

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. Г. АРЕНБЕРГ

О ПОДСЧЕТЕ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

(Представлено академиком В. Ф. Миткевичем 15 VI 1940)

1. В предыдущих сообщениях*, посвященных определению мощности электромагнитного излучения элементарного вибратора, вектор Пойнтинга (\vec{S}) рассматривался как сумма двух слагаемых, в первое из которых (\vec{S}_v) входила составляющая электрического поля (\vec{E}_v), зависящая только от векторного потенциала A , а во второе (\vec{S}_s) — составляющая электрического поля (\vec{E}_s), зависящая только от скалярного потенциала φ .

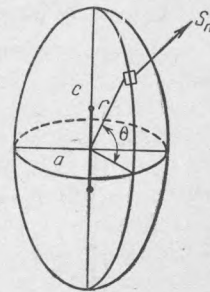
Определение излучаемой мощности велось путем интегрирования потоков указанных составляющих вектора Пойнтинга по различным поверхностям, охватывающим вибратор. Обобщим теперь эти результаты и покажем, что при интегрировании потока вектора \vec{S} по поверхности эллипсоида вращения, охватывающего вибратор, все они могут быть получены как частные случаи.

2. Действительно, в этом случае (фиг. 1) для нормальных составляющих вектора Пойнтинга можно получить выражения:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{vn} &= \frac{\omega M_0^2 \cos \theta}{4\pi r^2 \sqrt{1 + m^4 \operatorname{tg}^2 \theta}} \left[\frac{k^3}{2} + \frac{k^3}{2} \cos 2(\omega t - kr) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{k^2}{2r} \sin 2(\omega t - kr) \right] . \\
 S_{sn} &= \frac{\omega M_0^2 \cos \theta}{4\pi r^2 \sqrt{1 + m^4 \operatorname{tg}^2 \theta}} \left\{ [\cos^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta] \times \right. \\
 &\times \left[\frac{k^2}{2r} \sin 2(\omega t - kr) - \frac{k}{r^2} \cos 2(\omega t - kr) - \frac{1}{2r^3} \sin 2(\omega t - kr) \right] + \\
 &+ (m^2 - 1) \sin^2 \theta \left[\frac{k^3}{2} + \frac{k^3}{2} \cos 2(\omega t - kr) - \frac{2k}{r^2} \cos 2(\omega t - kr) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3k^2}{r} \right) \sin 2(\omega t - kr) \right] \left. \right\} ,
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $m = \frac{a}{c}$ — отношение осей эллипсоида.

* См. ДАН, XXIII, № 4 и XXIV, № 9 (1939). Все обозначения этих статей сохраняются.



Фиг. 1.

Далее, определяя потоки составляющих \bar{S} через поверхность эллипсоида, для средних значений излучаемой мощности, обусловленной каждой из составляющих, получаем выражения

$$\begin{aligned}
 P_{\Sigma v} &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \oint_Q S_{vn} dQ = \frac{\omega k^3 M_0^2}{4} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 \theta}{\cos^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta} d\theta \\
 P_{\Sigma s} &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \oint_Q S_{sn} dQ = \frac{\omega k^3 M_0^2}{4} (m^2 - 1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 \theta \cdot \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta} d\theta.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Легко видеть, что полная излучаемая мощность, определяемая суммой этих выражений, при любых значениях m равна

$$P_{\Sigma} = \frac{\omega k^3 M_0^2}{3}, \tag{3}$$

что соответствует классическому выражению, впервые полученному Герцем (1).

Таким образом выражения (2) можно представить в виде

$$P_{\Sigma v} = \frac{\omega k^3 M_0^2}{3} N \quad \text{и} \quad P_{\Sigma s} = \frac{\omega k^3 M_0^2}{3} (1 - N),$$

где

$$N = \begin{cases} \frac{3}{2} \left[\frac{1}{1-m^2} + \frac{m}{(m^2-1)^{3/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{m^2-1} \right] & \text{при } m > 1, \\ 1 & \text{при } m = 1, \\ \frac{3}{4} \left[\frac{2}{1-m^2} + \frac{m^2}{(m^2-1)\sqrt{1-m^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-m^2}}{1-\sqrt{1-m^2}} \right] & \text{при } m < 1. \end{cases} \tag{4}$$

На фиг. 2 представлены результаты вычислений, произведенных по формулам (4), иллюстрирующие зависимость N от m .

Очевидно, что значения N для $m \rightarrow 0$; 1 и ∞ , будучи подставленными в выражения для $P_{\Sigma v}$ и $P_{\Sigma s}$, приводят их к выражениям, полученным ранее при интегрировании потоков составляющих вектора \bar{S} по цилиндру, сфере и двум безграничным параллельным плоскостям.

3. Полученные результаты, показывающие, что в зависимости от формы поверхности интегрирования относительная роль потенциалов \bar{A} и φ в вычислении излучаемой мощности меняется, можно пояснить следующими положениями:

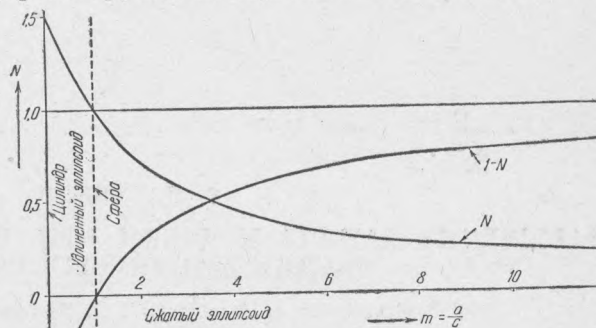
а) На достаточном расстоянии от вибратора фронт волны представляет собой сферическую поверхность, расширяющуюся с одинаковой скоростью во всех радиальных направлениях.

б) Постоянная слагающая потока энергии, текущего во всех радиальных направлениях, обусловлена лишь составляющей поля \bar{E}_v , ибо составляющая поля \bar{E}_s создает в этих направлениях лишь пульсирующие потоки энергии.

в) В тангенциальных направлениях потенциалы \bar{A} и φ определяют собой потоки энергии (пульсирующие в меридиональных плоскостях), постоянные слагающие которых взаимно уничтожаются.

d) При интегрировании средних (по времени) значений потоков \bar{S}_v и \bar{S}_s по сфере (поверхность интегрирования совпадает с поверхностью равных фаз) тангенциальные потоки энергии дают нуль. При интегрировании же средних значений потоков \bar{S}_v и \bar{S}_s по произвольным замкнутым поверхностям, отличающимся от сферы (в нашем случае эллипсоид), тангенциальные составляющие \bar{S}_v и \bar{S}_s , проектируясь на нормаль к этой поверхности, определяют собой некоторые потоки энергии, знак которых зависит от формы поверхности. Разумеется, что сумма всех потоков \bar{S}_v и \bar{S}_s независимо от формы поверхности интегрирования всегда равна P_{Σ} .

e) При интегрировании потоков \bar{S}_v и \bar{S}_s по цилиндрической поверхности (вытянутый эллипсоид $m \rightarrow 0$) проекции этих векторов на нормаль таковы, что энергии, обусловленные потен-



Фиг. 2.

циалами \bar{A} и φ , определяемые путем интегрирования по этой поверхности, относятся как 3:1 (фиг. 2). Это же соотношение получается и при подсчете $P_{\Sigma v}$ и $P_{\Sigma s}$ цилиндрического проводника по методу наведенных электродвижущих сил*. Причина подобного совпадения результатов объясняется тем, что цилиндрическая поверхность, по которой производится интегрирование, при неограниченном уменьшении своего радиуса стремится к совмещению с цилиндрической поверхностью проводника.

f) Распространяя эти результаты на случай сферического вибратора**, можно полагать, что при подсчете P_{Σ} такого вибратора по методу наведенных э. д. с. достаточно будет обойтись лишь учетом одного векторного потенциала \bar{A} , а в случае дискового излучателя (сплюснутый эллипсоид с $m \rightarrow \infty$) — учетом лишь одного скалярного потенциала φ .

В заключение автор приносит свою благодарность академику В. Ф. Миткевичу и члену-корреспонденту Академии Наук СССР Б. А. Введенскому за советы и замечания, полученные им при работе над данным сообщением.

Секция электросвязи
Отделения технических наук
Академии Наук СССР

Поступило
27 VII 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Юбилейный сборник «50 лет волн Герца», стр. 107 (1938). ² W. Wessel, ZS. f. techn. Phys., 11, 472 (1936).

* См. ДАН, XXIII, № 4 (1939) и (2).
** См. ДАН, XXIV, № 9 (1939).