

УДК 531.3

КИНЕТИКА БИФИЛЯРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Ю. А. КАШИН, М. И. ЖАДАН

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»,
Республика Беларусь

Р. Е. КАШИНА

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь

Введение

Бифилярной передачей условимся называть систему двух тел, взаимодействие силами и движениями между которыми осуществляется посредством пары связывающих их гибких нерастяжимых нитей, именуемых поводками.

Наглядным примером такой передачи служит взаимодействие силами и движениями между вращающимся колесом карусели и подвешенной к нему на двух цепях люлькой, сохраняющей четыре степени относительной свободы.

Бифилярные передачи по сравнению с традиционно применяемыми в машиностроении передачами имеют следующие отличительные свойства. При их использовании в подобном карусели роторном агрегате легко достигим высокий уровень центробежных сил подвижных элементов и сил натяжения удерживающих их поводков при их относительно малой массе. В этих условиях возможность подавления избыточных степеней свободы подвижных элементов наложением дополнительных кинематических связей открывает возможность надления качественно новыми свойствами самих роторных агрегатов. Подтверждением такой возможности является используемый в практике резки алмазов известный эффект приобретения жесткости быстро вращающимся кругом гибкой медной фольги. Отметим также, что подобный эффект нами установлен и при испытаниях ветротурбины с решеткой гибких лопастей на бифилярной подвеске. Изучение этих свойств послужило мотивом для данного исследования.

Постановка задачи

Целью настоящей работы является аналитическое описание стационарных состояний бифилярных передач, примером которых можно считать случай равномерного вращения тела T_A вместе с синхронно вращающимся вокруг него телом T_B , удерживаемым двумя поводками. Очевидно, что в этой ситуации тело T_B занимает позицию согласно действию гибких связей и совокупности массовых и внешних сил. Силы натяжения поводков $P > 0$ и $Q > 0$ являются реакциями, уравнивающими эту совокупность сил, зависящих от пространственного положения тела T_B и от конкретных условий работы всей механической системы.

Метод исследования

Излагаемый метод описания состояний и поведения изучаемой механической системы основан на применении принципа Даламбера аналитической механики. Раз-

вивая этот принцип, покажем, что точные решения системы нелинейных уравнений, выражающих его для бифилярной передачи, существуют, и укажем алгоритм их построения.

Геометрические характеристики состояния передачи

В любом стационарном состоянии передачи тело T_A будем считать условно неподвижным, а тело T_B – подвижным.

Полагаем, что каждое из тел имеет по две выступающие точки A, D и B, C , взаимноудаленные на базовые расстояния, соответственно $AD = a$ и $BC = b$, и попарно связанные поводками длиной $AB = r$ и $DC = s$ (рис. 1).

В произвольном Z -состоянии передачи точки подвески поводков можно рассматривать либо вершинами пространственного четырехугольника $ABCD$, противоположные стороны которого лежат на скрещивающихся прямых, либо вершинами соответствующего тетраэдра, достраиваемого введением диагоналей AC и BD , также лежащих на скрещивающихся прямых. Пусть $a < b$, $r < s$, $\vec{a} = \vec{AD} = a\vec{\tau}_a$, $\vec{b} = \vec{BC} = b\vec{\tau}_b$, $\vec{r} = \vec{AB} = r\vec{\tau}_r$, $\vec{s} = \vec{DC} = s\vec{\tau}_s$ и необходимое условие существования четырехугольника. Кратчайшие расстояния между линиями поводков, базовыми линиями и линиями диагоналей соответственно равны:

$$d_1 = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{s} \times \vec{r})|}{|\vec{s} \times \vec{r}|} = a \frac{|\vec{\tau}_a \cdot (\vec{\tau}_s \times \vec{\tau}_r)|}{|\vec{\tau}_s \times \vec{\tau}_r|}, \quad d_2 = \frac{|\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = r \frac{|\vec{\tau}_r \cdot (\vec{\tau}_a \times \vec{\tau}_b)|}{|\vec{\tau}_a \times \vec{\tau}_b|},$$

$$d_3 = \frac{|\vec{s} \cdot [(\vec{a} - \vec{r}) \times (\vec{a} - \vec{s})]|}{|(\vec{a} - \vec{r}) \times (\vec{a} - \vec{s})|} = rsd_1 \frac{|\vec{\tau}_s \times \vec{\tau}_r|}{|\vec{a} \times \vec{s} + \vec{s} \times \vec{r} - \vec{r} \times \vec{a}|}.$$

$$\vec{a} + \vec{s} = \vec{b} + \vec{r}. \quad (1)$$

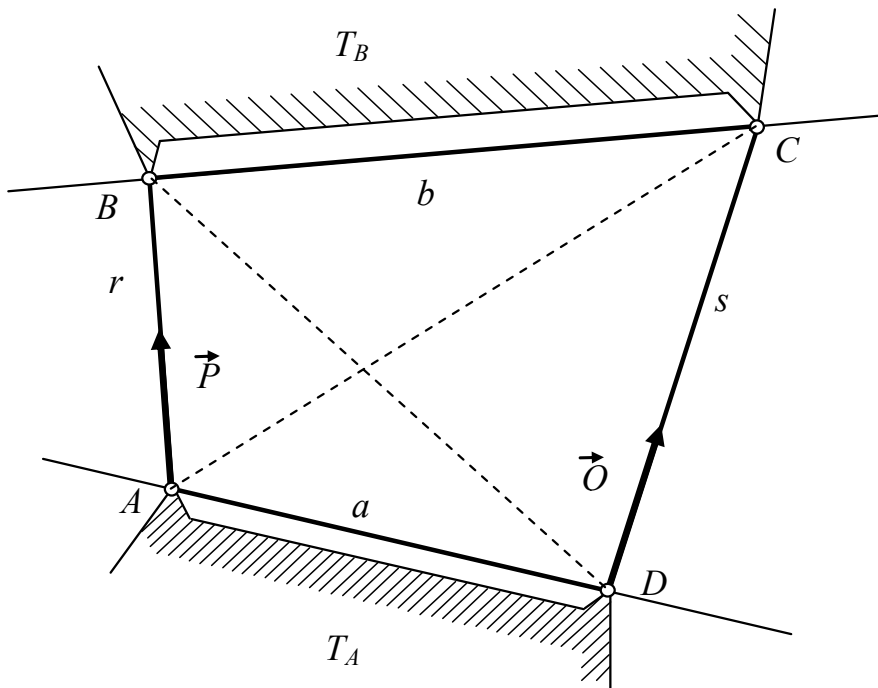


Рис. 1. Произвольное Z -состояние бифилярной передачи

Объем тетраэдра

$$v = \frac{1}{6} |(\vec{a} + \vec{s}) \cdot (\vec{a} \times \vec{r})| = \frac{asr}{6} |\vec{\tau}_a \cdot (\vec{\tau}_s \times \vec{\tau}_r)|.$$

Если $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, то $v = 0$, четырехугольник является плоским, а обе пары линий его противоположных сторон пересекаются. Эту возможную ситуацию используем для определения условного начального стационарного Z^0 -состояния передачи. Предполагаем, что подвижное тело занимает такую начальную T_B^0 -позицию, при которой линии AB^0 и DC^0 начального четырехугольника AB^0C^0D пересекаются в некоторой, связанной с телом T_A , точке K^0 , образуя равнобедренный ΔAK^0D с углами γ^0 при основании AD , и пусть σ^0 – угол между базовыми линиями AD и B^0C^0 (рис. 2). Это начальное Z^0 -состояние используем для введения на каждом из тел связанной с ним системы декартовых координат.

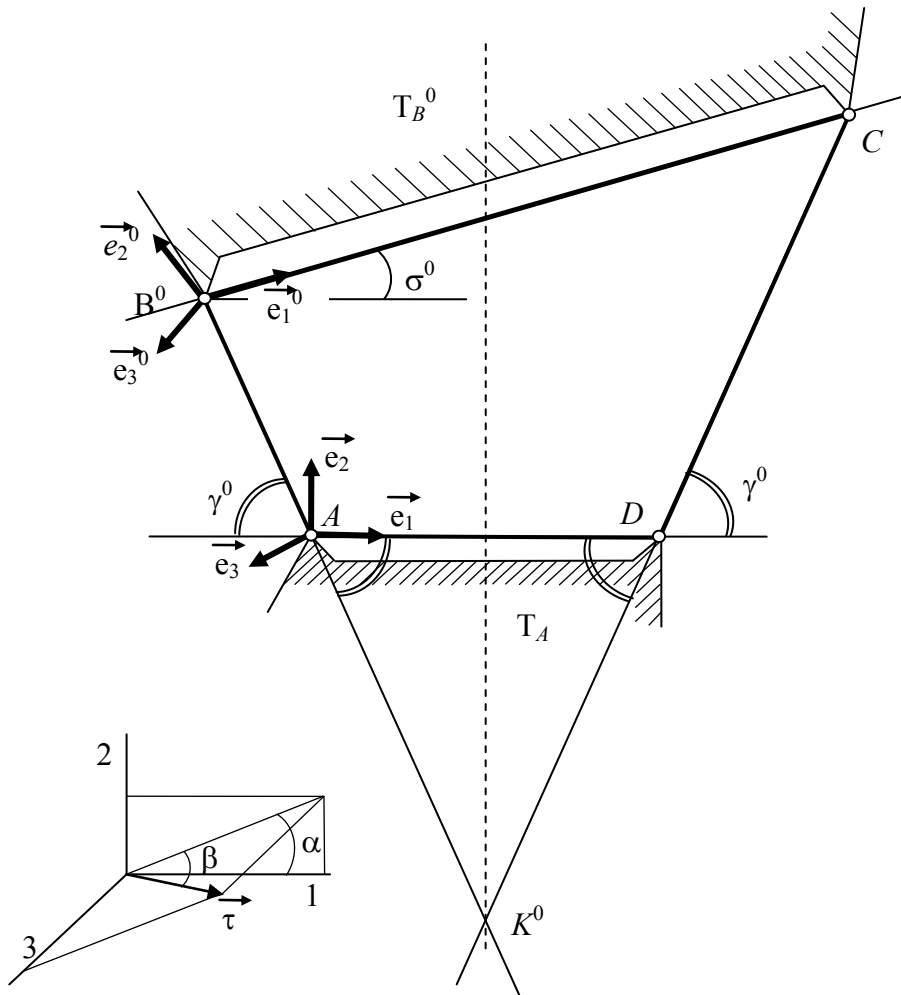


Рис. 2. Начальное Z^0 -состояние бифилярной передачи

На теле T_A началом координат выбираем точку A , а орты $\vec{e}_i, i = \overline{1,3}$ ориентируем так, чтобы орт $\vec{e}_1 = \vec{\tau}_a$, орт \vec{e}_2 был ориентирован в сторону подвижного тела и располагался в плоскости ΔAK^0D , а орт $\vec{e}_3 = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2$ был перпендикулярен к этой плоско-

сти. Следовательно, далее считаем, что $\vec{a} = A\vec{D} = a\vec{e}_1$,
 $\vec{r}^0 = A\vec{B}^0 = r(-\vec{e}_1\cos\gamma^0 + \vec{e}_2\sin\gamma^0)$, $\vec{s}^0 = D\vec{C}^0 = s(\vec{e}_1\cos\gamma^0 + \vec{e}_2\sin\gamma^0)$, $\vec{b}^0 = B^0C^0 =$
 $= b(\vec{e}_1\cos\sigma^0 + \vec{e}_2\sin\sigma^0)$. При этом согласно (1):

$$b^2 = a^2 + (s-r)^2 + 2a(s+r)\cos\gamma^0 + 4sr\cos^2\gamma^0; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}\sigma^0 = \frac{(s-r)\sin\gamma^0}{a + (s+r)\cos\gamma^0}. \quad (3)$$

Единичные направляющие векторы названных и далее встречающихся векторов будем определять их сферическими угловыми координатами α и β с пометкой соответствующими именными индексами, считая, что

$$\vec{\tau}_b = \frac{\vec{b}}{b} = \vec{e}_1\cos\alpha_b\cos\beta_b + \vec{e}_2\sin\alpha_b\cos\beta_b + \vec{e}_3\sin\beta_b; \quad (4)$$

$$\vec{\tau}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \vec{e}_1\cos\alpha_r\cos\beta_r + \vec{e}_2\sin\alpha_r\cos\beta_r + \vec{e}_3\sin\beta_r$$

и т. д.

На подвижном теле в его T_B^0 -позиции началом координат примем точку B^0 , а орты \vec{e}_i^0 , $i = \overline{1,3}$ выбираем так, что $\vec{e}_1^0 = \vec{\tau}_b^0 = \vec{e}_1\cos\sigma^0 + \vec{e}_2\sin\sigma^0$, $\vec{e}_2^0 = -\vec{e}_1\sin\sigma^0 + \vec{e}_2\cos\sigma^0$, $\vec{e}_3^0 = \vec{e}_3$, т. е. полагаем, что трехгранник \vec{e}_i^0 получается поворотом трехгранника \vec{e}_i вокруг оси $\vec{e}_3 = \vec{e}_3^0$ на угол σ^0 .

Изменение ориентации подвижного тела при его переходе из T_B^0 -позиции в T_B -позицию определим системой углов самолета ψ, θ, φ , считая, что углом рыскания ψ указывается поворот этого тела вокруг оси $\vec{e}_3^0 = \vec{e}_3'$, углом тангажа θ – его последующий поворот вокруг оси $\vec{e}_2' = \vec{e}_2''$, а углом крена φ – его финальный поворот вокруг оси $\vec{e}_1'' = \vec{e}_1^*$, обеспечивающий совмещение подвижного тела с его T_B -позицией и с ориентацией, определяемой ориентацией трехгранника \vec{e}_i^* . В начальной T_B^0 -позиции $\psi^0 = \theta^0 = \varphi^0 = 0$.

В произвольном Z -состоянии передачи взаимная ориентация тел T_A и T_B , согласно принятому соглашению, будет характеризоваться матрицей ориентации:

$$m_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j^* = \begin{pmatrix} \cos(\psi + \sigma^0) & -\sin(\psi + \sigma^0) & 0 \\ \sin(\psi + \sigma^0) & \cos(\psi + \sigma^0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} = \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\psi + \sigma^0)\cos\theta & -\sin(\psi + \sigma^0)\cos\theta + \cos(\psi + \sigma^0)\sin\theta\sin\varphi & \sin(\psi + \sigma^0)\sin\theta + \cos(\psi + \sigma^0)\sin\theta\sin\varphi \\ \sin(\psi + \sigma^0)\sin\theta & \cos(\psi + \sigma^0)\cos\theta + \sin(\psi + \sigma^0)\sin\theta\sin\varphi & -\cos(\psi + \sigma^0)\sin\theta + \sin(\psi + \sigma^0)\sin\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\varphi & \cos\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$

В этом состоянии ориентация всех элементов передачи определяется девятью угловыми координатами: $\alpha_b, \beta_b, \alpha_r, \beta_r, \alpha_s, \beta_s, \psi, \theta, \varphi$. Для установления связи между всеми этими переменными учтем, что $\vec{e}_1^* = \vec{\tau}_b$ и что

$$\vec{e}_1^* = \sum_{i=1}^3 (\vec{e}_i \cdot \vec{e}_1^*) \vec{e}_i = \sum_{i=1}^3 m_{i1} \vec{e}_i = \vec{e}_1 \cos(\psi + \sigma^0) \cos\theta + \vec{e}_2 \sin(\psi + \sigma^0) \cos\theta - \vec{e}_3 \sin\theta. \quad (6)$$

Сопоставляя (4) и (6), устанавливаем, что

$$\psi + \sigma^0 = \alpha_b, \quad \theta = -\beta_b. \quad (7)$$

Еще три уравнения кинематических связей получаем проектированием векторного уравнения (1) на оси координат тела T_A :

$$\left. \begin{aligned} a + s \cos\alpha_s \cos\beta_s &= r \cos\alpha_r \cos\beta_r + b \cos\alpha_b \cos\beta_b; \\ s \sin\alpha_s \cos\beta_s &= r \sin\alpha_r \cos\beta_r + b \sin\alpha_b \cos\beta_b; \\ s \sin\beta_s &= r \sin\beta_r + b \sin\beta_b. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Таким образом, на девять переменных углов наложено пять уравнений кинематических связей (7), (8). Следовательно, при заданных размерах a, b, r, s независимыми обобщенными координатами передачи, определяющими ее произвольное Z -состояние можно считать некую четверку из названных углов, например, $\alpha_b, \beta_b, \alpha_s$ и φ . Тогда углы $\alpha_r, \beta_r, \beta_s, \psi, \theta$ должны определяться функциями этих независимых углов из условия удовлетворения уравнениям связей (7), (8).

Для определенности отметим, что обсуждаемое стационарное Z -состояние передачи далее будет рассматриваться результатом некоторого непрерывного процесса стационарного изменения состояния элементов этой механической системы из ее начального стационарного Z^0 -состояния, характеризуемого параметрами:

$$\alpha_b^0 = \sigma^0, \quad \beta_b^0 = 0, \quad \alpha_r^0 = \pi - \gamma^0, \quad \beta_r^0 = 0, \quad \alpha_s^0 = \gamma^0, \quad \beta_s^0 = 0, \quad \varphi^0 = 0. \quad (9)$$

Силовые характеристики состояния передачи

В Z -состоянии передачи система массовых и внешних сил, действующих на подвижное тело, порождает соответствующие T_B -позиции этого тела силы натяжения поводков $\vec{P} = P\vec{\tau}_r$ и $\vec{Q} = Q\vec{\tau}_s$. Главный вектор этой системы сил

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{Q} \quad (10)$$

и пусть

$$\vec{\tau}_F = \frac{\vec{F}}{F} = \begin{cases} \vec{e}_1 \cos\alpha_F \cos\beta_F + \vec{e}_2 \sin\alpha_F \cos\beta_F + \vec{e}_3 \sin\beta_F; \\ \vec{e}_1^* \cos\alpha_F^* \cos\beta_F^* + \vec{e}_2^* \sin\alpha_F^* \cos\beta_F^* + \vec{e}_3^* \sin\beta_F^* \end{cases} \quad (11)$$

– единичный направляющий вектор силы \vec{F} , α_F^*, β_F^* – его сферические угловые координаты в системе координат тела T_B . Тогда, учитывая, что

$$\vec{e}_i = \sum_{j=1}^3 (\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j^*) \vec{e}_j^* = \sum_{j=1}^3 m_{ij} \vec{e}_j^*, \quad i = \overline{1,3} \quad (12)$$

из (10) можем установить, что

$$\left. \begin{aligned} \cos\alpha_F^* \cos\beta_F^* &= m_{11} \cos\alpha_F \cos\beta_F + m_{21} \sin\alpha_F \cos\beta_F + m_{31} \sin\beta_F; \\ \sin\alpha_F^* \cos\beta_F^* &= m_{12} \cos\alpha_F \cos\beta_F + m_{22} \sin\alpha_F \cos\beta_F + m_{32} \sin\beta_F; \\ \sin\beta_F^* &= m_{13} \cos\alpha_F \cos\beta_F + m_{23} \sin\alpha_F \cos\beta_F + m_{33} \sin\beta_F. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В силу равенств (7) элементы матрицы (5) можно считать функциями переменных α_b, β_b и φ : $m_{ij} = m_{ij}(\alpha_b, \beta_b, \varphi)$. Тогда, полагая известными и удовлетворяющими данному Z -состоянию переменные $\alpha_F, \beta_F, \alpha_b, \beta_b$, уравнения (12) можно будет рассматривать системой уравнений для определения соответствующих значений $\alpha_F^*, \beta_F^*, \varphi$, что и учтем позднее.

Момент действующих на тело T_B сил относительно точки A

$$\vec{M}_A = \vec{a} \times \vec{Q} \quad (14)$$

и пусть

$$\vec{\tau}_M = \frac{\vec{M}_A}{M_A} = \vec{e}_1 \cos\alpha_M \cos\beta_M + \vec{e}_2 \sin\alpha_M \cos\beta_M + \vec{e}_3 \sin\beta_M. \quad (15)$$

Начальное Z^0 -состояние передачи доопределим реально исполнимым соглашением о том, что в этом состоянии на подвижное тело действует такая стационарная система сил, которая порождает одинаковое натяжение поводков $P^0 = Q^0$. Тогда, очевидно,

$$\vec{F}^0 = \vec{P}^0 + \vec{Q}^0 = 2Q^0 \sin\gamma^0 \vec{e}_2; \quad (16)$$

$$\vec{M}_A^0 = \vec{a} \times \vec{Q}^0 = aQ^0 \sin\gamma^0 \vec{e}_3. \quad (17)$$

Не теряя общности, примем, что $F^0 = F$, и пусть

$$p = \frac{P}{F^0}, \quad q = \frac{Q}{F^0}, \quad \vec{\mu}_A = \frac{\vec{M}_A^0}{M_A^0}; \quad (18)$$

$$p^0 = q^0 = \frac{1}{2\sin\gamma^0}, \quad \mu_A^0 = 1, \quad \alpha_F^0 = \frac{\pi}{2}, \quad \beta_F^0 = 0, \quad \alpha_M^0 = \frac{\pi}{2}, \quad \beta_M^0 = \frac{\pi}{2}. \quad (19)$$

В этих обозначениях проекции векторного уравнения (10) на оси координат тела T_A принимают вид

$$\left. \begin{aligned} p \cos\alpha_r \cos\beta_r + q \cos\alpha_s \cos\beta_s &= \cos\alpha_F \cos\beta_F; \\ p \sin\alpha_r \cos\beta_r + q \sin\alpha_s \cos\beta_s &= \sin\alpha_F \cos\beta_F; \\ p \sin\beta_r + q \sin\beta_s &= \sin\beta_F. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Используя (14) и (15), можно установить, что

$$\vec{M}_A = (a\vec{e}_1) \times (F^0 q \vec{\tau}_s) = aF^0 q (-\vec{e}_2 \sin\beta_s + \vec{e}_3 \sin\alpha_s \cos\beta_s),$$

$$M_A = aF^0 q \sqrt{1 - \cos^2\alpha_s \cos^2\beta_s},$$

$$\mu_A = 2q\sqrt{1 - \cos^2\alpha_s \cos^2\beta_s}; \quad (21)$$

$$\alpha_M = \frac{\pi}{2}, \quad \bar{\tau}_M = \bar{e}_2 \cos\beta_M + \bar{e}_3 \sin\beta_M,$$

$$\operatorname{tg}\beta_s = -\sin\alpha_s \operatorname{ctg}\beta_M. \quad (22)$$

Аналитические зависимости (5), (7), (8), (13), (20)–(22), выражающие принцип Даламбера для элементов изучаемой механической системы, будем называть математической моделью стационарного Z -состояния бифилярной передачи. При ее исследовании, если иное особо не оговорено, величины a, b, r, s будем считать постоянными геометрическими характеристиками передачи, величины α_F, β_F, μ_A и β_M – ее переменными силовыми параметрами состояния, а величины $\alpha_b, \beta_b, \alpha_r, \beta_r, \alpha_s, \beta_s, p, q, \varphi, \alpha_F^*, \beta_F^*$ и др. – искомыми неизвестными, подлежащими определению из условия их удовлетворения соотношениям математической модели и закономерностям взаимодействия всех элементов механической системы с окружающей средой в данных условиях ее работы.

Плоское Z -состояние передачи

Наиболее простым для анализа и описания является состояние передачи, когда четырехугольник $ABCD$ остается плоским и расположенным в плоскости начального четырехугольника AB^0C^0D . Для осуществления такого состояния достаточно предположить, что

$$\beta_F = \beta_F^0 = 0, \quad \beta_M = \beta_M^0 = \frac{\pi}{2}.$$

Действительно, последовательно используя уравнение (22), третье уравнение (20) и третье уравнение (8), устанавливаем, что в этом случае $\beta_s = \beta_r = \beta_b = 0$, что и подтверждает данное утверждение.

Тогда систему уравнений (8), (20) и (21) можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} a + s\cos\alpha_s - r\cos\alpha_r - b\cos\alpha_b &= 0; \\ s\sin\alpha_s - r\sin\alpha_r - b\sin\alpha_b &= 0; \\ q\cos\alpha_s + p\cos\alpha_r - \cos\alpha_F &= 0; \\ q\sin\alpha_s + p\sin\alpha_r - \sin\alpha_F &= 0; \\ 2q\sin\alpha_s - \mu_A &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Из первых двух уравнений этой системы находим, что

$$\operatorname{tg}\alpha_b = \frac{s\sin\alpha_s - r\sin\alpha_r}{a + s\cos\alpha_s - r\cos\alpha_r}; \quad (24)$$

$$\cos(\alpha_r - \alpha_s) - \frac{a}{r}\cos\alpha_s + \frac{a}{s}\cos\alpha_r = \frac{a^2 + s^2 + r^2 - b^2}{2rs}. \quad (25)$$

Замечаем, что при заданном соотношении размеров $a : b : r : s$ уравнением (25) определяется взаимосвязь переменных углов α_s и α_r , значениями которых характе-

ризуется множество всех возможных форм четырехугольника $ABCD$ с данным соотношением его сторон.

Для определенности, множество допустимых рабочих состояний передачи ограничим условиями, что

$$0 \leq \alpha_s < \alpha_r \leq \pi, \quad (26)$$

и отметим, что эти условия выполнимы, если $a < b$, $r < s$, $a + s < b + r$ и $b < a + r + s$. Тогда из уравнения (25) находим, что при $\alpha_s = 0$

$$\alpha_r = \alpha_{r_{\min}} = \arccos \frac{(a+s)^2 + r^2 - b^2}{2r(a+s)},$$

при $\alpha_r = \pi$

$$\alpha_s = \alpha_{s_{\max}} = \arccos \frac{b^2 - (a+r)^2 - s^2}{2s(a+r)},$$

что

$$\alpha_s \in [0, \alpha_{s_{\max}}], \quad \alpha_r \in [\alpha_{r_{\min}}, \pi]$$

и пусть

$$\alpha_r = f(\alpha_s) \in [\alpha_r, \pi] \quad (27)$$

– решение уравнения (25), которым при каждом $\alpha_s \in [0, \alpha_{s_{\max}}]$ определена соответствующая допустимая форма четырехугольника $ABCD$.

Затем, используя последние три уравнения в (23), находим, что

$$p = \frac{\sin(\alpha_F - \alpha_s)}{\sin(f(\alpha_s) - \alpha_s)}, \quad q = \frac{\sin(f(\alpha_s) - \alpha_F)}{\sin(f(\alpha_s) - \alpha_s)}; \quad (28)$$

$$\mu_A = \frac{2\sin\alpha_s \sin(f(\alpha_s) - \alpha_F)}{\sin(f(\alpha_s) - \alpha_s)}. \quad (29)$$

Далее учтем, что действительным состояниям передачи соответствует необходимость выполнения условий $p \geq 0$, $q \geq 0$ и что согласно (28) и (26) они выполнимы, если

$$0 \leq \alpha_s \leq \alpha_F \leq f(\alpha_s) \leq \pi. \quad (30)$$

Используя формулу (29), устанавливаем, что при $0 \leq \alpha_s \leq \alpha_F$ $\mu_A \leq 2\sin\alpha_F$, а при $\alpha_F \leq f(\alpha_s) \leq \pi$ $\mu_A \geq 0$. Совместному выполнению этих силовых условий существования плоских состояний передачи на плоскости $O\alpha_F\mu_A$ соответствуют точки (α_F, μ_A) Ω -области, расположенной между осью абсцисс $\mu_A = 0$ и синусоидой $\mu_A = 2\sin\alpha_F$ при $\alpha_F \in [0, \pi]$ (рис. 3). Начальному состоянию передачи соответствует точка $Z^0(\frac{\pi}{2}, 1)$.

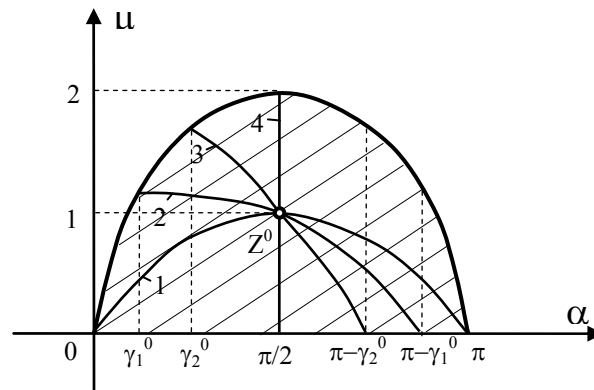


Рис. 3. Ω -область допустимых значений (α_F, μ_A) для существования плоских состояний бифилярных передач и графики функции $\mu_A = \frac{\sin(\alpha_F + \gamma^0)}{\cos \gamma^0}$, определяющей силовые условия неизменности формы четырехугольника AB^0C^0D при различных углах γ^0 : $1 - \gamma^0 = 0$; $2 - \gamma^0 = \frac{\pi}{6}$; $3 - \gamma^0 = \frac{\pi}{3}$; $4 - \gamma^0 = \frac{\pi}{2}$

Ω -область не зависит от размеров и формы начального четырехугольника AB^0C^0D . Это означает, что они не влияют на допустимые в плоском состоянии передачи сочетания (α_F, μ_A) , характеризующие соответствующее силовое взаимодействие тел T_A и T_B посредством связывающих их гибких поводков.

Рассматривая α_F аргументом, α_s – параметром функции $\mu_A = \mu_A(\alpha_F, \alpha_s)$, определяемой формулой (29), устанавливаем, что этой формулой при $\alpha_s \in [0, \alpha_{s_{\max}}]$ в Ω -области определено однопараметрическое семейство дуг синусоид различной амплитуды, различного сдвига по фазе и одинакового периода 2π . При этом значению $\alpha_s = \alpha_{s_{\max}}$ соответствует дуга границы Ω -области $\mu_A = 2\sin\alpha_F$, значению $\alpha_s = \gamma^0$ – дуга синусоиды, проходящей через точку $Z^0(\frac{\pi}{2}, 1)$. Каждая из дуг этого семейства соответствует постоянной форме четырехугольника $ABCD$ с данным углом $\alpha_s \in [0, \alpha_{s_{\max}}]$ и определяет соответствующую зависимость μ_A от α_F , при которой достигается такая неизменность формы.

Согласно (29) начальный четырехугольник AB^0C^0D будет сохранять неизменной свою начальную форму с $\alpha_s = \gamma^0$, если $\alpha_F \in [\gamma_0, \pi - \gamma_0]$

$$\mu_A = \frac{\sin(\alpha_F + \gamma^0)}{\cos \gamma^0}. \tag{31}$$

Этой формулой определено изображенное на рис. 3 однопараметрическое семейство дуг синусоид, проходящих через точку $Z^0(\frac{\pi}{2}, 1)$ и стягивающих соответствующие точки границы Ω -области при различных значениях $\gamma_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

Заключение

Согласно вышеизложенному задача описания плоского Z -состояния бифилярной передачи с заданным соотношением размеров $a : b : r : s$ при данном сочетании силовых параметров α_F и μ_A сводится к построению действительного решения нелинейного уравнения (25), удовлетворяющего всем названным условиям и ограничениям. Для описания пространственных Z -состояний решение подобной задачи оказывается существенно более сложным. Далее покажем, что все эти осложнения вполне устранимы при замене задачи построения решения полученной системы нелинейных уравнений в конечном виде задачей построения решения для соответствующей системы линейных дифференциальных уравнений.

Получено 25.11.2007 г.