Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LVI, № 5

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Я. Н. ФЕЛЬД

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ И КОМПЛЕКСНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ДИФРАКЦИОННЫХ АНТЕНН

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 16 XII 1946)

Рассмотрим дифракционную антенну в виде ограниченной замкнутой металлической поверхности с произвольным отверстием s, возбуждаемую изнутри линейным проводником l_i с током J (см. рисунок). Мощность излучения W_Σ такой антенны может быть найдена при помощи потока вектора Пойнтинга через геометрическую поверхность отверстия s:

$$W_\Sigma = \frac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\int\limits_{(s)} [\vec{E}\vec{H}^*]\,\vec{ds}, \qquad (1)$$

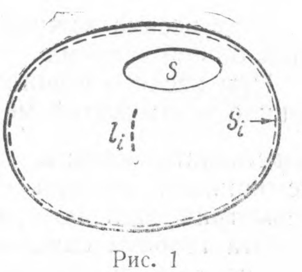

Рис. 1

где $\vec{E}$, $\vec{H}$ — поле дифракционной антенны*. С другой стороны, W_Σ выражается посредством известной формулы

$$W_\Sigma = -\frac{1}{2}\operatorname{Re}\int\limits_{(l_i)} J^*\vec{E}\,\vec{dl}. \qquad (2)$$

Преобразуем эти формулы к более удобному, в нашем случае, виду. Для этого используем лемму, аналогичную лемме Лоренца. В применении к двум произвольным полям $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ и $\vec{E}_2, \vec{H}_2$, заданным внутри замкнутой поверхности s_0 и возбуждаемым находящимися там линейными проводниками l_1 и l_2 с токами J_1 и J_2, лемма эта имеет вид**

$$\int\limits_{(s_0)}\left\{[\vec{E}_1\vec{H}_2^*]+[\vec{E}_2^*\vec{H}_1]\right\}\vec{ds} = -\frac{4\pi}{c}\left\{\int\limits_{(l_1)} J_1\vec{E}_2^*\vec{dl} + \int\limits_{(l_2)} J_2^*\vec{E}_1\,\vec{dl}\right\}. \qquad (3)$$

Доказательство ее так незначительно отличается от доказательства обычной леммы Лоренца, что мы позволим себе его не приводить. Обозначим внутреннюю сторону металлической поверхности антенны буквой s_i и введем вспомогательное поле $\vec{E}^0$, $\vec{H}^0$, возбуждаемое током J (см. выше) внутри замкнутой поверхности $(s+s_i)$.

При расчете $\vec{E}^0$, $\vec{H}^0$ поверхность $(s+s_i)$ мы будем считать идеально проводящей.

* Звездочка у H^*, как обычно, обозначает величину, комплексно-сопряженную с H.

** Проводимость среды, находящейся внутри s_0, принята равной нулю.

Если положить

$$(\vec{E}_1, \vec{H}_1) = (\vec{E}, \vec{H}), \quad (\vec{E}_2, \vec{H}_2) = (\vec{E}^0, \vec{H}^0) \quad \text{и} \quad J_1 = J_2 = J, \quad l_1 = l_2 = l_i,$$

то, учитывая граничные условия* для $\vec{E}$ и $\vec{E}^0$, получим вместо (3) следующее равенство

$$\iint_{(s)} [\vec{E}\,\vec{H}^{0*}]\,\vec{ds} = -\frac{4\pi}{c}\left\{\int_{(l_i)} J\,\vec{E}^{0*}\,\vec{dl} + \int_{(l_i)} J^*\,\vec{E}\,\vec{dl}\right\}. \tag{4}$$

Член $-\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{(l_i)} \vec{E}^{0*}\,\vec{dl}$, выражающий активную мощность, расходуемую на поддержание поля $\vec{E}^0$, $\vec{H}^0$, очевидно, равен нулю. Следовательно, беря вещественную часть от обеих частей равенства (4), найдем

$$\frac{c}{8\pi}\,\mathrm{R}\int_{(s)} [\vec{E}\,\vec{H}^{0*}]\,\vec{ds} = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{(l_i)} J^*\,E\,\vec{dl},$$

или, учитывая формулу (2):

$$W_\Sigma = \frac{c}{8\pi}\,\mathrm{Re}\int_{(s)} [\vec{E}\,\vec{H}^{0*}]\,\vec{ds}\,\frac{\text{эрг}}{\text{сек}}. \tag{5}$$

Этот весьма важный результат мы сформулируем в виде следующей общей теоремы.

При расчете мощности, излучаемой через любое отверстие, прорезанное в замкнутой металлической поверхности, можно в формулу (1) подставлять вместо истинного $\vec{H}$ вектор $\vec{H}^0$, создаваемый теми же источниками, но при отсутствии отверстия (т. е. при металлизации геометрической поверхности s).

Эта теорема справедлива при любом выборе геометрической поверхности s, затягивающей отверстие.

Если отверстие имеет форму узкой щели длины l, то W_Σ можно выразить через напряжение V между краями щели

$$W_\Sigma = \frac{c}{8\pi}\,\mathrm{Re}\int_0^l V(\tau) H_\tau^{0*}(\tau)\,d\tau, \tag{6}$$

где τ — длина дуги, отсчитываемая вдоль линии щели от одного из ее концов до переменной точки интегрирования, а $H_\tau^{0*}(\tau)$ — составляющая вектора $\vec{H}^{0*}$, параллельная линии щели, в точке τ. В практических единицах — ваттах, вольтах и эрстедах

$$W_\Sigma = \frac{1}{0{,}8\pi}\,\mathrm{Re}\int_0^l V(\tau)\,H_\tau^{0*}(\tau)\,d\tau \ \text{Watt}. \tag{6'}$$

Перейдем теперь к расчету комплексного сопротивления излучения Z_Σ, причем это сопротивление мы будем относить к току J_0 в

---

* Потерями в металле мы пренебрегаем.

некоторой точке провода l_i, возбуждающего антенну. Хорошо известная формула для Z_Σ имеет вид

$$Z_\Sigma = -\frac{1}{2J_0 J_0^*}\int\limits_{(l_i)} J^* \vec{E}\, \vec{dl}. \tag{7}$$

Используя полученное выше равенство (4), формуле (7) можно придать вид

$$Z_\Sigma = \frac{c}{8\pi J_0 J_0^*}\int\limits_{(s)} [\vec{E}\, \vec{H}^{0*}]\, \vec{ds} - \frac{1}{2J_0 J_0^*}\int\limits_{(l_i)} J^* \vec{E}^0\, \vec{dl}. \tag{8}$$

При этом мы изменили знак у второго интеграла и взяли его комплексно-сопряженное значение, что, очевидно, не изменило его значения, так как он чисто мнимый.

Вводя обозначение

$$Z_0 = -\frac{1}{2J_0 J_0^*}\int\limits_{(l_i)} J^* \vec{E}^0\, \vec{dl}, \tag{9}$$

придадим выражению (8) следующую весьма удобную форму

$$Z_\Sigma = Z_0 + \frac{c}{8\pi J_0 J_0^*}\int\limits_{(s)} [\vec{E}\, \vec{H}^{0*}]\, \vec{ds}. \tag{10}$$

Здесь сопротивление излучения представлено в виде суммы двух членов. Первый из них Z_0 равен сопротивлению излучения при отсутствии отверстия, т. е. сопротивлению провода l_i, возбуждающего замкнутую металлическую поверхность $(s+s_i)$, второй же представляет ту часть сопротивления Z_Σ, которая появляется вследствие наличия отверстия s.

Для щелевой антенны формула (10) может быть преобразована так же, как и формула (5), после чего она принимает вид (ср. (6)):

$$Z_\Sigma = Z_0 + \frac{c}{8\pi J_0 J_0^*}\int\limits_0^l V(\tau)\, H_\tau^{0*}(\tau)\, d\tau, \tag{11}$$

или, в практических единицах,

$$Z_\Sigma = Z_0 + \frac{1}{0,8\pi J_0 J_0^*}\int\limits_{(s)} V(\tau)\, H_\tau^{0*}(\tau)\, d\tau \text{ ом}. \tag{11'}$$

Формулы (6') и (11'), определяющие мощность и сопротивление излучения, удобны тем, что для пользования ими достаточно знать распределение напряжения V вдоль щели и величину $\vec{H}^0$ на s (а не истинное $\vec{H}$).

Методика расчета V изложена в работах ([1, 2]); что же касается $\vec{H}^0$, то его значение можно взять из соответствующей литературы или сравнительно легко подсчитать.

Изложенное здесь относится к системам, представляющим собой ограниченные замкнутые металлические поверхности с отверстием. Для бесконечных поверхностей, например бесконечных волноводов с отверстием в боковой стенке, полученные формулы не применимы.

Действительно, формула (2) уже не равна мощности, излученной через отверстие s, ибо в нее входит также мощность, распространяющаяся вдоль оси волновода. Остальные равенства также нарушаются. Практически, однако, в волноводах, играющих роль щелевых антенн, в конце обычно ставится металлическая перегородка. Поэтому приведенные здесь формулы остаются применимыми ко всем имеющим практический интерес случаям.

Следует особо подчеркнуть, что формулы (5), (6), (10) и (11) сохраняют свой смысл также в том предельном случае, когда частота колебаний ω совпадает с одной из собственных частот замкнутого эндовибратора $(s+s_1)$, несмотря на то, что $\vec{H}^0$ обращается при этом в бесконечность.

Поступило
16 XII 1946

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Н. Фельд, ДАН, **53**, № 7 (1946). [2] Я. Н. Фельд, ДАН, **55**, № 5 (1947).