

ОПТИМИЗАЦИЯ ГАБАРИТНЫХ РАЗМЕРОВ И РАСКРОЯ УПАКОВКИ ИЗ КАРТОНА

О. И. Шпаковская, Н. А. Щербакова

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого», Беларусь*

Научный руководитель С. Н. Целуева

Начало 90-х гг. прошлого века характеризуется существенными изменениями на рынке товаров, связанными с широким распространением различных видов тары и упаковки, многообразием упаковочных материалов и конструкций упаковки. Большинство товаров транспортируют, хранят и отпускают потребителю в упаковке или таре. Разнообразие свойств и особенностей товаров, различные условия их транспортирования, хранения и отпуска вызывают необходимость производства упаковки различных видов.

Конструирование упаковки – это сложная оптимизационная задача. Упаковка должна быть не только красивой и иметь новые геометрические формы, но и отве-

чать таким условиям, как технологичность, экономическая целесообразность, функциональность и конкурентоспособность. Для создания упаковки, удовлетворяющей многочисленным требованиям, еще на стадии разработки конструкции следует проводить комплексный анализ, позволяющий принять оптимальное решение, эффективно учитывающее важнейшие элементы упаковки: материал (упаковываемый и самой упаковки), конструкция, дизайн, метод изготовления, метод упаковывания, условия распространения, особенности использования, утилизация использованной упаковки.

Целью работы является разработка методики, позволяющей установить оптимальные соотношения между объемом, габаритными размерами и площадью поверхности раскроя упаковки из картона. Расчеты выполнялись на примере упаковки, развертка которой представлена на рис. 1, с использованием средств системы компьютерной алгебры Mathematica 8.0.

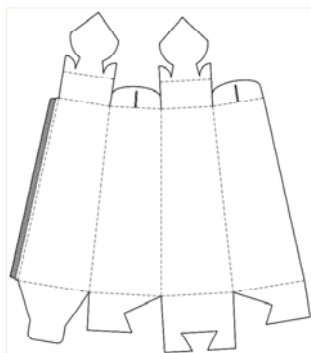


Рис. 1. Развертка упаковки

При определении формы и габаритных размеров упаковки из картона учитывались следующие требования: минимизация расхода материала; соответствие формы и размеров упаковки требованиям логистики; технологичность конструкции упаковки для сборки и упаковывания товара; удобство упаковки для потребителя; привлекательный внешний вид. Расчеты упаковки направлены на оптимизацию ее габаритных размеров по экономичности раскроя индивидуальных заготовок, на оптимизацию раскроя листа картона, соответствующего размерам оборудования, на котором будет производиться упаковка. Принималась во внимание практика унификации упаковок.

Основные требования к складным упаковкам из картона и гофрокартона продиктованы функциями упаковки. Такие функции, как защитная, транспортная и хранение, предполагают длительное сохранение у упаковок из картона стабильности формы, способности к амортизации ударов, прочности при растяжении и сжатии, пригодности к штапелированию и т. п. Все перечисленные свойства зависят от соотношения объема упаковки, массы упакованного в нее продукта и толщины картона, из которого изготовлены упаковки. Оптимальное соотношение основных размеров упаковок должно обеспечивать их хорошую устойчивость, как при транспортировке, так и на витрине магазина. Для упаковок, формируемых в пространственную конструкцию методом фальцевания плоской заготовки, имеется существенная зависимость расхода материала от соотношения габаритных размеров при одном и том же объеме. Каждому виду упаковки соответствует определенная потребность в материале, определяемая наиболее выгодным соотношением размеров сторон, которая при отступлениях от оптимального соотношения этих размеров значительно увеличивается.

Для установления соотношения между объемом, габаритными размерами и площадью поверхности раскроя упаковки приняты следующие обозначения (рис. 2):

$$L = B = x; \quad l = b = ax; \quad H = y, \quad (1)$$

где $a = b/B = 1/L$.

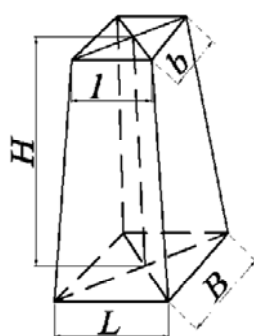


Рис. 2. Схема к определению соотношения между объемом, габаритными размерами и площадью поверхности раскроя упаковки

На рис. 3 приведена развертка упаковки, конструктивные элементы которой представлены в соответствии с принятыми обозначениями (1).

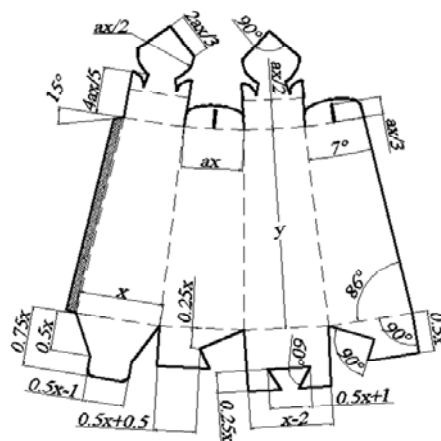


Рис. 3. Развертка упаковки

Объем упаковки определяем по математической формуле

$$V = \frac{1}{3} H (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}), \quad (2)$$

где S_1, S_2 – площади оснований.

С учетом принятых обозначений (1) путем преобразований получаем:

$$y = \frac{3V}{x^2((1+a)^2 - a)}. \quad (3)$$

Площадь боковой поверхности определяем по математической формуле

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)a', \quad (4)$$

где p_1, p_2 – периметры оснований; a' – апофема.

С учетом принятых обозначений (1) путем преобразований площадь боковой поверхности определится выражением

$$S_{\text{бок}} = (1+a) \sqrt{\frac{36V^2}{x^2(1+a+a^2)^2} + x^4(1-a)^2}. \quad (5)$$

Полная площадь поверхности развертки с учетом всех элементов верхних и нижних клапанов, а также клевого шва определится следующим выражением:

$$S_p = (1+a) \sqrt{\frac{36V^2}{x^2(1+a+a^2)^2} + x^4(1-a)^2} + \left(\frac{424}{135} + \frac{\pi}{4}\right)a^2x^2 + \frac{49x^2 - 20x}{32} + \frac{x^2 - 6x}{16\sqrt{3}} + \frac{a}{6} \sqrt{\frac{18V^2}{x^2(1+a+a^2)^2} + x^4(1-a)^2}. \quad (6)$$

Дифференцируем S_p по a и по x . Минимальной площадь раскроя будет при условии $\frac{ds}{dx} = 0$. Исходя из данного условия, решаем дифференциал относительно x .

В результате находим решение, которое выражает соотношение габаритных размеров при минимальной площади поверхности раскроя упаковки. Данное решение позволяет нам определить, что площадь раскроя упаковки будет минимальна при $a = 0$, т. е. когда боковая сторона упаковки примет форму треугольника. Для всех других a в интервале $0,1 \dots 1,0$ с шагом $0,1$ строим графики зависимости $x = f(V)$ при изменении V от 1000 до 5000 см^3 (рис. 4). Для решения задачи относительно y подставляем в выражение (3) решение относительно x , выраженное через объем V . Строим графики зависимости $y = f(V)$ при изменении V от 1000 до 5000 см^3 для всех a в интервале $0,1 \dots 1,0$ с шагом $0,1$ (рис. 5). Полученные графики позволяют определить габаритные размеры упаковки объемом от 1000 до 5000 см^3 с заданным соотношением сторон оснований.

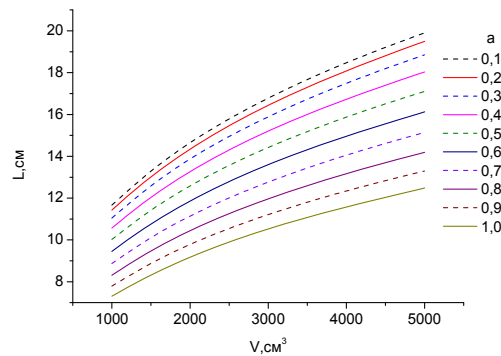
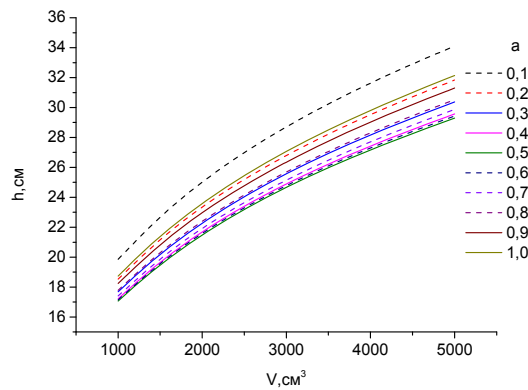
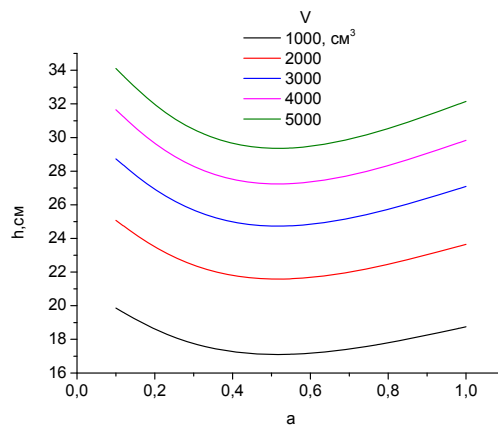


Рис. 4. Графики зависимости $x = f(V)$

Рис. 5. Графики зависимости $y = f(V)$

Для определения оптимального соотношения габаритных размеров упаковки строим графики зависимости $y = f(a)$ для V от 1000 до 5000 см^3 с шагом 1000 см^3 (рис. 6). Из графиков видно, что высота упаковки h будет минимальной при соотношении сторон верхнего и нижнего оснований $a = 0,5 \dots 0,55$. Следовательно, для данной упаковки оптимальным будет соотношение сторон 1 : 0,5 : 1,7.

Рис. 6. Графики зависимости $y = f(a)$

Разработанная методика позволяет для любого конструктивного решения упаковки установить оптимальные соотношения между объемом, габаритными размерами и площадью поверхности раскроя.

Рациональное конструктивное решение и определение оптимальных расчетных параметров упаковки в автоматизированном режиме позволяет значительно сократить время проектирования упаковки, повысить точность конструкторских решений, что, в свою очередь, позволит уменьшить расход материала, трудоемкость при изготовлении, сборке и упаковывании продукции, а также сэкономить площадь и снизить трудозатраты при складировании, транспортировке и продаже.