

УДК 621.313.2

## МНОГОМЕРНО-ВРЕМЕННЫЕ ОПЕРАТОРНЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

**А. В. КОЗЛОВ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### Введение

Большинство элементов систем автоматического управления, таких как измерительные элементы и датчики, исполнительные элементы постоянного и переменного тока и другие имеют нелинейности типа «произведения», которые затрудняют анализ систем традиционными методами расчета.

Недостатки этих методов, базирующихся на одномерном преобразовании Лапласа, где произведения функций представляются в виде интегралов свертки, очевидны и общепризнаны (громоздкость аналитических преобразований, а в большинстве случаев получение приближенного конечного результата).

Использование многомерного преобразования Лапласа функций многих переменных дает возможность уйти от необходимости вычисления интеграла свертки, и тем самым упростить анализ систем автоматического управления, где имеются нелинейности типа «произведения» или различные модуляции сигналов.

В данной статье будут представлены многомерно-временные операторные модели исполнительных электродвигателей постоянного тока систем автоматического управления.

### 1. Математические модели электродвигателей постоянного тока во временной области

Основой систем управления, работающих на постоянном токе, являются исполнительные двигатели постоянного тока независимого последовательного, параллельного возбуждения, которые получают электропитание или от источника тока, или от источника напряжения. Временные математические модели указанных двигателей содержат операции перемножения, поэтому их анализ рациональнее проводить многомерно-временным операторным методом [1].

В табл. 1 представлены исходные временные математические модели исполнительных электродвигателей постоянного тока в относительных единицах различных типов и различного питания [2]. В приведенных моделях использованы следующие обозначения:

$$\tau_1 = \frac{T_{\text{мех}}}{T_{\text{я}}}; \quad \tau_2 = \frac{T_{\text{эм}}}{T_{\text{я}}}; \quad \tau_3 = \frac{T_{\text{эм}}}{T_{\text{в}}}; \quad \tau_4 = \frac{T_{\text{эм}}}{T_{\text{мех}}}; \quad \tau_5 = \tau_2 \cdot \frac{1 + \tau_1}{\tau_1}; \quad \tau_6 = \frac{\tau_1}{1 + \lambda_1};$$

$$\tau_7 = \frac{\tau_2}{1 + \lambda_1} \cdot \left( 1 + \frac{R_{\text{в}}}{R_{\text{я}}} \right) - \text{относительные постоянные времени;}$$

$T_{я} = \frac{L_{я}}{R_{я}}; T_{в} = \frac{L_{в}}{R_{в}}; T_{мех} = \frac{J_{я} \cdot \omega_{N}}{M_{н}}; T_{эм} = \frac{J_{я} \cdot R_{я}}{(k \cdot I_{вN})^2}$  – абсолютные постоянные времени обмоток якоря, возбуждения, механическая, электромеханическая;  $\alpha_1 = \frac{I_{вN}}{I_{яN}}; \alpha_2 = \frac{E_{яN}}{E_{вN}}; \lambda_1 = \frac{L_{в}}{L_{я}}$  – постоянные коэффициенты, зависящие от параметров электродвигателей.

Таблица 1

Математические модели электродвигателей постоянного тока

Тип электродвигателя	Тип источника электропитания	Математическая модель
Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением	Источник напряжения	$\begin{cases} \frac{di_{я}^{\circ}}{d\tau} = \tau_1 \cdot (e_{и\dot{я}}^{\circ} - i_{в}^{\circ} \cdot \omega^{\circ}) - \tau_2 \cdot i_{я}^{\circ}, \\ \frac{di_{в}^{\circ}}{d\tau} = \tau_3 \cdot (e_{и\dot{в}}^{\circ} - i_{в}^{\circ}), \\ \frac{d\omega^{\circ}}{d\tau} = \tau_4 \cdot (i_{я}^{\circ} \cdot i_{в}^{\circ} - M_{ст}^{\circ}) \end{cases}$
Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением	Источник напряжения	$\begin{cases} \frac{di_{я}^{\circ}}{d\tau} = \tau_1 \cdot (e_{и\dot{я}}^{\circ} - i_{в}^{\circ} \cdot \omega^{\circ}) - \tau_2 \cdot i_{я}^{\circ}, \\ \frac{di_{в}^{\circ}}{d\tau} = \tau_3 \cdot (\alpha_2 \cdot e_{и\dot{в}}^{\circ} - i_{в}^{\circ}), \\ \frac{d\omega^{\circ}}{d\tau} = \tau_4 \cdot (i_{я}^{\circ} \cdot i_{в}^{\circ} - M_{ст}^{\circ}) \end{cases}$
Двигатель постоянного тока с последовательным возбуждением	Источник напряжения	$\begin{cases} \frac{di_{я}^{\circ}}{d\tau} = \frac{\tau_1}{1 + \lambda_1} \cdot (e_{и\dot{я}}^{\circ} - i_{я}^{\circ} \cdot \omega^{\circ}) - \\ - \frac{\tau_2}{1 + \lambda_1} \cdot \left(1 + \frac{R_{в}}{R_{я}}\right) \cdot i_{я}^{\circ}, \\ \frac{d\omega^{\circ}}{d\tau} = \tau_4 \cdot (i_{я}^{\circ} \cdot i_{я}^{\circ} - M_{ст}^{\circ}) \end{cases}$
Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением и с последовательным возбуждением	Источник тока	$\frac{d\omega^{\circ}}{d\tau} = \tau_4 \cdot (i_{и\dot{я}}^{\circ} \cdot i_{и\dot{в}}^{\circ} - M_{ст}^{\circ})$

Тип электродвигателя	Тип источника электропитания	Математическая модель
Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением	Источник тока	$\begin{cases} \frac{di_{я}^o}{d\tau} = \tau_5 \cdot (i_{ия}^o - \alpha_2 \cdot (i_{ия}^o - i_{я}^o) \cdot \omega^o) - \\ - \tau_5 \cdot \frac{R_B}{R_{я}} \cdot i_{я}^o, \\ \frac{d\omega^o}{d\tau} = \tau_4 \cdot \left( i_{я}^o \cdot (i_{ия}^o - i_{я}^o) \cdot \frac{1}{\alpha_1} - M_{ст}^o \right) \end{cases}$

Используя временные математические модели электродвигателей постоянного тока, представленные в табл. 1, изобразим их структурные схемы во временной области.

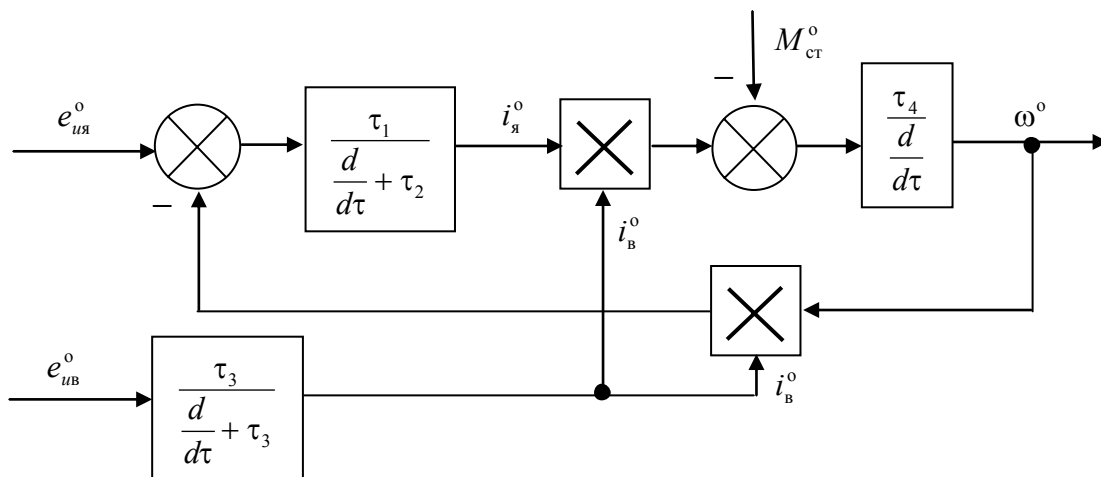


Рис. 1. Структурная схема электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения при питании от источника напряжения во временной области

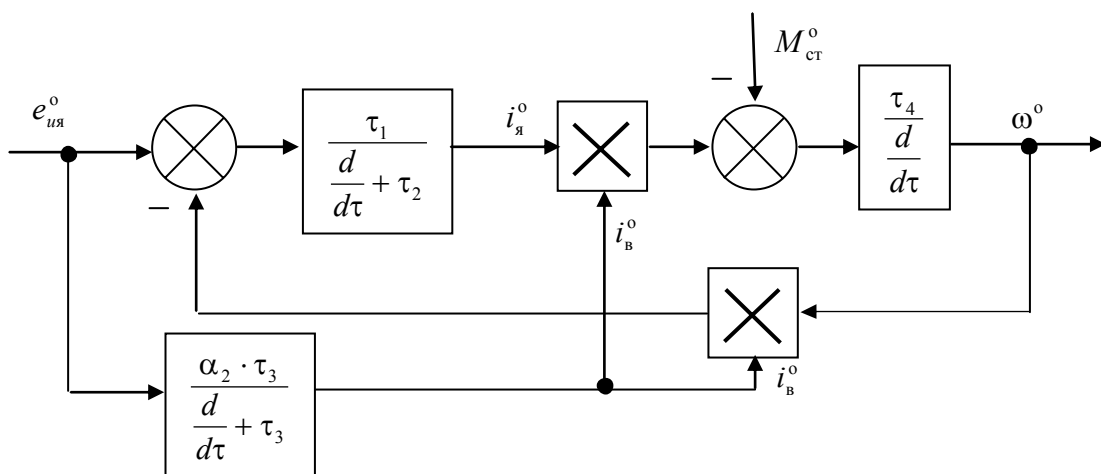


Рис. 2. Структурная схема электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения при питании от источника напряжения во временной области

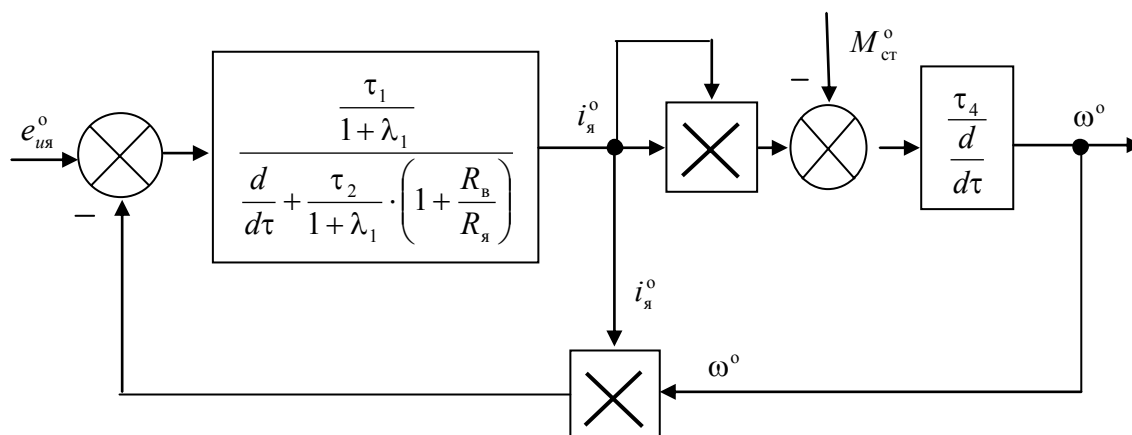


Рис. 3. Структурная схема электродвигателя постоянного тока последовательного возбуждения при питании от источника напряжения во временной области

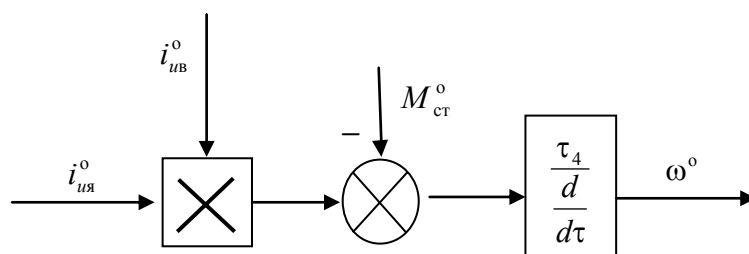


Рис. 4. Структурная схема электродвигателя постоянного тока независимого и последовательного возбуждения при питании от источника тока во временной области

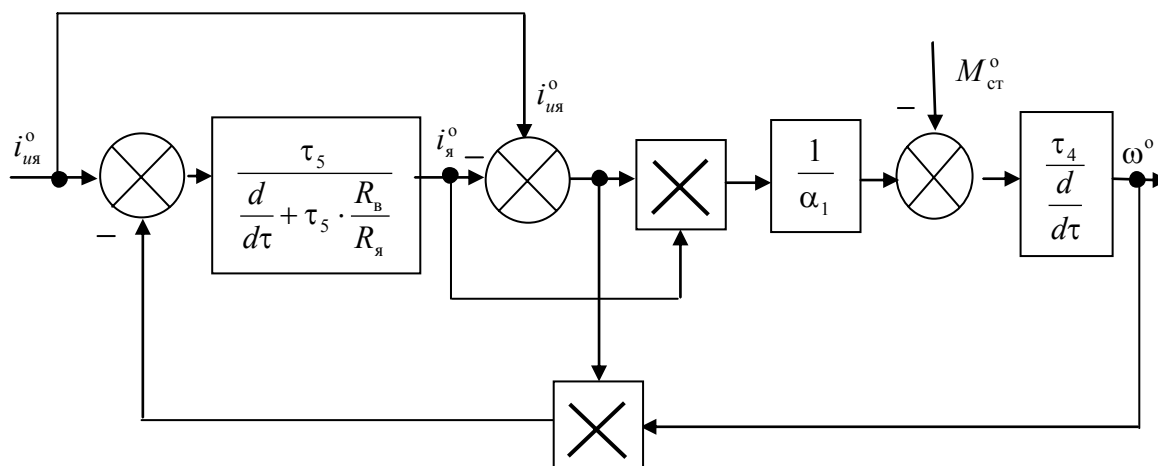


Рис. 5. Структурная схема электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения при питании от источника тока во временной области

Из структурных схем (рис. 1–5) видно, что у электродвигателей постоянного тока независимого, параллельного, последовательного возбуждения при питании от источника напряжения и для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением при питании от источника тока в канале обратной связи по ЭДС якоря имеет место блок перемножения сигналов. Это обстоятельство затрудняет анализ этих типов электродвигателей многомерно-временным операторным методом. Поэтому будем считать, что  $T_{эм} \gg T_{я}$ . В этом случае обратной связью по ЭДС якоря можно пренебречь.

## 2. Многомерно-временные структурные схемы и передаточные функции электродвигателей постоянного тока

Используя временные структурные схемы электродвигателей постоянного тока (рис. 1–5), а также учитывая пренебрежение обратной связью по ЭДС якоря, изобразим структурные схемы электродвигателей для многомерной операторной области в соответствии с рекомендациями работы [1].

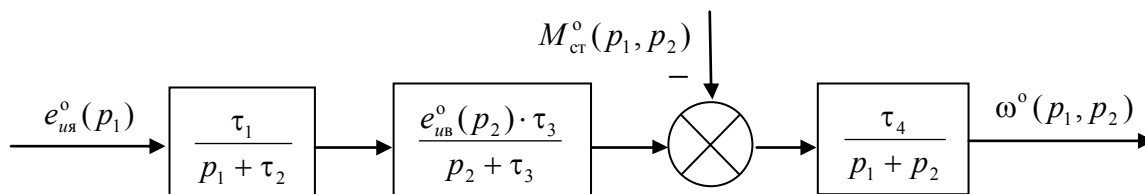


Рис. 6. Структурная схема электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения при питании от источника напряжения в двумерной операторной области

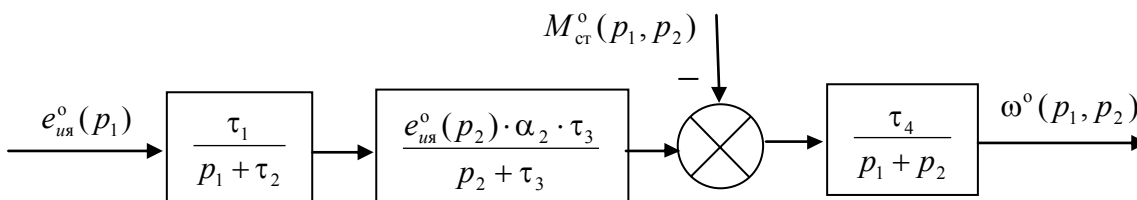


Рис. 7. Структурная схема электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения при питании от источника напряжения в двумерной операторной области

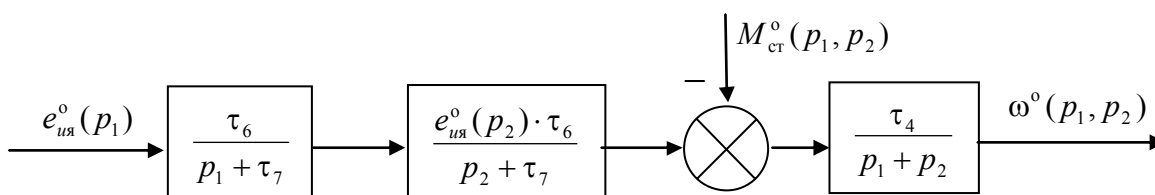


Рис. 8. Структурная схема электродвигателя постоянного тока последовательного возбуждения при питании от источника напряжения в двумерной операторной области

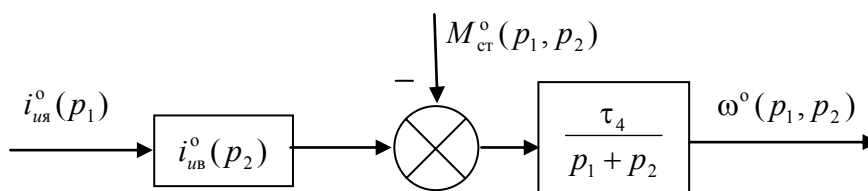


Рис. 9. Структурная схема электродвигателя постоянного тока независимого и последовательного возбуждения при питании от источника тока в двумерной операторной области

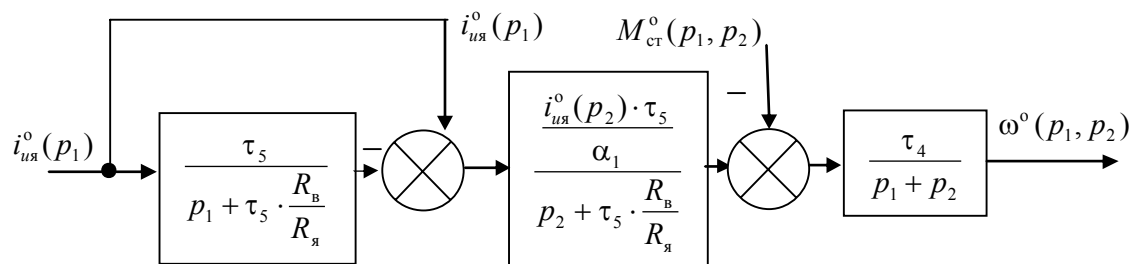


Рис. 10. Структурная схема электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения при питании от источника тока в двумерной операторной области

Передаточные функции по управлению  $u_{\text{я}}(i_{\text{я}})$  для многомерной операторной области, в соответствии со структурными схемами (рис. 6–10), представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Многомерно-временные передаточные функции для электродвигателей постоянного тока**

Тип электродвигателя	Многомерно-временная передаточная функция
ДПТ независимого возбуждения при питании от источника напряжения	$W_{\text{yee}}(p_1, p_2) = \frac{\omega^o(p_1, p_2)}{e_{\text{ия}}^o(p_1)} = \frac{e_{\text{ув}}^o(p_2) \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4}{(p_1 + \tau_2) \cdot (p_2 + \tau_3) \cdot (p_1 + p_2)}$
ДПТ параллельного возбуждения при питании от источника напряжения	$W_{\text{yee}}(p_1, p_2) = \frac{\omega^o(p_1, p_2)}{e_{\text{ия}}^o(p_1)} = \frac{e_{\text{ия}}^o(p_2) \cdot \tau_1 \cdot \alpha_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_4}{(p_1 + \tau_2) \cdot (p_2 + \tau_3) \cdot (p_1 + p_2)}$
ДПТ последовательного возбуждения при питании от источника напряжения	$W_{\text{yee}}(p_1, p_2) = \frac{\omega^o(p_1, p_2)}{e_{\text{ия}}^o(p_1)} = \frac{e_{\text{ия}}^o(p_2) \cdot \tau_6^2 \cdot \tau_4}{(p_1 + \tau_7) \cdot (p_2 + \tau_7) \cdot (p_1 + p_2)}$
ДПТ независимого и последовательного возбуждения при питании от источника тока	$W_{\text{yee}}(p_1, p_2) = \frac{\omega^o(p_1, p_2)}{i_{\text{ия}}^o(p_1)} = \frac{i_{\text{ув}}^o(p_2) \cdot \tau_4}{(p_1 + p_2)}$
ДПТ параллельного возбуждения при питании от источника тока	$W_{\text{yee}}(p_1, p_2) = \frac{\omega^o(p_1, p_2)}{i_{\text{ия}}^o(p_1)} = \frac{\left( p_1 - \tau_5 \cdot \left( 1 + \frac{R_{\text{б}}}{R_{\text{я}}} \right) \right) \cdot i_{\text{ия}}^o(p_2) \cdot \tau_5 \cdot \tau_4}{\left( p_1 + \tau_5 \cdot \frac{R_{\text{б}}}{R_{\text{я}}} \right) \cdot \left( p_2 + \tau_5 \cdot \frac{R_{\text{б}}}{R_{\text{я}}} \right) \cdot (p_1 + p_2)}$

По структурным схемам (рис. 6–10) можно также получить многомерно-временные передаточные функции и по каналу управления напряжением возбуждения (ДПТНВ), а также и многомерно-временные передаточные функции по каналу возмущения.

#### **Заключение**

По известным временным математическим моделям исполнительных электродвигателей постоянного тока были получены их многомерно-временные операторные структурные схемы и передаточные функции. В результате такого представления моделей можно выделить ряд преимуществ по сравнению с представлением этих же моделей на основе одномерного интегрального преобразования Лапласа:

- отсутствие блоков перемножения в многомерно-временных операторных структурных схемах, что упрощает структурное изображение полученных моделей, а значит, и их анализ;
- получение аналитически точных выражений многомерно-временных передаточных функций как по каналу управления и возбуждения, так и по каналу возмущения, что было невозможно при использовании одномерного преобразования.

#### **Литература**

1. Козлов, А. В. Многомерно-временной операторный метод анализа и синтеза элементов САУ / А. В. Козлов // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – Гомель. – 2005. – № 4. – С. 37–48.
2. Кухаренко, С. И. Математическое моделирование потенциального и токового управления разомкнутыми электроприводами / С. И. Кухаренко, А. И. Рожков, Н. Б. А. Фершии // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2002. – № 3–4. – С. 93–100.

*Получено 04.09.2006 г.*