

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Машины и технология литейного производства»

А. В. Ткаченко, О. В. Герасимова

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

**по одноименному курсу для студентов специальности
1-36 02 01 «Машины и технология литейного
производства» дневной формы обучения**

Электронный аналог печатного издания

Гомель 2008

УДК 621.74:681.5(075.8)
ББК 32.965я73
Т48

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 28.06.2006 г.)*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Обработка материалов давлением» ГГТУ
им. П. О. Сухого *Ю. Л. Бобарикин*

Ткаченко, А. В.
Т48 Автоматизированные методы управления : лаб. практикум по одноим. курсу для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» днев. формы обучения / А. В. Ткаченко, О. В. Герасимова. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 26 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://gstu.local/lib>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-985-420-679-0.

Изложены рекомендации по содержанию, выполнению и оформлению лабораторных работ, обеспечивающих получение практических навыков по анализу и синтезу систем оптимального управления различными динамическими объектами с применением ЭВМ.

Для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» дневной формы обучения.

**УДК 621.74:681.5(075.8)
ББК 32.965я73**

ISBN 978-985-420-679-0

© Ткаченко А. В., Герасимова О. В., 2008
© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2008

ВВЕДЕНИЕ

В качестве объектов управления на практике рассматриваются энергоемкое технологическое оборудование, транспортные средства, бытовая техника, которые значительное время находятся в динамических режимах.

Энергосберегающая система оптимального управления (далее ЭСУ) с функциональной точки зрения обеспечивает преобразование входной информации, поступающей с пульта управления и от датчиков, установленных на объекте, в управляющие воздействия в соответствии с некоторым алгоритмом оптимального управления, минимизирующим затраты энергии или расход топлива.

Класс применяемых вычислительных средств и их характеристики (быстродействие, объем оперативной памяти и пр.) зависят от сложности алгоритма оптимального управления. При традиционном подходе к решению задачи оптимального управления (ЗОУ) алгоритмы исключительно сложны, это является одним из сдерживающих факторов широкого внедрения ЭСУ. В то же время существует большое количество энергоемких объектов в промышленности, внедрение ЭСУ на которых может дать значительную экономию энергии в динамических режимах и позволит выйти на новый качественный уровень производства. При этом экономически приемлемым может быть создание ЭСУ с низкой стоимостью, которая в основном зависит от наличия технологии оперативного проектирования.

Функциональные возможности ЭСУ определяются рядом факторов, основными из них являются модель объекта управления, вид минимизируемого функционала, стратегия реализации оптимального управления и ограничения на переменные в ЗОУ. При рассмотрении модели объекта управления важное значение имеют размерность вектора фазовых координат, линейность (нелинейность) оператора и т. д. В качестве функционалов в ЭСУ наиболее часто используются затраты энергии или расход топлива.

К основным вычислительным задачам, решаемых ЭСУ, относятся идентификация математической модели объекта управления и условий задачи оптимального управления, анализ и синтез оптимального управления (ОУ) на множестве состояний функционирования.

Комплекс лабораторных работ предусматривает выполнение всех основных этапов проектирования объекта управления, а именно:

– формализацию задачи оптимального управления. Выбор стратегии, а соответственно и структуры системы оптимального управления;

- построение модели динамики объекта;
- определение возможных видов функций оптимального управления (ОУ) для задаваемого диапазона изменения исходных данных задачи;
- анализ и синтез оптимального программного управления;
- определение синтезирующих функций при использовании позиционной стратегии, исследование устойчивости замкнутой системы оптимального управления (СОУ);
- синтез оптимальных управляющих воздействий в режиме «пуска» объекта;
- аналитическое конструирование оптимального регулятора.

Лабораторная работа № 1

Формализация задачи, выбор стратегии и структуры системы оптимального управления

Цель работы: получить необходимые знания и навыки для математической постановки задачи оптимального управления, определить стратегию функционирования системы и ее структуры.

Исходными данными для выполнения работы являются краткие сведения об объекте управления – назначение объекта, основные характеристики, входные и выходные переменные, диапазоны их изменения, условия эксплуатации и др. Варианты заданий приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Объект управления		Примечания (особенности конструкции, эксплуатации и т. д.)
Наименование	Основные характеристики	
1. Электроводо-нагреватель	Емкость для жидкости. Периодического действия. Нагрев до 95 °С	Слабая термоизоляция. Неотапливаемое помещение
2. Электроводо-нагреватель	Емкость для воды. Непрерывного действия	Основные возмущающие воздействия: – потребление теплой воды; – дополнение холодной воды; – изменение окружающей температуры
3. Водогрейный котел с газовыми горелками	Непрерывного действия. Основная цель: поддержание постоянной заданной температуры воды у потребителей	Два раза в сутки меняются задания на температуру воды. Основное возмущение – температура окружающей среды
4. Печь для отжига заготовок	Нагрев до 600 °С ТЭНами. Время разогрева 1 ч	Включается один раз в сутки. Частые возмущения при загрузке печи
5. Печь газовая	–	–
6. Электродвигатель постоянного тока	Мощность 1 кВт	Работает непрерывно, частные изменения нагрузки

Объект управления		Примечания (особенности конструкции, эксплуатации и т. д.)
Наименование	Основные характеристики	
7. Электродвигатель постоянного тока	Мощность 2 кВт	Включается периодически на короткое время
8. Электропривод с асинхронным двигателем	Мощность 4 кВт	Работает непрерывно, частные изменения нагрузки
9. Электропривод с асинхронным двигателем	Мощность 8 кВт	Включается в случайное время. Различная нагрузка

Задание:

1. Ознакомиться с объектом управления, ввести обозначения переменных (управление, фазовые координаты, выход), записать в общем виде модель динамики.

2. В словесной и математической форме записать первоначальный вариант задачи оптимального управления.

3. Сформировать множество альтернативных стратегий реализации оптимального управления (ОУ) и привести для них структурные схемы систем оптимального управления (СОУ).

4. С помощью одного из методов принятия проектных решений обосновать и предложить наиболее целесообразный для заданного объекта вариант структуры (и стратегии) разрабатываемой энергосберегающей системы управления.

5. Сделать выводы по работе.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Дать описание исследуемого объекта, при этом должны быть указаны сведения, необходимые для математической постановки задачи оптимального управления (ЗОУ).

2. Сформулировать задачу оптимального управления. Следует четко выделить, что задается, что требуется определить и при каких ограничениях.

3. Сформировать множество альтернативных стратегий реализации ОУ и соответственно структурных схем системы оптимального управления.

4. Математически сформулировать задачу определения оптимального варианта структуры СОУ и выбрать метод ее решения.

5. Предложить стратегию реализации ОУ и структуру системы управления.

6. Дать краткое описание предлагаемой СОУ, сделать рекомендации по ее техническому обеспечению.

7. Оформить отчет по работе.

Содержание отчета

В отчете по работе необходимо отразить:

- 1) название и цель лабораторной работы;
- 2) описание объекта управления, особое внимание обратить на режимы работы, фазовые координаты (переменные состояния), входные переменные, ограничения на изменения переменных;
- 3) постановку задачи оптимального управления (словесную и математическую);
- 4) постановку задачи выбора оптимального варианта стратегии управления и структуры СОУ;
- 5) описание метода решения задачи выбора оптимального варианта структуры СОУ; порядок решения задачи;
- 6) множество альтернативных вариантов структур СОУ, их краткую характеристику и результаты решения задачи выбора оптимального варианта;
- 7) описание полученной структурной схемы СОУ. Рекомендации по применению технических средств.

Методические рекомендации

Правильная постановка ЗОУ и выбор оптимальной структуры разрабатываемой СОУ во многом определяют успех проектирования энергосберегающих систем управления.

В общем случае постановка ЗОУ должна содержать сведения о модели M объекта, минимизируемом функционале F , стратегии S реализации ОУ и ограничениях (условиях) O .

Например, задача оптимального управления объектом, динамика которого описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка, управление скалярное, минимизируются затраты энергии, используется программная стратегия, концы траектории изменения фазовых координат закреплены и временной интервал фиксирован. Математически может быть записана следующим образом:

$$M: \overset{\circ}{z} = Az(t) + Bu(t),$$

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}; \quad (1.1)$$

$$F: I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min; \quad (1.2)$$

$$S: u^*(\circ) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k]); \quad (1.3)$$

$$O: \forall t \in [t_0, t_k], u(t) \in [u_H, u_B]; \quad (1.4)$$

$$z(t_0) = (z_1^0, z_2^0)^T, \quad z(t_k) = (z_1^k, z_2^k)^T, \quad (1.5)$$

где z – вектор фазовых координат; u, u_H, u_B – управление и его граничные значения; A, B – матрицы параметров объекта; t_0, t_k – начало и конец временного интервала управления; $z_i^0, z_i^k, i = 1, 2$ – начальное и конечное значение компоненты вектора фазовых координат z .

Для тепловых объектов обычно z_1, z_2 означают температуру нагреваемого тела и скорость ее изменения, для электроприводов в качестве z_1 может рассматриваться угловая скорость вращения вала двигателя.

Если в ЗОУ минимизируется расход топлива или время (задача максимального быстродействия), то вместо (1.2) записывается соответственно функционал

$$I_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min \quad (1.6)$$

или

$$I_{\sigma} = \int_{t_0}^{t_k} dt \rightarrow \min. \quad (1.7)$$

В случае использования позиционной стратегии, т. е. при расчете управления $u^*(t)$ учитывается текущее значение $z(t)$ и «остаточное» время $t_k - t$, вместо программы (1.3) определяется синтезирующая функция

$$u^*(t) = s(z(t), t_k - t). \quad (1.8)$$

Дополнительно к ограничениям (1.4) и (1.5) могут накладываться ограничения на скорость изменения управляющего воздействия, компонентов фазовых координат и др.

Задаваемые исходные данные ЗОУ (1.1)–(1.5) могут быть представлены массивом реквизитов

$$R = (a_1, a_2, b, u_n, u_b, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0, t_k). \quad (1.9)$$

Таким образом, управляющее устройство (УУ) применительно к задаче (1.1)–(1.5) должно по данным (1.9) рассчитать оптимальную программу (1.3), т. е. определить вид функции ОУ $u^*(t)$ и ее параметры, которая обеспечит минимум функционала (1.2) при выполнении условий и ограничений (1.1), (1.4) и (1.5).

Если на временном интервале $[t_0, t_k]$ происходит изменение компонентов массива (1.9), то считается, что изменилось состояние функционирования системы, характеризуемое переменной h . Наиболее часто смена состояния функционирования h связана с изменением параметров модели объекта a_i, b , компоненты z_1^k и времени t^k . Значение массива (1.9) в состоянии h обозначается R_h .

С учетом изменения состояний функционирования возможны следующие стратегии:

1. Программная некорректируемая стратегия $S_{\text{пр.нк}}$, когда в память управляющего устройства (УУ) записывается оптимальная программа $u^*(0)$, рассчитанная для одного или нескольких наиболее вероятных состояний функционирования. Это наиболее простые энергосберегающие системы оптимального управления (ЭСУ) (рис. 1.1, а), для реализации программы поступает только сигнал о начальном моменте времени t_0 .

В более сложном случае при введении массива реквизитов R_h в УУ рассчитывается программа $u^*(0)$ (рис. 1.1, б), которая реализуется на интервале $[t_0, t_k]$ независимо от того, какие изменения состояния h происходят.

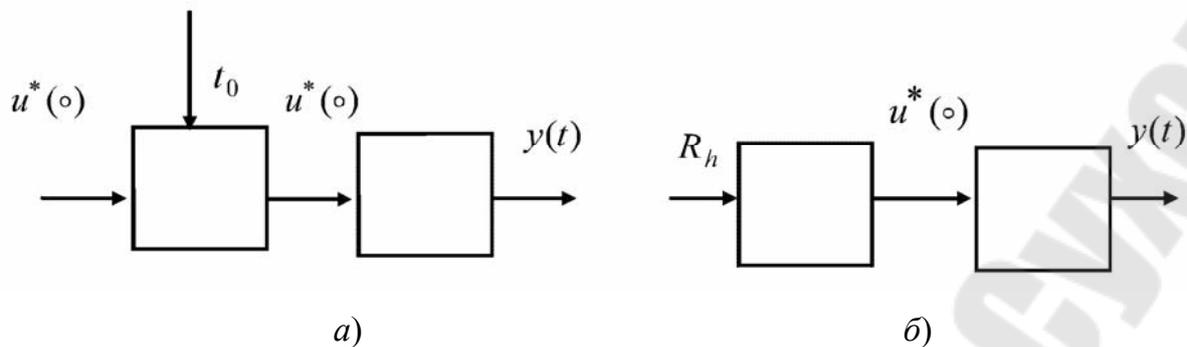


Рис. 1.1. Схемы ЭСУ при $S_{\text{пр.нк}}$:
 а – оптимальная программа управления записана в ПЗУ;
 б – рассчитывается УУ

2. Программная корректируемая стратегия $S_{\text{пр.к}}$, в данном случае при изменении состояния функционирования h в момент t_h происходит пересчет оптимальной программы для оставшегося времени $[t_h, t_k]$. Здесь УУ должно идентифицировать состояние h (устройство ИУ $_h$) в каждый момент времени (рис. 1.2).

3. Программная комбинированная стратегия $S_{\text{пр.км}}$ представляет собой промежуточный вариант между некорректируемой и корректируемой программными стратегиями. Программа здесь не корректируется до тех пор, пока состояние функционирования принадлежит некоторому подмножеству допустимых состояний H_1 . Если $h \notin H_1$, то производится коррекция программы на основе текущих исходных данных. Структура ЭСУ аналогична приведенной на рис. 1.2.

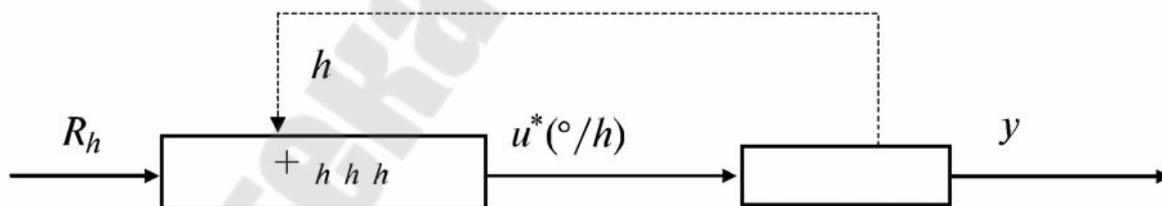


Рис. 1.2. ЭСУ со стратегией $S_{\text{пр.к}}$

4. Позиционная некорректируемая стратегия $S_{\text{пз.нк}}$ при данной стратегии УУ реализует алгоритм вычисления ОУ $u^*(t)$ в каждый дискретный момент времени t в зависимости от текущего значения $z(t)$ и остаточного времени $\tau = t_k - t$ согласно заранее полученной синтезирующей функции s для одного состояния функционирования h (рис. 1.3, а).

Для определения $z(t)$ по значениям $y(t)$ и $u^*(t)$ УУ дополнительно выполняет функции идентифицирующего устройства (ИУ $_z$), т. е. оценки вектора фазовых координат z .

В более сложном варианте (рис. 1.3, б) УУ само определяет синтезирующую функцию по введенным исходным данным R_h до момента времени t_0 . В последующем на интервале $[t_0, t_k]$ синтезирующая функция сохраняется без изменения.

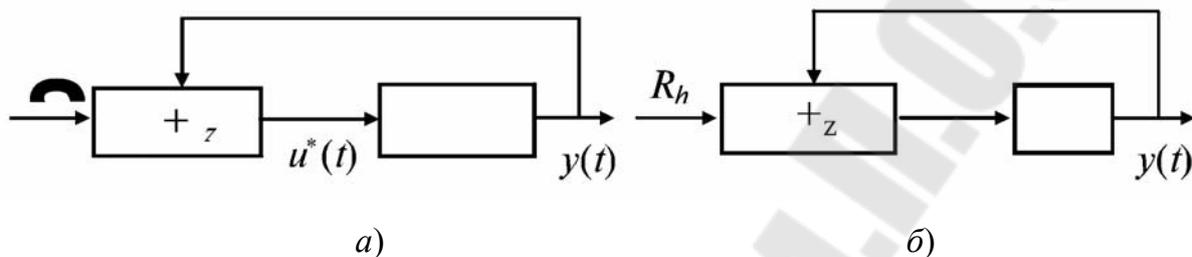


Рис. 1.3. ЭСУ со стратегией $S_{пз.нк}$:

- а – алгоритм УУ задается в виде синтезирующей функции;
- б – синтезирующая функция определяется массивом R_h

5. Позиционная корректируемая стратегия $S_{пр.к}$ предполагает определение управляющим устройством новой синтезирующей функции при каждом изменении h , в том числе и на временном интервале $[t_0, t_k]$. Схема ЭСУ с $S_{пр.к}$ приведена на рис. 1.4. УУ здесь выполняет функции: идентификации (ИУ $_z$), идентификации (ИУ $_h$), определения синтезирующей функции S_h , расчета $u^*(t)$.

6. Позиционная комбинированная стратегия $S_{пз.км}$ аналогична стратегии $S_{пр.км}$, когда синтезирующая функция сохраняется, пока переменная h принадлежит некоторому подмножеству состояний функционирования H_1 . Структура СОУ в этом случае аналогична приведенной на рис. 1.4.

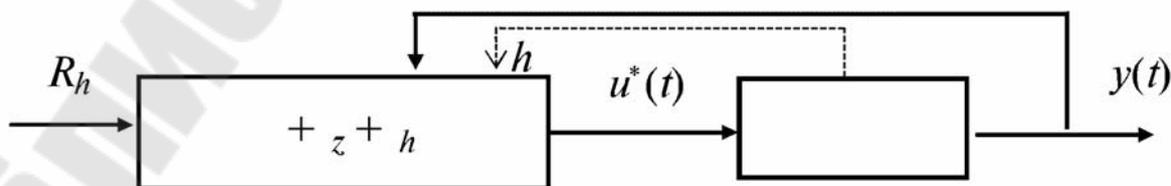


Рис. 1.4. ЭСУ со стратегией $S_{пз.км}$

Рассмотренные ЭСУ с программной стратегией (рис. 1.1 и 1.2) являются разомкнутыми (по выходной переменной y), а ЭСУ, использующие позиционную стратегию (рис. 1.3 и 1.4) – замкнутыми, их обычно называют оптимальными регуляторами.

Наряду с рассмотренными схемами ЭСУ могут использоваться схемы, в которых УУ с $S_{пз.нм}$ или $S_{пр.к}$ применяется совместно с обычным автоматическим регулятором (АР) (рис. 1.5).

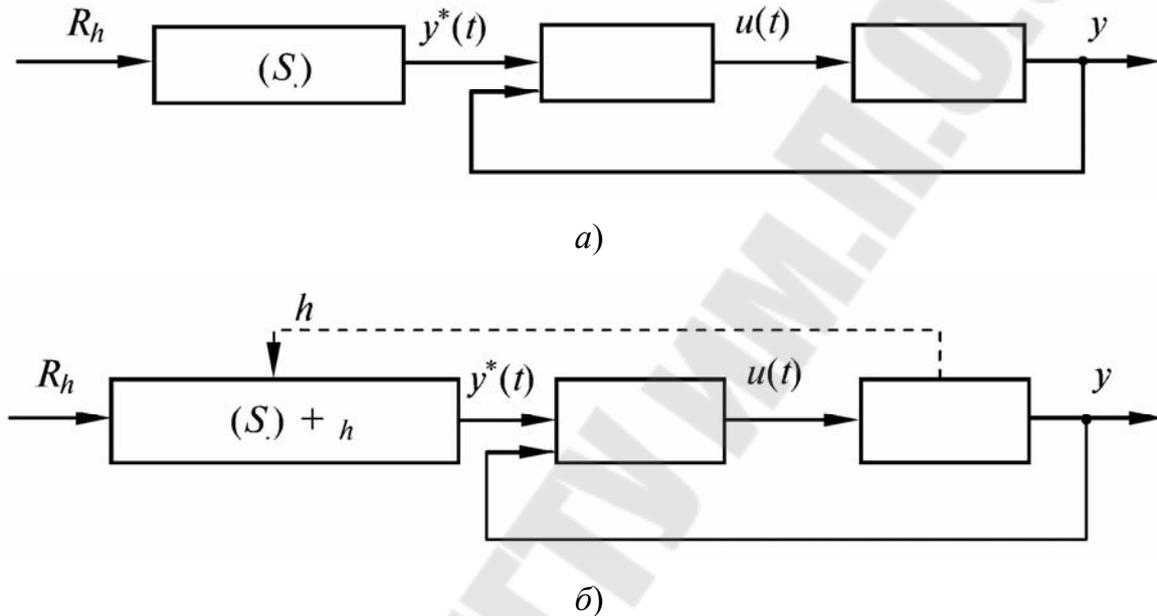


Рис. 1.5. Схемы ЭСУ, использующие автоматический регулятор:

a – УУ реализует стратегию $S_{пз.нк}$;

b – УУ реализует стратегию $S_{пр.к}$

Таким образом, множество перечисленных стратегий реализации энергосберегающего ОУ и соответствующих схем ЭСУ можно записать в виде

$$S = \{S_{пр.нк}, S_{пр.к}, S_{пз.нк}, S_{пз.к}, S_{пр.к}, AP, S_{пр.к} + AP\}. \quad (1.10)$$

Выбор стратегии управления во многом определяется возможностью контроля за изменением фазовых координат, идентификации состояний функционирования, статистическими свойствами системы. Задача выбора стратегии формулируется с учетом экономических, конструктивных, точностных и других факторов, в ряде случаев используются методы экспертных оценок, многокритериальной оптимизации и др.

Лабораторная работа № 2
**Идентификация модели динамики
объекта управления**

Цель работы: получить знания и навыки разработки математических моделей объектов, позволяющих оперативно решать задачи оптимального управления.

Исходные данные для выполнения работы получаются в ходе проведения экспериментов на лабораторных или полупромышленных установках, снабженных средствами удаленного доступа. Варианты заданий берутся из табл. 1.1.

Задание:

1. Ознакомиться с объектом управления и видами моделей динамических режимов, используемых для разработки алгоритмического обеспечения систем оптимального управления (СОУ).

2. Получить экспериментальные данные и решить задачу идентификации модели динамики объекта управления. Оценить погрешности модели.

3. Представить модель динамики в видах, необходимых для решения задач оптимального управления.

Лабораторная работа выполняется с использованием физических моделей тепловых объектов и электроприводов. Полученные экспериментальные данные обрабатываются с применением программ Excel, MathCAD.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. На основе рассмотрения объекта управления, моделей динамики аналогичных объектов, используемых при решениях задач оптимального управления (ЗОУ) сделать предположения, выдвинуть гипотезы о структуре модели объекта, т. е. указать число возможных стадий (зон) развития динамики при пуске объекта, виды дифференциальных уравнений на каждой стадии.

Сформулировать требования к точности модели.

2. Составить план проведения эксперимента с целью получения данных для идентификации модели динамики объекта управления. В плане указать диапазон изменения выходной переменной Y (для теплового объекта Y – температура, для электродвигателя Y – скорость вращения), траекторию изменения входа (управления) $u(0) = (u(t), t \in [t_0, t_k])$,

временной шаг dt регистрации $Y(t)$ и $u(t)$, количество проводимых опытов.

3. Провести эксперимент с регистрацией данных в компьютере.

4. Представить опытные данные в графическом виде. По зависимостям $Y(t)$, соответствующим участкам с $u(t) = \text{const}$, уточнить структуру модели объекта (см. п. 1). Возможно рассмотрение нескольких альтернативных моделей.

5. С помощью программы MathCAD обработать экспериментальные данные и получить модель динамики объекта, удовлетворяющую требованиям точности и пригодную для решения ЗОУ.

6. Оформить отчет по работе.

Содержание отчета

В отчете по работе необходимо отразить:

- 1) название и цель лабораторной работы;
- 2) предполагаемую модель динамики объекта управления. Требования к модели;
- 3) план проведения эксперимента;
- 4) полученные экспериментальные данные в табличном и графическом виде;
- 5) математический аппарат, используемый при решении задач идентификации;
- 6) полученную модель динамики или 2–3 альтернативных варианта модели;
- 7) выводы об адекватности модели и возможности ее использования для оптимального управления объектом.

Методические рекомендации

К моделям динамики, используемым для анализа и синтеза оптимального управления, предъявляются высокие требования по их адекватности в различных состояниях функционирования. Известные аналитические и статистические методы построения моделей не позволяют добиться требуемой точности в различных состояниях функционирования.

Модель динамики на множестве состояний функционирования (МСФ), может быть записана в виде:

$$\dot{z} = f_h(z, u, t, \gamma_h), \quad h \in H, \quad (2.1)$$

где z – n -вектор фазовых координат; u – m -вектор управления; t – время; h – переменная состояния функционирования; H – множество значений h ; γ_h – массив параметров модели в состоянии h ;
 $f_h : R^n \cdot R^m \cdot R \rightarrow R^n$.

К модели (2.1) предъявляются следующие требования: 1) пригодность для решения задач оптимального управления в реальном времени, фазовые координаты z должны соответствовать непосредственной цели управления; 2) возможность «быстрой» идентификации модели в задачах совмещенного синтеза ОУ; 3) высокая точность.

Задача синтеза ОУ на множестве состояний функционирования (МСФ) математически может быть сформулирована следующим образом. Для задаваемых модели (2.1), ограничений на управление и траекторию изменения фазовых координат

$$\forall h \in H \text{ и } \forall t \in [t_0, t_{kh}] : u(t) \in U_{grh}, z(0) = (z(t), t \in [t_0, t_{kh}]) \in Z_h(0) \quad (2.2)$$

минимизируемого функционала J_h необходимо за допустимое время определить функцию ОУ $u^*(t)$. Здесь U_{grh} – граничная область для u ; $Z_h(0)$ – ограничения на траекторию $z(0)$; t_0, t_{kh} – начало и конец временного интервала управления.

В задаче совмещенного синтеза ОУ модель (2.1) неизвестна и ее необходимо идентифицировать за допустимое время.

Основные трудности при идентификации модели (2.1) обусловлены нелинейностью и нестационарностью объекта, наличием ошибок измерения и невозможностью получить всю необходимую информацию. В основе разрабатываемых алгоритмов идентификации лежат следующие предположения: 1) структура модели должна отражать реальные физические и другие процессы, протекающие в объекте управления; 2) данные процессы описываются известными зависимостями, например, балансно-кинетическими уравнениями тепломассопереноса и т. п.; 3) в ходе направленного изменения вектора z процессы протекают с разной интенсивностью, это позволяет выделить зоны или состояния функционирования, в которых отдельными процессами можно пренебречь, подобное разбиение на зоны назовем динамической декомпозицией; 4) границы зон можно определить по характерным точкам (экстремумы, нули) траекторий $z_i(0)$ фазовых координат и их производных; 5) между фазовыми координатами составных частей системы существуют уравнения связи, позволяющие понижать размерность вектора z .

где V_1, V_2, V_3 – объемы нагревателя, жидкости и корпуса; F_1 – наружная поверхность нагревателя; F_3, F_3' – внутренняя и наружные поверхности корпуса; $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_3'$ – коэффициенты теплоотдачи нагревателя и стенок корпуса (изнутри и снаружи); U, I – электрические напряжения и ток нагревателя.

Используя динамическую декомпозицию, введем следующие состояния функционирования (зоны). Состояние h_1 характеризуется интенсивным повышением температуры нагревателя, изменения температуры корпуса незначительны, потери тепла в окружающую среду отсутствуют. В этом состоянии частная модель имеет вид:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} U(t)I(t) - \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1} (T_1(t) - T(t)), \quad \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_2 c_2 V_2} (T_1(t) - T_2(t)) \quad (2.5)$$

или

$$\dot{z}_1 = z_2(t); \quad \dot{z}_2 = a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), \quad z_1 \overset{\Delta}{=} T_2, \quad z_2 \overset{\Delta}{=} dT_2/dt; \quad (2.6)$$

$$a_2^{(1)} = -\alpha_1 F_1 \left(\frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right), \quad b^{(1)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \cdot \rho_2 c_2 V_2} U(t)I(t). \quad (2.7)$$

В состоянии h_2 частная модель учитывает нагрев стенок корпуса, т. е.

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_1^{(2)} z_1(t) + a_2^{(2)} z_2(t) + b^{(2)} u(t); \quad (2.8)$$

$$a_1^{(2)} = -\frac{\alpha_1 F_1 \cdot \alpha_3 F_3}{\rho_1 c_1 V_1 \cdot \rho_2 c_2 V_2} \left(1 - \frac{T_3(t)}{T(t)} \right), \quad b^{(2)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \cdot \rho_2 c_2 V_2} U(t)I(t); \quad (2.9)$$

$$a_2^{(2)} = -\alpha_1 F_1 \left(\frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right) + \frac{\alpha_3 F_3}{\rho_2 c_2 V_2} \left(1 - \frac{\dot{T}_3(t)}{\dot{T}(t)} \right). \quad (2.10)$$

Для последующих состояний функционирования учитываются потери тепла в окружающую среду, частные модели имеют вид, аналогичный (2.8).

В результате общая модель для четырех состояний функционирования имеет следующую структуру:

$$\overset{\circ}{z}_1 = z_2(t)$$

$$\overset{\circ}{z}_2 = \begin{cases} a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n_1}); \\ a_1^{(2)}(t) z_1(t) + a_2^{(2)}(t) z_2(t) + b^{(2)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n_1}, z_1^{n_2}); \\ a_1^{(3)}(t) z_1(t) + a_2^{(3)}(t) z_2(t) + b^{(3)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n_2}, z_1^{n_3}); \\ a_1^{(4)} z_1(t) + a_2^{(4)} z_2(t) + b^{(4)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n_3}, z_1^{n_4}), \end{cases} \quad (2.11)$$

где $z_1^{n_j}$ – температуры «переключений» состояний функционирования.

Верификация полученной структуры модели осуществляется по экспериментальным данным $\hat{z}_1(t)$. Решением систем уравнений

$$\begin{cases} \lambda_1 z_1(t_i) + \lambda_2 z_2(t_i) + \lambda_3 u(t_i) = z_1(t_{i+1}); \\ \mu_1 z_1(t_i) + \mu_2 z_2(t_i) + \mu_3 u(t_i) = z_2(t_{i+1}), \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad t_{i+1} - t_i = \Delta t = \text{const}, \quad (2.12)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_2}, \quad \hat{a}_2 = \frac{\mu_2 - \lambda_1}{\lambda_2}, \quad \hat{b} = \frac{\mu_3}{\lambda_2} \quad (2.13)$$

получена модель $\overset{\circ}{z}_1 = z_2(t)$, $\overset{\circ}{z}_2 = -0,437z_1(t) - 2,004z_2(t) + 0,121u(t)$, в достаточной степени отражающая процесс динамики.

На втором этапе идентификации оцениваются параметры и границы зон частных моделей. Оценка границ производится с использованием сигналов $\hat{z}_2(t_i)$ и $\overset{\circ}{z}_2(t_i)$. В результате получена общая модель ($u(t) = 380$).

$$\overset{\circ}{z}_1 = z_2(t)$$

$$\overset{\circ}{z}_2 = \begin{cases} -0,356z_2(t) + 0,043u(t), & z_1 \in [12, 31); \\ -1,346z_1(t) - 4,562z_2(t) + 0,341u(t), & z_1 \in [31, 74); \\ -0,878z_1(t) - 3,610z_2(t) + 0,245u(t), & z_1 \in [74, 89); \\ -0,621z_1(t) - 2,110z_2(t) + 0,154u(t), & z_1 \in [89, 93), \end{cases} \quad (2.14)$$

которая удовлетворяет требованиям точности как по величине абсолютной погрешности, так и по величине разрыва z_2 в точках «переключения» зон. Оценка параметров предварительно производилась

с помощью соотношений (2.12) и (2.13), затем они уточнялись минимизацией критерия

$$Q = \sum_{j=1}^k q_j \Delta z_{1\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{nj}) + \sum_{j=1}^{k-1} p_j \Delta z_{2\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{nj}), \quad (2.15)$$

$$\Delta z_{1\max}^{(j)} = \max |\hat{z}_1(t_i) - \tilde{z}_1(t_i)|, \quad t_i \in [t_{j-1}^n, t_j^n], \quad (2.16)$$

$$\Delta z_2^{(j)} = |\hat{z}_2(t_j^n - 0) - \tilde{z}_2(t_j^n + 0)|, \quad (2.17)$$

где q_j, p_j – весовые коэффициенты; \tilde{z}_1, \tilde{z}_2 – значения z_1, z_2 , рассчитанные по модели; t_j^n – моменты времени переключения зон.

Полученная модель использована для создания математического обеспечения контроллера, управляющего процессом нагрева жидкости с минимумом затрат энергии (оптимальное значение функционала на 10–15 % ниже энергозатрат при традиционном нагреве).

С помощью разработанных алгоритмов идентификация модели нелинейного объекта содержит следующие этапы: 1) разработка структуры общей модели на основе рассмотрения физических процессов при различных состояниях функционирования; 2) верификация структуры общей модели по экспериментальным данным; 3) оценка границ зон или моментов переключения состояний функционирования; 4) оценка параметров и уточнение границы зоны для первой частной модели; 5) оценка параметров и уточнение границы зон второй частной модели; 6) коррекция параметров и границ зон частных моделей для двух состояний функционирования с использованием критерия (2.15). Далее п. 5 и 6 повторяются до достижения конечного состояния функционирования.

Лабораторная работа № 3
**Анализ и синтез оптимального
программного управления**

Цель работы: получить знания и навыки разработки системы оптимального управления с использованием ПЭВМ. Научиться решать задачи анализа и синтеза ОУ с пакетов прикладных программ Excel, MathCAD, Mathematica, STATISTICA.

Исходными данными для выполнения настоящей работы являются результаты лабораторных работ № 1 и 2.

Задание:

1. Математически сформулировать задачу оптимального управления.
2. Освоить работу с пакетами прикладных программ Mathematica, STATISTICA.
3. Выполнить анализ оптимального управления (определить виды функций ОУ, рассчитать их параметры, оценить эффект энергосбережения).
4. Синтезировать алгоритмическое обеспечение для СОУ, использующей программную стратегию.

Лабораторная работа выполняется с использованием информационных технологий, компонентами которых являются пакеты прикладных программ Excel, MathCAD, Mathematica, STATISTICA.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. С использованием модели динамики, полученной в лабораторной работе № 2, записать математическую постановку задачи оптимального управления. Представить модель ЗОУ четверкой (M, F, S, O) , здесь M – вид модели объекта управления; F – минимизируемый функционал; S – стратегия реализации ОУ; O – ограничения и условия.
2. Записать массив R исходных данных ЗОУ: параметры модели объекта, границы изменения управления, начальное и конечное значения фазовых координат, временной интервал управления.
3. С помощью прикладных программ STATISTICA выполнить анализ оптимального управления, т. е. определить возможные виды функций ОУ, рассчитать их параметры и процент снижения энергозатрат при оптимальном управлении.
4. Разработать алгоритм функционирования ЭСУ, использующей программную стратегию.
5. Оформить отчет по работе.

Содержание отчета

В отчете по работе отразить:

1. Название и цель лабораторной работы.
2. Математическую постановку задачи оптимального управления и модель ЗОУ в виде четверки (M, F, S, O) .
3. Исходные данные для численного решения ЗОУ в виде массива реквизитов

$$R = (a, b, u_H, u_B, z^0, z^K, t_0, t_K),$$

где a, b – параметры модели объекта; u_H, u_B – границы для управления; z^0, z^K – начальное и конечное значение вектора координат; t_0, t_K – границы временного интервала управления.

4. Результаты анализа и синтеза ОУ.
5. Алгоритм функционирования ЭСУ.
6. Выводы по использованию программного управления.

Методические рекомендации

Будем предполагать, что модель динамики нелинейного объекта в диапазоне изменения вектора фазовых координат будем рассматривать как многостадийную, т. е. представить дифференциальным уравнением с разрывной правой частью вида

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1 z(t) + B_1 u(t), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n_1}); \\ \dots & \\ A_k z(t) + B_k u(t), & z_1 \in [z_1^{n_{k-1}}, z_1^{n_k}). \end{cases} \quad (3.1)$$

где z, z_1 – n -вектор фазовых координат и ведущая его компонента соответственно; z^0, z^K – начальное и конечное значения вектора z ; $z_1^{n_{j-1}}, z_1^{n_j}$ – границы j -й стадии или зоны; $A_j, B_j, j = \overline{1; k}$ – матрицы параметров; u – скалярное управление.

Модель (3.1) широко используется для типовых объектов, где в качестве ведущей компоненты z_1 рассматривается температура.

Объект с моделью (3.1) за фиксированный интервал времени $[t_0, t_K]$ должен быть переведен из заданного начального состояния z^0 , в конечное z^K , т. е.

$$z(t_0) = z^0, z(t_K) = z^K. \quad (3.2)$$

На управление наложены ограничения

$$\forall t \in [t_{nj-1}, t_{nj}]: u(t) \in [u_{hj}, u_{bj}], \quad j = \overline{1; k}, \quad (3.3)$$

где $t_{nj} = t(z_i^{nj})$ – момент времени «переключения» с j -й стадии на $(j+1)$ -ю; u_{hj}, u_{bj} – нижняя и верхняя границы управления для j -й стадии.

В точках «переключения» должно выполняться условие непрерывности «ведущей» координаты z_1 , т. е. $z_1(t_{nj} - 0) = z_1(t_{nj} + 0)$, и ограничения на разрыв остальных фазовых координат

$$|z_v(t_{nj} - 0) - z_v(t_{nj} + 0)| \leq \Delta z_v, \quad v = \overline{2; n}; \quad j = \overline{1; k-1}. \quad (3.4)$$

Минимизируется энергетический функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt, \quad (3.5)$$

например,

$$I_9 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt. \quad (3.6)$$

Требуется найти оптимальную программу

$$u^*(\circ) = (u_{(1)}^*(t), t \in [t_0; t_{n1}^*]; \dots; u_{(k)}^*(t), t \in [t_{nk-1}^*; t_k]), \quad (3.7)$$

т. е. определить виды функций $u_{(j)}^*(t)$, рассчитать их параметры, моменты переключения t_{nj}^* и значения z_v^{nj*} , при которых выполняются условия (ограничения) (3.1)–(3.4) и функционал (3.5) минимален.

Массив исходных данных задачи (3.1)–(3.7) имеет вид

$$R = (A_1, \dots, A_k, B_1, \dots, B_k, u_{h1}, u_{b1}, \dots, u_{hk}, u_{bk}, z^0, z_i^{n1}, \dots, z_i^{nk-1}, z^k, dz_{i+1}, \dots, dz_n, t_0, t_k). \quad (3.8)$$

Задачу расчета за допустимое время управления (3.7) по исходным данным (3.8) будем называть задачей оперативного синтеза программного ОУ и сокращенно обозначать ЗОУПр. Важной особенностью данной задачи является то, что наряду с определением видов и параметров функций $u_{(j)}^*(t)$, $j = \overline{1; k-1}$ рассчитываются оптималь-

ные значения t_{nj}^* и z_v^{nj*} . Рассчитанную оптимальную программу $u^*(\circ)$ реализует управляющее устройство.

Задачу (3.1)–(3.7) назовем общей задачей оптимального управления, а задачу для j -й стадии при исходных данных

$$R = (A_j, B_j, u_{nj}, u_{в1}, z^{nj-1}, z^{nj}, t_{nj-1}, t_{nj}) \quad (3.9)$$

– частной ЗОУ.

Метод решения ЗОУ (3.1)–(3.7), предусматривающий определение возможных видов функций ОУ на основе принципа максимума, расчет оптимальных моментов переключения и значений фазовых координат в точках стыковки зон методом динамического программирования, а расчет ОУ для частных задач при любых исходных данных (3.9) – методом синтезирующих переменных, назовем комбинированным.

В зависимости от характера задания конечного времени t в ЗОУ (3.1)–(3.7) возможны четыре случая: 1) время t_k фиксировано (ЗОУ (t_k)); 2) время t_k не фиксировано (ЗОУ ($t_k < \infty$)); 3) время t_k ограничено сверху значением $t_{гр}$ (ЗОУ ($t_{гр}$)); 4) время t_k задано интервалом $[t_k^H, t_k^B]$ (ЗОУ (t_k^H, t_k^B)).

Алгоритм решения ЗОУ t_k комбинированным методом включает следующие этапы:

1. Определяются времена максимального быстродействия $\Delta t_{\sigma j}, j = \overline{1; k}$ для частных ЗОУ.

2. Проверяется выполнение условия существования решения ЗОУ в соответствии с утверждением 1. Если решение существует, вычисляется временной ресурс, который может быть распределен между стадиями, т. е.

$$\tau = \begin{cases} (t_k - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\sigma j} & \text{для ЗОУ}(t_k); \\ (t_{гр} - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\sigma j} & \text{для ЗОУ}(t_{гр}); \\ (t_k^B - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\sigma j} & \text{для ЗОУ}(t_k^H, t_k^B). \end{cases} \quad (3.10)$$

Для ЗОУ ($t_k < \infty$) назначается время $t_{гр}$ и она решается как ЗОУ $t_{гр}$. В зависимости от величины ресурса τ выбирается временной шаг Δt для распределения ресурса методом динамического программирования.

3. С учетом решения задач быстрогодействия и заданных z^0, z^k определяются ресурсы для изменения варьируемых параметров переключения z_v^{nj} и шаги Δz_v .

4. Методом динамического программирования определяются значения $t_{nj}^*, z_v^{nj*}, j = \overline{1; k-1}, v \in \{2, \dots, n\}$. При этом на каждом шаге изменения параметров переключения решаются частные ЗОУ методом синтезирующих переменных.

Наиболее трудоемкие вычислительные операции комбинированного метода связаны с определением вида функций ОУ, расчетом ее параметров и значений функционалов.

Литература

1. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин [и др.]. – Москва : Физматгиз, 1961. – 374 с.
2. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – Москва, 1960. – 400 с.
3. Красовский, А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / А. А. Красовский. – Москва, 1973. – 558 с.
4. Шварце, Х. Использование микропроцессоров в регулировании и управлении / Х. Шварце, Г. В. Хольцгрефе ; пер. с нем. – Москва : Энергоатомиздат, 1990. – 14 с.
5. Бутковский, А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва : Наука, 1965. – 474 с.
6. Автоматизированное проектирование систем управления / под ред. М. Джамшиди [и др.] ; пер. с англ. В. Г. Дунаева и А. Н. Косилова. – Москва : Машиностроение, 1989. – 344 с.
7. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – Москва : Мир, 1975. – 684 с.
8. Моисеев, Н. Н. Численные методы в теории оптимальных процессов / Н. Н. Моисеев. – Москва : Наука, 1971. – 358 с.
9. Булгаков, С. С. Система программного управления и регулирования температуры в газовых печах / С. С. Булгаков // Современ. технологии автоматизации. – 1997. – № 4. – С. 70–72.
10. Вермишев, Ю. Х. Основы автоматизации проектирования / Ю. Х. Вермишев. – Москва : Радио и связь, 1988. – 279 с.

Содержание

Введение.....	3
<i>Лабораторная работа № 1. Формализация задачи, выбор стратегии и структуры системы оптимального управления.....</i>	<i>5</i>
<i>Лабораторная работа № 2. Идентификация модели динамики объекта управления</i>	<i>13</i>
<i>Лабораторная работа № 3. Анализ и синтез оптимального программного управления</i>	<i>20</i>
Литература	25

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

**Ткаченко Александр Владимирович
Герасимова Ольга Валентиновна**

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ

**Лабораторный практикум
по одноименному курсу для студентов специальности
1-36 02 01 «Машины и технология литейного
производства» дневной формы обучения**

Электронный аналог печатного издания

Редактор *Н. В. Гладкова*
Компьютерная верстка *Н. Б. Козловская*

Подписано в печать 12.03.08.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,0.

Изд. № 144.

E-mail: ic@gstu.gomel.by

<http://www.gstu.gomel.by>

Издатель и полиграфическое исполнение:
Издательский центр учреждения образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого».

ЛИ № 02330/0131916 от 30.04.2004 г.

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.