УДК 621.313.333

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НА ТРЕНИЕ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОМ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ

Ю. А. РУДЧЕНКО

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Введение

Последнее время все больший интерес в различных отраслях науки и техники вызывают автоколебательные электроприводы, обладающие по сравнению с другими приводами периодического движения низкой материало- и энергоемкостью.

Как известно [1], в автоколебательном электроприводе двигатель выбирается не по полной мощности нагрузки, а лишь по потерям на трение, которые он должен компенсировать в процессе устойчивого автоколебательного движения. Применительно к стендам динамического испытания пружин это внутренние потери на трение в испытуемых пружинах. При проектировании стендов на основе АД вращательного движения и расчете полной мощности нагрузки эти потери учитываются в виде коэффициентов запаса к полезной мощности, необходимой для растяжения или сжатия пружин. Однако при проектировании автоколебательных электроприводов, где потери на трение являются основным критерием выбора двигателя, такой подход является не точным.

Поскольку внутренние потери в пружине обратно пропорциональны постоянной времени затухания свободных колебаний пружины с массой на ее конце, вызванных первоначальным растяжением (сжатием) испытуемой пружины, то, экспериментально определив это время, можно далее рассчитать коэффициент жидкостного трения, учитывающий потери.

Постановка задачи

Целью данной работы является получение аналитического выражения, определяющего связь внутренних потерь в пружине со временем затухания ее свободных колебаний, и создание на ее основе методики определения внутренних потерь на трение в пружине.

Решение задачи

Испытуемая пружина *1* с массой *2* на свободном конце (рис. 1) представляет собой линейный гармонический осциллятор при наличии трения, если принять, что сила трения пропорциональна скорости, а сила упругости пружины определяется законом Гука. Его уравнение движения запишется в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + H\frac{dx}{dt} + Cx = 0\,, \qquad (1)$$

где x – перемещение; m – масса; H – коэффициент жидкостного трения; C – коэффициент жесткости испытуемой пружины.

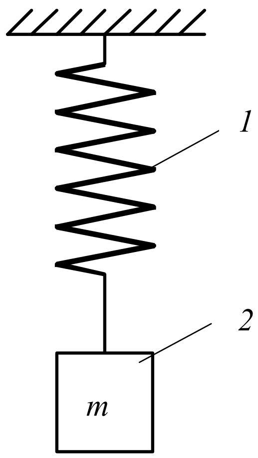

Рис. 1. Линейный гармонический осциллятор

Обозначая $2h = \dfrac{H}{m}$, $\omega_0^2 = \dfrac{C}{m}$ получим уравнение (1) в общепринятом виде:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (2)$$

Из теории колебаний [2] известно, что когда $h^2 < \omega_0^2$ (случай малого трения) движение в системе носит колебательный затухающий характер (рис. 2). Общее решение уравнения (2) в этом случае имеет вид:

$$x = e^{-ht}\left[A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right], \qquad (3)$$

где A и B – постоянные коэффициенты, определяемые начальными условиями:

$$A = x_0,\ B = \frac{\dot{x}_0 + h\,x_0}{\omega},$$

где ω – частота колебательного процесса:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}.$$

Решение уравнения (3) может быть также записано в виде:

$$x = K\,e^{-ht}\cos(\omega t + \alpha),$$

где

$$K = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + h\,x_0}{\omega}\right)^2},$$

$$\alpha = \mathrm{arctg}(-\frac{B}{A}) = \mathrm{arctg}(-\frac{\dot{x}_0 + h\,x_0}{\omega x_0}),$$

где x_0 и $\dot{x}_0$ – начальные отклонение и скорость, соответственно.

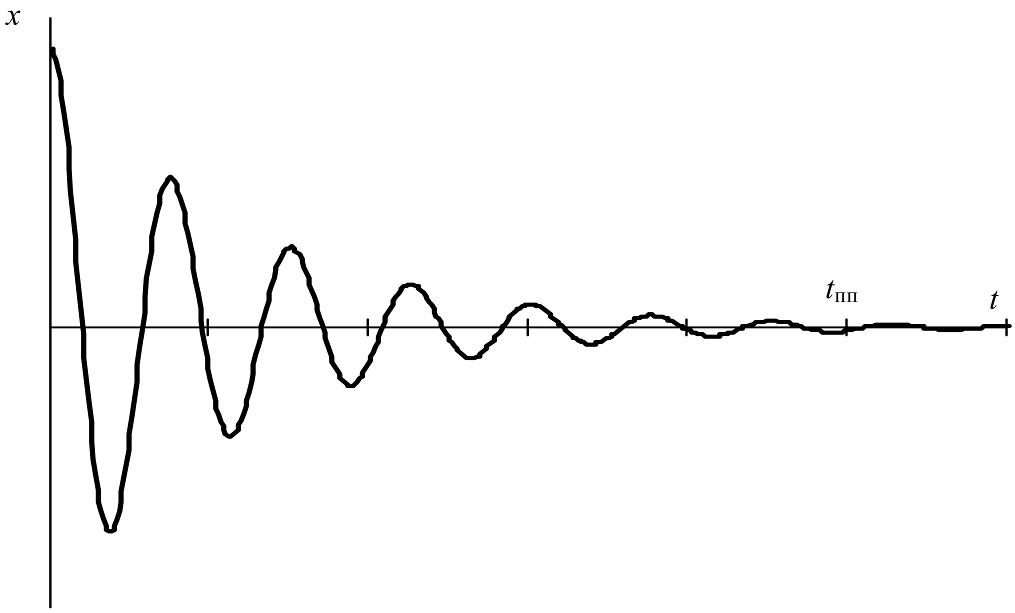

Рис. 2. Затухающий колебательный процесс

Постоянная времени и время апериодического переходного процесса соответственно равны

$$T = \frac{1}{h},$$

$$t_{пп} = 5T = \frac{5}{h}.$$

Проведя обратные замены найдем:

$$H = \frac{10m}{t_{пп}}. \qquad (4)$$

Таким образом, из выражения (4) видно, что время затухания колебаний зависит обратно пропорционально от трения.

В случае когда $h^2 > \omega_0^2$ (большое трение) движение в системе носит затухающий апериодический характер (рис. 3).

Если начальная скорость и начальное отклонение одного знака (рис. 3, *а*), то система сначала будет удаляться от состояния равновесия, причем скорость ее будет постепенно убывать (начальная кинетическая энергия расходуется на увеличение потенциальной энергии и на преодоление трения). Когда скорость падает до нуля, система начинает двигаться назад к положению равновесия, причем сначала скорость будет постепенно возрастать, т. к. восстанавливающая сила больше силы трения. Но при движении сила трения возрастает (т. к. скорость возрастает), а восстанавливающая сила убывает (т. к. система приближается к положению равновесия), и, следовательно, начиная с какого-то момента, скорость, достигшая к этому моменту максимума, начинает снова убывать. Система будет асимптотически приближаться к положению равновесия.

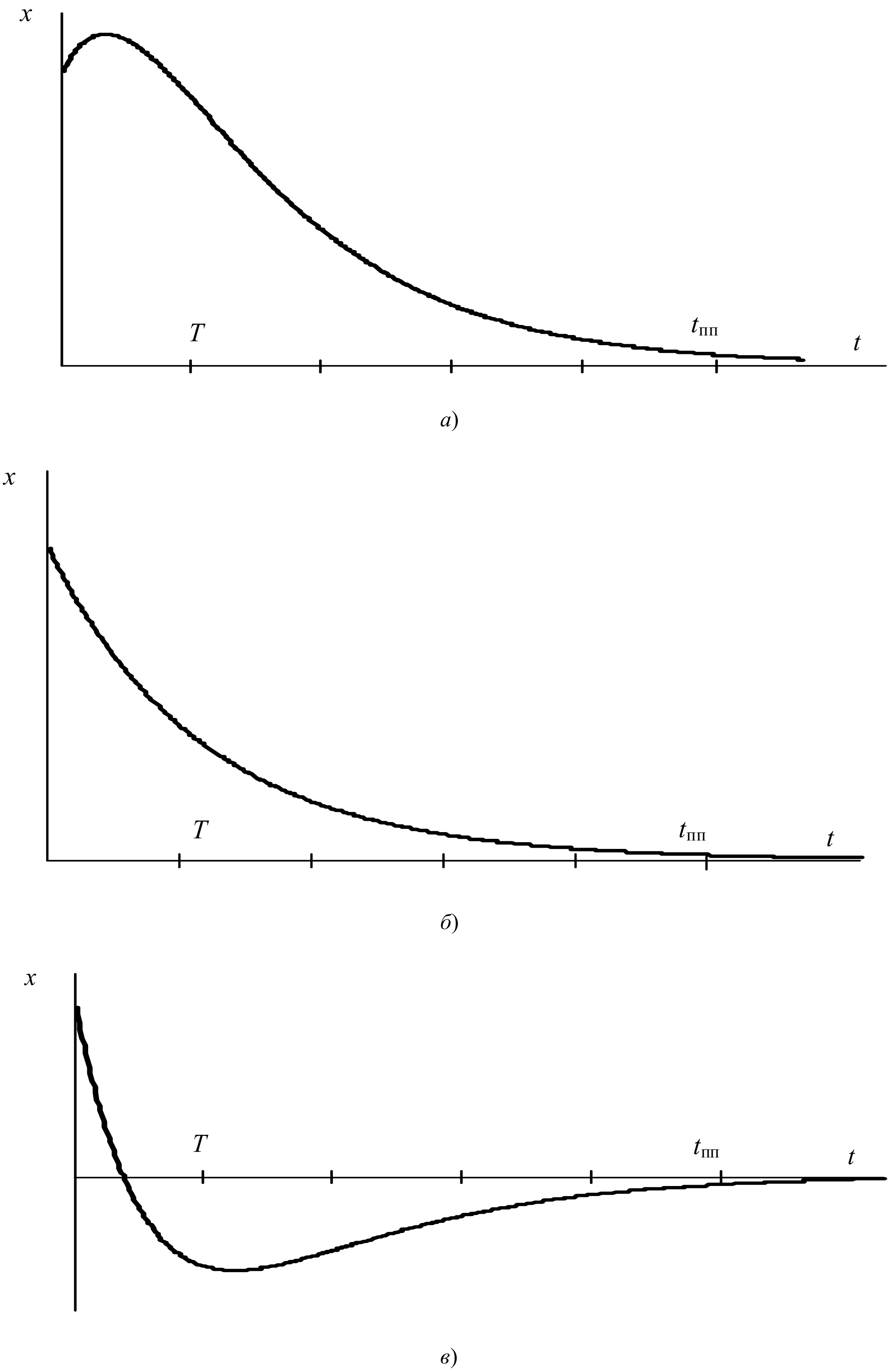

Рис. 3. Затухающий апериодический процесс: *а* – начальная скорость и начальное отклонение одного знака; *б*, *в* – начальная скорость и начальное отклонение разных знаков

Другой случай, когда начальная скорость и начальное отклонение разных знаков, т. е. начальный толчок направлен в сторону, противоположную начальному отклонению, приводит к двум различным типам движений (рис. 3, *б*, *в*). Если начальный толчок мал по сравнению с начальным отклонением, то система вследствие наличия большого трения не может перейти через положение равновесия и будет асимптотически приближаться к положению равновесия (рис. 3, *б*). Если же начальная скорость достаточно велика, то система в некоторый момент пройдет через положение равновесия и после этого еще будет обладать некоторой скоростью, направленной от положения равновесия, т. е. в ту же сторону, в которую отклонена система (рис. 3, *в*).

Общее решение уравнения (2) в случае «большого трения» имеет вид

$$x = Ae^{-q_1 t} + Be^{-q_2 t},$$

где

$$q_1 = h - \sqrt{h^2 - \omega_0^2},$$

$$q_2 = h + \sqrt{h^2 - \omega_0^2},$$

причем,

$$q_2 > q_1 > 0.$$

Время апериодического переходного процесса

$$t_{\text{пп}} = 5T_1 = \frac{5}{q_1} = \frac{5}{h - \sqrt{h^2 - \omega_0^2}}.$$

Выразим из данного уравнения параметр h, характеризующий трение в пружине. После нескольких преобразований получим

$$h = \frac{2{,}5}{t_{\text{пп}}} + \frac{\omega_0^2}{10} t_{\text{пп}}.$$

Проведем обратные замены и выразим коэффициент жидкостного трения:

$$H = \frac{5m}{t_{\text{пп}}} + \frac{\omega_0^2 t_{\text{пп}} m}{5} = \frac{5m}{t_{\text{пп}}} + \frac{Ct_{\text{пп}}}{5}. \tag{5}$$

Отношение $\frac{h^2}{\omega_0^2}$ характеризует близость системы к идеальному (без трения) линейному осциллятору. В теории нелинейных колебаний это отношение можно считать малым параметром μ, от которого зависит точность аналитического решения нелинейного дифференциального уравнения.

$$\mu = \frac{h^2}{\omega_0^2} = \frac{H^2}{4mC}.$$

Выводы

Таким образом, можно предложить следующую методику определения внутренних потерь в пружине:

1. Подготовка эксперимента (испытуемая пружина одним концом крепится к неподвижному основанию, а к другому присоединяется груз (рис. 1)).

2. Проведение эксперимента (придают пружине начальное растяжение или сжатие).

3. Регистрация параметров (фиксируется время затухания колебаний и визуально определяется характер переходного процесса (колебательный или апериодический)).

4. Расчет потерь (рассчитывается коэффициент жидкостного трения по выражению (4) или (5) в зависимости от характера переходного процесса).

Литература

1. Луковников, В. И. Общая методика проектирования автоколебательных асинхронных электроприводов / В. И. Луковников, Ю. А. Рудченко // Сб. науч. работ студентов высш. учеб. заведений Республики Беларусь «НИРС–2002». – Минск , 2003. – С. 440–443.
2. Андронов, А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – Москва : ФИЗМАТГИЗ, 1959. – 915 с.

Получено 25.05.2006 г.