

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Член-корреспондент АН СССР И. С. БРУК

**НЕВОЗБУЖДЕННЫЙ ТУРБОГЕНЕРАТОР В АСИНХРОННОМ РЕЖИМЕ**

На практике наблюдались случаи, когда турбогенераторы с отключенной обмоткой возбуждения продолжали работать в качестве асинхронных генераторов, отдавая в сеть значительную мощность. Разумеется, такой режим нельзя считать приемлемым в условиях длительной работы, однако как кратковременный или аварийный он возможен. В литературе отсутствуют указания, относящиеся к расчету характеристик такой машины. Более того, отсутствует удовлетворительное объяснение того, что массивный турборотор, снабженный пазами, но с разомкнутой обмоткой, способен развить значительный вращающийся момент при сравнительно малом скольжении.

Для гладкого цилиндрического ротора, помещенного во вращающееся круговое магнитное поле, вектор плотности тока  $j$  в точке с координатами  $r, \varphi$  определяется формулой (1)

$$j = \frac{B_0 R_a \omega}{i \rho_0 10^8} \frac{J_p(\tilde{\alpha} r)}{J_p(\tilde{\alpha} R_a)} e^{i(\omega t - p\varphi)} \quad (\text{А/см}^2), \quad (1^*)$$

где  $B_0$  — амплитуда нормальной составляющей магнитной индукции на поверхности ротора,  $R_a$  — радиус ротора в см,  $p$  — число пар полюсов вращающегося поля,  $\omega$  — круговая частота,  $\tilde{\alpha} = \sqrt{\frac{4\pi\mu\omega}{\rho_0 10^8}}$ ,  $\mu$  — магнитная проницаемость и  $\rho_0$  — удельное сопротивление материала ротора ( $\Omega \cdot \text{см}$ ),  $J_p$  — функция Бесселя  $p$ -го порядка первого рода.

Для потерь в роторе, отнесенных к боковой поверхности ротора, из (1) следует (1):

$$P_r = \frac{B_0^2 R_a \omega 10^{-7}}{8 p^2 \pi \mu} \operatorname{Im} (\psi_p(\tilde{\alpha} R_a)) \quad (\text{В/см}^2). \quad (2^*)$$

Удельный вращающийся момент, т. е. вращающийся момент в „синхронных ваттах“, развиваемый 1 см<sup>2</sup> боковой поверхности ротора, при скольжении  $s$  равен  $P_r/s$ , через  $\varphi_p$  обозначена функция  $\varphi_k(x) =$

$$= \frac{x J_{k-1}(x)}{J_k(x)} - k.$$

При не слишком малых значениях  $\alpha R_a$  можно приближенно принять:

$$P_r = \frac{B_0^2 R_a^2 \omega^3 / 2 \cdot 10^{-7}}{4 p^2 \sqrt{2\pi\rho_0\mu} 10^8} \quad (\text{В/см}^2). \quad (2a^*)$$

Например, для двухполюсной машины с диаметром ротора  $2R_a = 90$  см, изготовленного из стали с удельным сопротивлением

$\rho_0 = 12 \mu\Omega \cdot \text{см}$  при  $\mu = 400$ , удельные потери составили бы для  $B_0 = 7000$  и  $s = 1^0/0$  ( $\omega = 3,14$ )  $2,5 \text{ W/см}^2$  ( $25 \text{ kW/м}^2$ ) и удельный момент  $2500 \text{ kW/м}^2$  — это не малая величина по сравнению с удельным моментом в нормальном синхронном режиме. Но потери весьма велики (почти в 2 раза больше нормальных потерь в роторе).

Рассмотрим, что вносит нового наличие пазов. С одной стороны, удаляется часть материала из поверхностного слоя, грубо говоря, — около половины сечения зубцовой зоны. Следовательно, увеличивается сопротивление поверхностного слоя. В формуле для потерь это можно отразить введением удвоенного значения  $\rho_0$ . С другой стороны, наличие пазов резко увеличивает магнитное сопротивление для тангенциального потока (2). При ширине паза, равной средней толщине зуба, это дает значение эффективной магнитной проницаемости  $\mu = 2$ , вместо 400 в рассмотренном выше примере. Существенно важно, что это значение  $\mu$  мало зависит от действительной магнитной проницаемости материала ротора благодаря наличию значительных воздушных промежутков. Таким образом, ротор, на поверхности которого профрезерованы пазы (равномерно по окружности), приближенно можно рассматривать как гладкий с магнитной проницаемостью  $\mu_{\text{эфф}} = 2$  и удельным сопротивлением  $\rho_0' = 2\rho_0$  (в зубцовой зоне).

С этими значениями  $\mu$  и  $\rho_0'$  для рассмотренного выше примера мы получили бы по формуле (2\*) десятикратный вращающий момент. В действительности должно быть меньше, так как в формулах (1\*) и (2\*) не учтено влияние торцевых токов, соответствующих токам на торцевых кольцах ротора с обычной беличьей клеткой. Приближенно это обстоятельство можно учесть, введя в расчет несколько меньшую (на 15—20%) длину ротора. Второе обстоятельство, влекущее за собой некоторое уменьшение вращающего момента, заключается в том, что асимптотическое значение  $\text{Im}(\varphi_p(\bar{\alpha}R_d))$  дает преувеличенное значение при малых значениях  $\alpha$ , составляющих около одной десятой первоначального.

Поэтому после предварительного, в значительной мере качественного, рассмотрения, из которого, однако, видна суть дела, мы перейдем к выводу более точных соотношений:

Положим, что ротор вырезан двумя нормальными к оси плоскостями из бесконечно длинного цилиндра. Это позволит считать плотность тока не зависящей от координаты  $z$ , ось которой совпадает с осью ротора. В цилиндрических координатах  $r, \varphi, z$  имеем для  $\vec{j}_z$  на основании закона полного тока (уравнения записаны в системе CGSM):

$$\vec{j}_z = \frac{1}{4\pi r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r\bar{B}_\varphi}{\mu_\varphi} \right) - \frac{\partial \bar{B}_r}{\partial \varphi} \frac{1}{\mu_r} \right]; \quad (1)$$

$\bar{B}_r, \bar{B}_\varphi$ , и  $\vec{j}_z$  — мгновенные значения радиальной и тангенциальной составляющих вектора магнитной индукции и плотности тока,  $\mu_r$  и  $\mu_\varphi$  — магнитная проницаемость в радиальном и тангенциальном направлениях.

Благодаря наличию пазов  $\mu_r \gg \mu_\varphi$ . Закон электромагнитной индукции дает для обоих контуров, заштрихованных на рис. 1:

$$\rho \frac{\partial j_z}{\partial r} = \frac{\partial \bar{B}_\varphi}{\partial t}, \quad -\rho \frac{\partial j_z}{r \partial \varphi} = \frac{\partial \bar{B}_r}{\partial t}. \quad (2)$$

Зависимость от времени  $t$  и координаты  $\varphi$  запишем в виде  $e^{i(\omega t - p\varphi)}$ , где  $\omega$  — круговая частота, а  $p$  — число пар полюсов.

Тогда  $\bar{B}_r = \text{Re}[\dot{B}_r e^{i(\omega t - p\varphi)}]$  и аналогично  $\bar{B}_\varphi$  и  $\vec{j}_z$ ;  $\dot{B}$  и  $\dot{j}$  — комплексные амплитуды вектора магнитной индукции и плотности тока, являющиеся функцией только радиуса  $r$ . Из уравнений (1) и (2) после

несложных выкладок получено для определения комплексной амплитуды  $\dot{j}_z^*$  следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 \dot{j}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\dot{j}}{dr} - \dot{j} \left( \alpha^2 i - \frac{\mu_\varphi}{\mu_r} \frac{p^2}{r^2} \right) = 0, \quad (3)$$

где  $\alpha^2 = \frac{4\pi\mu_\varphi\omega}{\rho}$ .

Решение уравнения (3) записывается в следующем виде:

$$\dot{j} = C_1 J_\nu(\tilde{\alpha}r) + C_2 J_{-\nu}(\tilde{\alpha}r), \quad (4)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные, подлежащие определению из граничных условий

$$\nu = p \sqrt{\frac{\mu_\varphi}{\mu_r}}, \quad \tilde{\alpha} = \alpha e^{\frac{3}{4}\pi i}. \quad (5)$$

Решение, определяемое (4), справедливо только для зубцовой зоны, ограниченной радиусами  $R_a$  и  $R_i$  (рис. 1). Для внутренней части ротора  $r < R_i$  мы можем принять  $\mu_\varphi' = \mu_r' = \mu$  и, соответственно,  $\rho = \rho'$ . Распределение плотности тока подчиняется выражению:

$$\dot{j} = C_3 J_p(\tilde{\alpha}'r),$$

где  $\tilde{\alpha}' = \sqrt{\frac{4\pi\mu'\omega}{\rho'}} e^{\frac{3}{4}\pi i}$ .

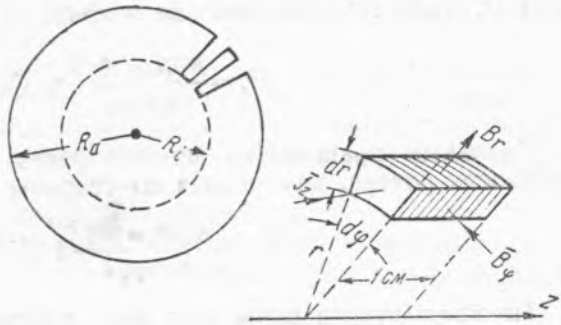


Рис. 1

Постоянная  $C_3$  связана с  $C_1$  и  $C_2$  условиями на границах зубцовой зоны, т. е. условием равенства нормальной составляющей магнитной индукции и тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля. Из (2) на основании (4) и (5) находим значения  $\dot{B}_r$  и  $\dot{H}_\varphi$  на границе ( $r = R_i$ ), а после несложных выкладок получаем:

$$\dot{j} = \frac{B_0 R_a \omega}{\rho \rho'} \frac{J_\nu(\tilde{\alpha}r) - \psi J_{-\nu}(\tilde{\alpha}r)}{J_\nu(\tilde{\alpha}R_a) - \psi J_{-\nu}(\tilde{\alpha}R_a)}, \quad (6)$$

где

$$\psi = \frac{J_\nu(\tilde{\alpha}R_i)}{J_{-\nu}(\tilde{\alpha}R_i)} \frac{\varphi_\nu(\tilde{\alpha}R_i) - \frac{\mu_\varphi}{\mu_r'} \varphi_p(\tilde{\alpha}'R_i)}{\varphi_{-\nu}(\tilde{\alpha}R_i) - \frac{\mu_\varphi}{\mu_r'} \varphi_p(\tilde{\alpha}'R_i)}, \quad (7)$$

$$\varphi_k(x) = \frac{x J_{k-1}(x)}{J_k(x)} - k. \quad (7a)$$

По мере увеличения частоты  $\omega$  (или скольжения) скинэффект проявляется все сильнее и сильнее, и на распределении тока вблизи поверхности почти не сказывается структура глубинных слоев.

При большой частоте выражение (6) стремится к следующему:

$$\dot{j}(\omega \rightarrow \infty) = \frac{B_0 R_a \omega}{\rho \rho'} \frac{J_\nu(\tilde{\alpha}r)}{J_\nu(\tilde{\alpha}R_a)}. \quad (8)$$

\* Индекс  $z$  в дальнейшем опускаем.

Для вывода формулы, определяющей значение вращающего момента, найдем выражение для тангенциальной составляющей вектора напряженности магнитного поля на поверхности ротора ( $r=R_a$ ). Из (2) и (6) получим:

$$\dot{H}_{\varphi_0} = - \frac{iB_0}{\rho\mu_{\varphi}} \frac{J_{\nu}(\bar{\alpha}R_a)\varphi_{\nu}(\bar{\alpha}R_a) - \psi J_{-\nu}(\bar{\alpha}R_a)\varphi_{-\nu}(\bar{\alpha}R_a)}{J_{\nu}(\bar{\alpha}R_a) - \psi J_{-\nu}(\bar{\alpha}R_a)} = - \frac{iB_0}{\rho\mu_{\varphi}} (\xi + i\eta). \quad (9)$$

Действие роторных токов может быть заменено действием некоторой обмотки, синусоидально распределенной по поверхности ротора, с линейной нагрузкой  $\bar{A} = \text{Re} [\bar{A}e^{i(\omega t - \rho\varphi)}]$ . Тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля, создаваемая этой эквивалентной обмоткой, должна быть равна  $\dot{H}_{\varphi_0}$ , т. е. должна быть  $4\pi\dot{A} = \dot{H}_{\varphi_0}$ . Напряжение, приходящееся на 1 см длины ротора, равно  $\dot{E} = \rho\dot{j}(r=R_a) = \rho\dot{j}_0$ , откуда получаем потери на 1 см<sup>2</sup> поверхности ротора  $P_r = \dot{j}_0 \text{Re}(\dot{H}_{\varphi_0})/8\pi$ , или, на основании (9):

$$P_r = \frac{B_0^2 R_a \omega 10^{-7}}{8\rho^2 \pi \mu_{\varphi}} \eta \quad (\text{W/см}^2). \quad (10)$$

Удельный вращающий момент равен  $P_r/s$ . Удельная реактивная мощность ротора, измеренная со стороны первичной обмотки:

$$\frac{Q_r}{s} = \frac{B_0^2 R_a \omega 10^{-7}}{8\rho^2 \pi \mu_{\varphi} s} \xi \quad (\text{VA/см}^2).$$

По предыдущим формулам был рассчитан удельный вращающий момент, развиваемый двухполюсным турборотором с размерами:  $R_a = 48$  см,  $R_i = 36$  см. Удельное сопротивление для зубцовой зоны  $25 \mu\Omega \cdot \text{см}$ , для внутренней части ротора  $13 \mu\Omega \cdot \text{см}$  и  $\mu' = 300$ .

Отношение тангенциальной магнитной проницаемости к радиальной для зубцовой зоны  $\mu_{\varphi}/\mu_r$  принято равным 2:200 (средняя ширина зуба равна ширине паза). При скольжении  $s = 0,5\%$  и частоте сети 50 Hz. это дает:

$$\alpha = \sqrt{\frac{4\pi\mu_{\varphi}\omega}{\rho}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 2 \cdot 0,005 \cdot 314}{25 \cdot 10^3}} = 0,0397,$$

$$\alpha' = \sqrt{\frac{4\pi\mu'\omega}{\rho'}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 300 \cdot 0,005 \cdot 314}{13 \cdot 10^3}} = 0,672.$$

Из расчета получено значение  $\eta = 0,675$ . Удельный вращающий момент при индукции  $B_0 = 7000$ :

$$\frac{P_r}{s} = \frac{7000^2 \cdot 48 \cdot 314 \cdot 10^7}{8 \cdot \pi \cdot 2} 0,675 = 1000 \text{ W/см}^2.$$

Для гладкого ротора, принимая  $\alpha = \alpha'$ , мы получили бы (см. (2а\*)):

$$\frac{P_r}{s} = \frac{7000^2 \cdot 48 \cdot 314 \cdot 10^7}{8 \cdot \pi \cdot 300} 22,9 = 225 \text{ W/см}^2.$$

Поступило  
29 IV 1947

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА