УДК 531.1

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИЙ ХРОНОМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕКАТЫВАЮЩИМСЯ ШАРИКОМ

Д. В. Комнатный

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Для повышения устойчивости и точности хода приборов времени находят широкое применение колебательные системы с двумя степенями свободы. В частности, предложены системы, в состав которых входит перекатывающийся тяжелый шарик. Тем не менее в литературных источниках отсутствует подробный анализ конструкций и динамики указанных систем. В связи с этим в статье предпринято сравнительное рассмотрение конструкции одной из хронометрических колебательных систем, предложенных С. А. Абрамовым, с целью выявления ее достоинств и недостатков для практики.

Система С. А. Абрамова представляет собой желоб, выгнутый в форме отрезка окружности и закрепленный на оси в его наинизшей точке. По желобу перекатывается небольшой тяжелый шарик. Методом уравнений Лагранжа второго рода были получены уравнения колебаний системы:

$$\left(J-4Mar+I_2\left(\frac{R}{r}\right)^2\right)\ddot{\theta}-I_2\frac{R}{r}\frac{R-r}{r}\ddot{\varphi}+Mga\theta=0;$$

$$\left(I_2\left(\frac{R-r}{r}\right)^2+m(R-r)^2\right)\ddot{\varphi}-\frac{R}{r}\frac{R-r}{r}I_2\ddot{\theta}+mg(R-r)\varphi=0, \qquad (1)$$

где J – расчетный коэффициент, кг · м^2; I_2 – момент инерции шарика, кг · м^2; M – масса желоба, кг; a – расстояние от геометрического центра желоба, до его центра тяжести, м; R – радиус желоба, м; r – радиус шарика, м; g – ускорение свободного падения, м/с^2; θ – угол поворота желоба относительно вертикали, рад; φ – угол поворота шарика относительно геометрического центра, рад.

При этом предполагалось, что трение в системе пренебрежимо мало; малы амплитуды колебаний по обеим обобщенным координатам. При выводе уравнений (1) были отброшены члены второго порядка малости.

Для сравнения была рассмотрена колебательная система, отличающаяся от предыдущей конструкцией желоба. Он имеет форму кольца, закрепленного на оси в его центре. Уравнения колебаний этой системы получены тем же методом в практикуме проф. Нойбера и имеют вид:

$$\left(MR^2+\frac{mR^2}{2}\right)\ddot{\theta}-\frac{1}{2}mR(R-r)\ddot{\varphi}=0; \qquad (2)$$

$$\frac{3m}{2}(R-r)^2\ddot{\varphi}-\frac{m(R-r)R}{2}\ddot{\theta}+mg(R-r)\varphi=0.$$

При их выводе также принято пренебрежимо малым трение. Колебания шарика приняты малыми, но принимать малыми колебания желоба не потребовалось. Не возникло необходимости и отбрасывать члены второго порядка малости.

Сравнение уравнений динамики обеих систем показывает, что в уравнениях (2) положение о малости колебаний имеет не столь существенное значение, как при выводе системы (1). Коэффициенты уравнений системы (2) вычисляются проще, чем коэффициенты системы (1). Поэтому для системы с кольцеобразным желобом проще осуществить расчет собственных частот колебаний, следовательно, и спроектировать часовой механизм. Поэтому на практике предпочтительна система с кольцевым желобом.