/2$	4	1	-4	2	0
31	$t^2 - 2t + 1$	$R/3$	6	1,5	-2	0	$-\pi/2$
32	$6t^3 + t$	$R/3$	3	2	-3	-2	$\pi/2$

Продолжение табл. 12

№ п/п	$a_x = a_x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия		
					$x_0, \text{ м}$	$v_0, \text{ м/с}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
33	$2t^2 + 3$	$R/2$	2	3	-2	0	$\pi/3$
34	$2 \cos \pi t + 5 \sin \frac{\pi t}{2}$	$R/4$	4	1	-1	0,5	$\pi$
35	$11e^{(2-t)} + 1$	$R/5$	5	0,5	0	-1	$-\pi/2$
36	$1,5 \sin \frac{\pi t}{2}$	$R/2$	3	1,5	2	0	$-\pi/3$
37	$5t + 1$	$R/2$	4	1	-3	3	$-\pi$
38	$2,5t^2 + 3$	$R/3$	6	2	-1	2	$\pi/4$
39	$2t^3 - 2t^2 + 1$	$R/5$	10	1	0	-1	$\pi/6$
40	$4 \sin \frac{\pi t}{2} - 2$	$R/3$	6	1	5	-4	$2\pi$
41	$2t + \sin \frac{\pi t}{4}$	$R/2$	4	3	0	2	$\pi/2$
42	$6t^2 + \cos \frac{\pi t}{6}$	$R/4$	4	4	1	0	$-\pi$
43	$6t^2 + 3t + 1$	$R/2$	8	2	1	-1	$\pi/3$
44	$7t^2 + 5t$	$R/3$	6	1	3	-2	$-\pi/2$
45	$2t^3 + 4t$	$R/3$	6	3	-1	0	$-\pi$
46	$t^2 + 11t + 3$	$R/2$	5	1	4	1	$-\pi/3$
47	$8t + t^2$	$R/4$	4	1	1	1	$\pi$
48	$2 \sin \frac{\pi t}{6} - 3t$	$R/5$	10	1	-2	4	$\pi/3$
49	$3e^{3t} - 1$	$R/2$	5	1,5	5	1	$2\pi$
50	$1 + 2t^3 - 2t^2$	$R/2$	4	2	-3	1	$\pi/6$
51	$10t - 5t^2$	$R/3$	3	2	2	1,5	$2\pi$
52	$5 \sin \frac{\pi t}{2} - 5$	$R/5$	5	1	1	0,5	$\pi/2$
53	$t - 4t^2$	$R/3$	6	1,5	-1	0	$-\pi$

№ п/п	$a_x = a_x(t), \text{ м}$	$OM, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	Начальные условия		
					$x_0, \text{ м}$	$v_0, \text{ м/с}$	$\varphi_0, \text{ рад}$
54	$3e^{(t-2)} + 1$	$R/2$	4	1	0	1	$\pi/3$
55	$e^t + 3$	$R/4$	4	2	0	-2	$-\pi/2$
56	$2t^2 + \cos \frac{\pi t}{2}$	$R/2$	3	1	3	-2	$-\pi$
57	$6t - t^3$	$R/3$	3		2	2	$\pi/6$
58	$6 \sin \frac{\pi t}{4} + t$	$R/3$	3	2	1	-1,5	$2\pi$
59	$5t^2 - 5$	$R/2$	3	1	2	0	$\pi/2$
60	$5 \sin \frac{\pi t}{4} - 6t^2$	$R/4$	4	1	-0,5	0	$-\pi$

## ЗАДАЧА 13

Для схем, представленных на рис. 5а–5к, по заданной скорости относительного движения  $v_r = v_r(t)$  точки  $M$  и уравнению переносного углового ускорения тела  $D \varepsilon_e = \varepsilon_e(t)$  определить для момента  $t = t_1$  и  $t = t_2$  абсолютное ускорение точки  $M$ . Указать расположение этих векторов. В начальный момент времени  $t = 0$ ,  $\omega(0) = \omega_0$ ,  $s_r(0) = s_{r0}$ .

Необходимые данные для расчета приведены в табл. 13.

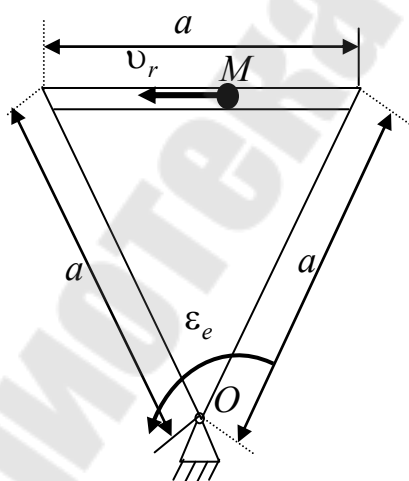


Рис. 5а

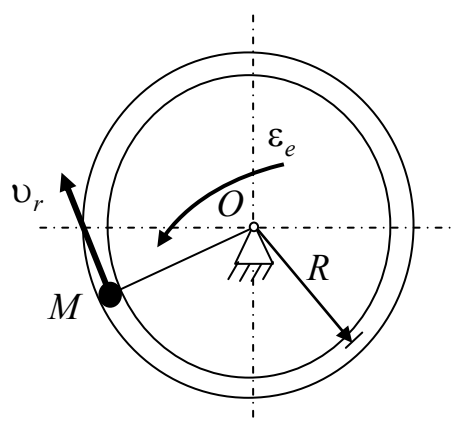


Рис. 5б

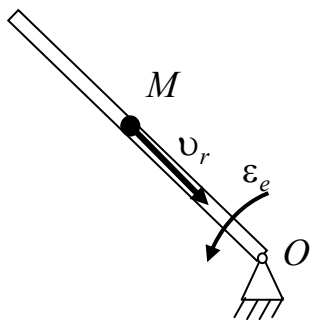


Рис. 5в

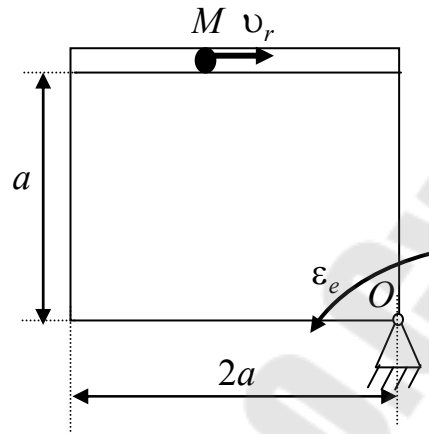


Рис. 5з

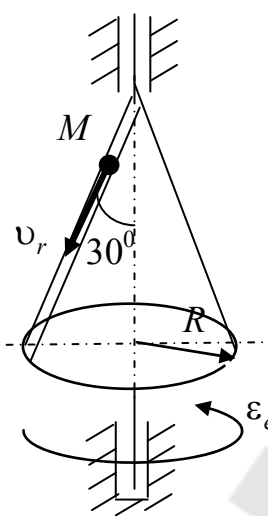


Рис. 5д

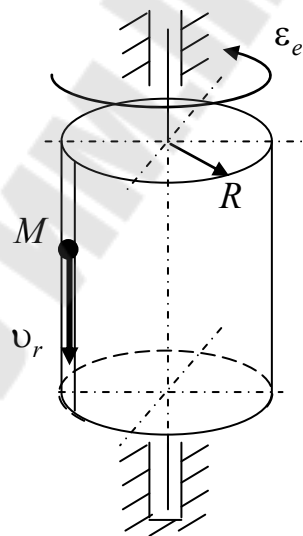


Рис. 5е

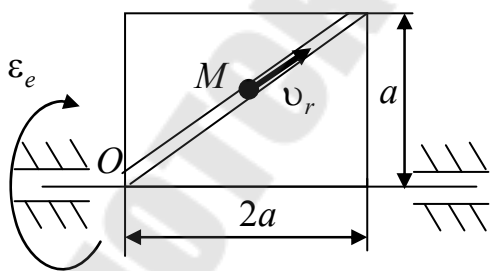


Рис. 5ж

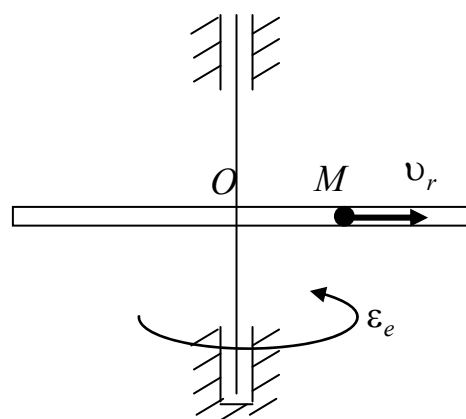


Рис. 5з

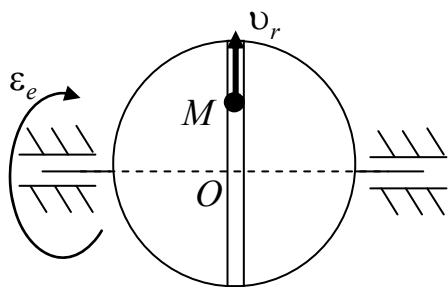


Рис. 5и

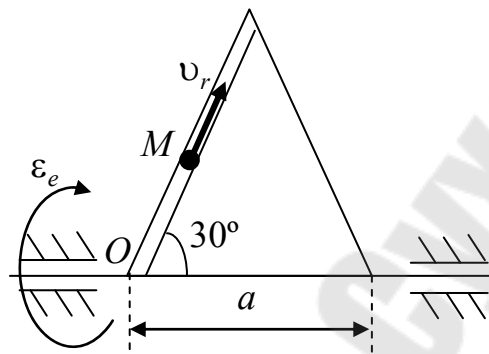


Рис. 5к

Таблица 13

№ п/п	$v_r = v_r(t), \text{ см/с}$	$\varepsilon_e = \varepsilon_e(t), \text{ рад/с}^2$	Начальные условия		$R, \text{ см}$	$a, \text{ см}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
			$\omega_0, \text{ рад/с}$	$s_{r0}, \text{ см}$				
1	$1 - (t - 1)^2$	$\frac{\pi}{2}(t - 1,5t^2)$	0	1	20	50	1	2,5
2	$-3 + 2(t - 2)^2$	$\pi(2t + t^2)$	1	-2	10	25	0,5	2
3	$3 + 2[1 - e^t]$	$\frac{\pi}{4}(1 - 3t - t^2)$	0	3	15	10	1	4
4	$2 + 5 \sin \frac{\pi t}{4}$	$\frac{\pi}{4}(-t^2 + 2t - 3)$	1	4	30	20	0,5	1
5	$4 + (t - 1)^2$	$\frac{2\pi}{3}(3 + 5t - t^2)$	$\frac{\pi}{2}$	5	25	50	0,4	2
6	$\sin(\frac{\pi t}{3}) + 2$	$\frac{\pi}{3}(-1 + 6t - t^2)$	0	-3	40	20	1	3
7	$(t + 2)^2 - 11$	$\frac{\pi}{2}(5 - 3t)$	1	1	35	15	1	3
8	$-3 \cos(\frac{\pi t}{2}) - 6$	$\frac{\pi}{2}(t - 2)$	0	0	45	10	0,5	2
9	$7t^2 - 3$	$\frac{\pi}{4}(9 - 1,5t)$	1	-2	50	20	0,2	0,6
10	$2 \sin(\frac{\pi t}{2}) + 8$	$\frac{\pi}{2}(11 - t)$	$2\pi$	5	20	25	0,5	1
11	$11 \cos(\frac{\pi t}{2}) + 6$	$\frac{\pi}{13}(1 + t - 2t^2)$	$-\pi$	4	25	50	1	2
12	$9 \cos(\frac{\pi t}{2}) + 1$	$\frac{\pi}{3}(11 - t - 2,5t^2)$	1	2	60	20	0,5	1
13	$2e^{(t-2)} + 1$	$\frac{\pi}{6}(7t - t^2)$	-1	1	30	40	0,5	3
14	$\sin(\frac{\pi t}{6}) - 4$	$\frac{\pi}{6}(7 + 4t - 3t^2)$	0	-3	45	15	1	3
15	$8 \cos \frac{\pi t}{2}$	$\frac{5\pi}{11}(1 - t - 0,5t^2)$	-1	4	35	25	1	2
16	$(t - 2)^2 - 5$	$\frac{\pi}{4}(2 - t - 2t^2)$	1	6	25	35	0,2	1

№ п/п	$v_r = v_r(t), \text{ см/с}$	$\varepsilon_e = \varepsilon_e(t), \text{ рад/с}^2$	Начальные условия		R, см	a, см	t <sub>1</sub> , с	t <sub>2</sub> , с
			$\omega_0$ , рад/с	s <sub>r0</sub> , см				
17	$2 + 4(1 - t)$	$\frac{\pi}{2}(6t - 7 - t^2)$	2π	5	15	50	0,5	1
18	$-2 + 4 \cos \frac{\pi t}{2}$	$2\pi(1 - 2t - 6t^2)$	-π	3	10	25	1	1,5
19	$-1 + \sin \pi t - 2 \cos \pi t$	$\frac{\pi}{5}(1 - 2t^2)$	$\frac{\pi}{2}$	-2	60	10	0,5	2
20	$7(1 - \cos \frac{\pi t}{4})$	$\frac{\pi}{6}(7 + 2t - t^2)$	0	3	25	20	1	2
21	$2(t - 1) + 1$	$3\frac{\pi}{2}(6 - 6t + t^2)$	1	4	35	40	0,3	0,8
22	$9 - 3 \cos \frac{\pi t}{4}$	$\frac{\pi}{2}(5t^2 - 1 - 2t)$	2π	5	40	15	0,5	1
23	$2 - 3(t + 1)$	$\frac{\pi}{8}(3t^2 - t)$	2π	1	45	25	0,5	1
24	$\sin \pi t - 2t$	$\frac{\pi}{10}(t - t^2)$	-π	4	50	20	0,5	1
25	$-2t^2 + 1$	$2\frac{\pi}{3}(1 - 4t - 2t^2)$	1	-6	40	30	1	2
26	$-2 \cos \pi t + 4$	$\frac{\pi}{3}(9 - 2t)$	0	2	30	50	0,5	2
27	$3e^{(1-t)} + 1$	$\frac{\pi}{2}(2 - 8t + t^2)$	1	1	15	40	0,4	2
28	$e^{(2t-2)} - 1$	$2\frac{\pi}{3}(9t^2 - t + 2)$	$\frac{\pi}{2}$	0	20	10	1,5	2
29	$4(t - 2)^2 + 3$	$\frac{\pi}{3}(9 - 5t)$	0	1	10	15	2	3
30	$2 \cos(\frac{\pi t}{6}) - 3$	$\frac{\pi}{2}(11 - t)$	1	-2	45	35	2	3
31	$5(1 - \sin \frac{\pi t}{2})$	$\frac{\pi}{4}(3 - t + 0,5t^2)$	0	-3	35	20	0,5	1
32	$3 \sin \pi t - (t + 1)^2$	$\frac{\pi}{10}(10 - 4t)$	1	4	60	50	0,2	0,8
33	$-1 - \sin \frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{5}(9 + 3t - 2t^2)$	2π	1	30	15	1	3
34	$-2 - (t - 2)^2$	$\frac{\pi}{4}(2,5t^2 - 3)$	-π	2	40	10	0,5	1
35	$-1 + 6 \cos \frac{\pi t}{4}$	$\frac{\pi}{5}(t^2 - 9)$	1	5	50	20	1	4
36	$8t^2 - 3$	$\frac{\pi}{3}(t^2 + 11)$	-1	3	25	10	0,5	3
37	$4(t - 3)^2 - 1$	$\frac{\pi}{4}(8t^2 - t - 2)$	0	-6	30	25	0,5	1,5
38	$2t - 3$	$\frac{\pi}{2}(7 - 3t)$	2π	1	50	40	1	3

№ п/п	$v_r = v_r(t)$ , см/с	$\varepsilon_e = \varepsilon_e(t)$ , рад/с <sup>2</sup>	Начальные условия		R, см	a, см	t <sub>1</sub> , с	t <sub>2</sub> , с
			$\omega_0$ , рад/с	$s_{r0}$ , см				
39	$t^2 + 2$	$\frac{2\pi}{3}(9 - 3t)$	$-\pi$	2	45	50	1	2
40	$4t^3 - 1$	$\frac{\pi}{6}(5t^2 - 1 - 3t)$	$\frac{\pi}{2}$	4	40	15	0,4	1
41	$\cos \pi t + 4t$	$\pi(0,5t^2 - 1)$	0	6	50	20	0,5	2
42	$1 - 3(1 - e^{2t})$	$\frac{\pi}{6}(9 - 3t)$	1	4	60	40	1	3,5
43	$t^3 + 12$	$\frac{\pi}{4}(7t - t^2)$	0	2	20	50	2,5	3
44	$1 - \cos \frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{4}(0,5t^2 - 5)$	$2\pi$	1	30	15	1	3
45	$3 \sin(\frac{\pi t}{2}) - 2$	$\frac{\pi}{6}(-t + 1 - t^2)$	$-\pi$	0	40	40	0,5	1
46	$6 \sin(\frac{\pi t}{4}) + 3$	$\frac{\pi}{3}(3t^2 - 10)$	$\frac{\pi}{2}$	0,5	10	15	1	4
47	$2t^2 - 11$	$\frac{\pi}{2}(t^2 - 5t)$	0	1	15	25	1	3
48	$3 \sin(\frac{\pi t}{2}) + 1$	$\frac{\pi}{4}(3 - 3t)$	1	-2	40	20	1	4
49	$-t^2 - 3$	$\frac{\pi}{2}(11t^2 - 3)$	0	-1	50	10	0,3	0,5
50	$e^{(2t-2)} - 2$	$2\pi(3t - 3t^2)$	$2\pi$	2	45	15	0,4	1
51	$t^3 - 3t - 1$	$\frac{\pi}{4}(9 - t)$	$-\pi$	4	60	50	0,5	0,7
52	$2(t^2 - 1)$	$\frac{\pi}{2}(9 + 11t - t^2)$	$2\pi$	2	45	30	0,5	1
53	$\cos(\frac{\pi t}{3}) - 4$	$\frac{\pi}{3}(4t - 6 + t^2)$	$-\pi$	-3	60	15	1	3
54	$1 - t^2 - 3t$	$\frac{\pi}{3}(8 + t - t^2)$	$\frac{\pi}{2}$	4	20	15	0,6	2,5
55	$9 \sin(\frac{\pi t}{2}) - 11$	$\frac{\pi}{2}(9 - 5t)$	0	1	35	20	1	3
56	$\sin(\frac{\pi t}{3}) + 2$	$\frac{\pi}{9}(11 + 3t - 7t^2)$	1	5	60	50	3	6
57	$(-t^2 + 2t) - 3$	$\frac{\pi}{2}(t^2 - 5t)$	0	6	20	45	0,7	1,5
58	$t^2 - 2$	$\frac{\pi}{5}(2 - t^2)$	$2\pi$	2	10	30	0,5	4
59	$\cos(\frac{\pi t}{4}) - 7$	$2\pi(9t^2 - 5t)$	$-\pi$	-2	40	25	1	2
60	$-t + 2t^2 - 4$	$\pi(8 - 3t)$	-1	1	45	30	0,3	0,7

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – 10-е изд. – Москва : Высш. шк., 1986. – 416 с.
2. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – Санкт-Петербург : Лань, 1979. – Т. 1. – 272 с.
3. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики / А. А. Яблонский. – Москва : Высш. шк., 1984. – Ч. 1. – 343 с.
4. Старжинский, В. М. Теоретическая механика : учебник : крат. курс по полной программе вузов / В. М. Старжинский. – Москва : Наука, 1980. – 464 с.
5. Яблонский, А. А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / А. А. Яблонский [и др.]. – Москва : Высш. шк., 2004. – 384 с.



Учебное электронное издание комбинированного распространения

**Иноземцева Наталья Владимировна**

## **КИНЕМАТИКА**

### **Практикум**

**по курсу «Теоретическая механика» для студентов  
инженерно-технических специальностей дневной и  
заочной форм обучения**

**Электронный аналог печатного издания**

Редактор  
Компьютерная верстка

*Н. Г. Мансурова*  
*М. В. Лапицкий*

Подписано в печать 06.06.08.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Ризография. Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 2,19.  
Изд. № 157.

E-mail: [ic@gstu.gomel.by](mailto:ic@gstu.gomel.by)  
<http://www.gstu.gomel.by>

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Издательский центр учреждения образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого».  
ЛИ № 02330/0131916 от 30.04.2004 г.  
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.