

ГИДРОМЕХАНИКА

Д. А. ЭФРОС

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КАВИТИРУЮЩИЙ КОНТУР В ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОТОКЕ

(Представлено академиком В. Л. Поздюниным 27 I 1948)

Гидродинамические явления, происходящие при развитой кавитации, могут быть описаны построением „эквивалентного течения“ — стационарного разрывного потенциального течения идеальной жидкости, дающего осредненную по времени условную картину движения.

Обоснование схемы и метод построения подобных эквивалентных двулстных течений даны в работе (4).

Схема двулстного струйного течения была применена для решения задач, в которых имеет место симметрия обтекания (1, 2).

Сопоставление с опытными данными показало, что теория позволяет вычислить гидродинамические силы, действующие на обтекаемое тело, и дает возможность с достаточным приближением найти форму и размеры кавитационной области (5).

В несимметричном течении гидродинамическая задача является определенной, если может быть указано независимое соотношение, определяющее значение циркуляции по контуру L , охватывающему обтекаемое тело и кавитационную область (рис. 1).

Рассмотрим кавитационное обтекание плоского контура. Кавитационное течение является нестационарным, но нестационарность эта носит периодический характер, и средние размеры кавитационной области остаются постоянными. Вследствие этого среднее за достаточно большой промежуток времени локальное изменение количества движения внутри контрольной поверхности L равно нулю. Рассматривая конвективное изменение количества движения через контрольную поверхность L , найдем для средних значений подъемной силы и циркуляции формулу Н. Е. Жуковского

$$Y_{\text{ср}} = \rho \Gamma_{\text{ср}} V_{\infty},$$

т. е. среднее значение циркуляции по контуру, охватывающему тело и каверну, связано со средним значением подъемной силы обычным соотношением.

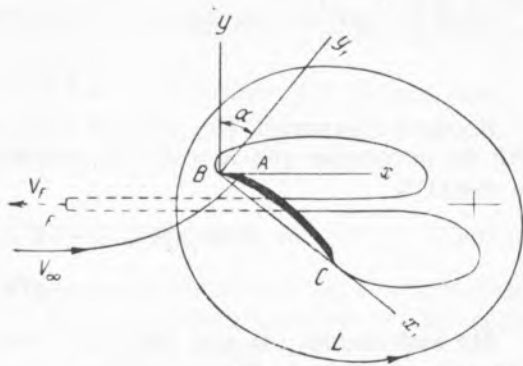


Рис. 1

При построении эквивалентного двулнстного течения следует потребовать, чтобы для него также выполнялось существующее в физическом течении соотношение между подъемной силой и циркуляцией. Если это условие выполнено, то построенное течение будет близко к действительному везде, за исключением лишь области закрутки каверны, где сильно проявляется нестационарность.

В эквивалентном течении должно, следовательно, выполняться:

$$Y = -\rho GV_{\infty}. \quad (1)$$

Положительное направление обхода принято против часовой стрелки (рис. 1).

В работе (4) высказывалось в качестве условия, замыкающего задачу построения эквивалентного течения, предположение о приближенном равенстве нулю циркуляции по контуру вида L . Из предыдущего следует, что предположение это оказывается неверным. Среднее значение циркуляции определяется без дополнительных предположений, согласно (1).

Применяя уравнение количества движения, найдем общее выражение для действующей на контур в эквивалентном течении подъемной силы:

$$Y = -(\rho GV_{\infty} + \rho QV_{Fy}), \quad (2)$$

где Q — объемный расход в струе и V_{Fy} — компонента скорости $\bar{V}_F$ в бесконечно удаленной точке F струи.

Входящие в (2) величины должны удовлетворять соотношению (1).

Из (1) и (2) немедленно вытекает условие коллинеарности векторов $\bar{V}_{\infty}$ и $\bar{V}_F$ (рис. 1).

Если σ — число кавитации, то скорость в точке F выразится в виде:

$$\bar{V}_F = -\sqrt{1+\sigma}\bar{V}_{\infty}. \quad (3)$$

Воспользовавшись (3), найдем следующие выражения для проекций на поточные оси x и y гидродинамической силы, действующей на контур:

$$X = \rho QV_{\infty}(1 + \sqrt{1+\sigma}), \quad (4)$$

$$Y = -\rho GV_{\infty}. \quad (1)$$

Из выражения (4) для силы лобового сопротивления следует, что для тел, имеющих малое лобовое сопротивление, величина расхода Q в струе также мала.

Толщина струи δ для контура, имеющего хорду, равную единице, равна:

$$\delta = \frac{X}{\rho V_{\infty}^2 \sqrt{1+\sigma}(1 + \sqrt{1+\sigma})} \leq \frac{C_x}{4}.$$

Для тел малого лобового сопротивления оказывается наиболее применимым построение эквивалентного течения по принятой в (4) схеме, основанной на пренебрежении явлениями возврата во внешний поток жидкости, попадающей в кавитационную область.

Для контура малой кривизны, обтекаемого на малых углах атаки, при малых числах кавитации коэффициент лобового сопротивления $C_x \cong C_R \alpha$, где коэффициент полной гидродинамической силы

$$C_R \cong \frac{\pi}{2} \alpha + \sigma.$$

Отсюда толщина струи

$$\delta = \frac{\pi x^2 + 2\sigma x}{8}.$$

Величина δ имеет здесь второй порядок малости по сравнению с хордой контура. Расход Q есть малая второго порядка по сравнению с Γ . В данном случае влияние нестационарности и явлений возврата ничтожно. Эквивалентное течение будет практически совпадать с действительным везде, за исключением небольшой, удаленной от тела области замыкания каверны.

Для вычисления гидродинамических сил необходимо найти величины Γ и Q .

Следуя методу построения течения и обозначениям, принятым в (4), найдем:

$$\Gamma + iQ = -2\pi i \operatorname{Res}_{\tau=i\tau_1} \left| \frac{dW}{d\tau} \right|$$

где $dW/d\tau$ выражается посредством параметров конформного преобразования по приведенным в указанной работе (4) формулам.

Для определения параметров и построения течения следует воспользоваться приведенной там же системой уравнений, но уравнение $\Gamma \cong 0$ должно быть заменено вытекающим из (3) условием для направления скорости в точке F :

$$\arg \frac{dz}{dW} \Big|_{\tau=\tau_0} = \pi + \alpha. \quad (5)$$

Удобное выражение для гидродинамических сил в комплексной форме возможно получить применением обобщенных формул, данных в работе (3).

Воспользовавшись этими формулами и условием (5), будем иметь:

$$X_1 + iY_1 = \rho V_\infty e^{i\alpha} \left[Q \left(1 + \frac{1}{c_2} \right) - i\Gamma \right], \quad (6)$$

где X_1 и Y_1 — проекции гидродинамической силы на оси, связанные с контуром (рис. 1).

Формула для момента неудобна для вычислений. Для нахождения момента целесообразно построить распределение давления по контуру, что представляет также и самостоятельный интерес.

Поступило
17 I 1948

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. И. Гуревич, Тр. ЦАГИ, № 512 (1947). ² М. И. Гуревич, Изв. АН СССР, ОТН, № 4 (1946). ³ Л. И. Седов, Усп. матем. наук, в. 6 (1939). ⁴ Л. А. Эфрос, ДАН, 51, № 4 (1946). ⁵ Д. А. Эфрос, Изв. АН СССР, ОТН, № 9 (1947).