

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л. С. ЭЙГЕНСОН

**ЗАКОНЫ ТЕПЛООТДАЧИ ОТ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ  
К ДВУХАТОМНЫМ ГАЗАМ В УСЛОВИЯХ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОН-  
ВЕКЦИИ**

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 25 XII 1939)

1°. Согласно теории подобия [см. теорему Коркина-Федермана (1)] решение системы дифференциальных уравнений, описывающих какое-либо явление, может быть представлено в виде функции, связывающей между собой так называемые инварианты или критерии подобия. Так, например, в случае естественной конвекции при стационарном режиме должна иметь место следующая зависимость:

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (1)$$

Здесь  $Nu = \frac{al}{\lambda}$  — критерий Нуссельта,  $Gr = \frac{g\beta\vartheta_w l^3}{\nu^2}$  — критерий Грасгофа,  $Pr = \frac{\nu}{a}$  — критерий Прандтля,  $\alpha$  — коэффициент конвективной теплоотдачи,  $l$  — линейный размер (в общем случае геометрическая координата),  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $a$  — температуропроводность,  $g$  — ускорение земного притяжения,  $\vartheta_w$  — разность между температурами теплоотдающей поверхности и окружающей среды.

2°. Согласно классической теории подобия вид функции  $f$  в случае невозможности проинтегрировать систему дифференциальных уравнений может быть определен только опытным путем. Однако с помощью разработанного нами метода масштабных преобразований удается в некоторых случаях с точностью до постоянного множителя раскрыть вид функциональной связи между критериями подобия, не прибегая ни к интегрированию дифференциальных уравнений, ни к постановке соответствующих опытов.

С помощью упомянутого метода было показано, что при  $Pr = \text{const}$  теплоотдача вертикальных плит и труб для  $Gr > 10^4$  подчиняется закону:

$$Nu_x = C \cdot Gr_x^{1/4}. \quad (2^*)$$

Множитель  $C$  в случае равномерной температуры поверхности, а также в случае постоянного вдоль по поверхности температурного градиента является величиной постоянной. При применении же равномерного электрического обогрева теплоотдающей поверхности и наличии излучения последней, а также теплопроводности в ее теле величина  $C$  зависит от целого ряда установленных нами критериев и является постоянной только в пределах единичного эксперимента. В этом обстоятельстве лежит при-

\* Индекс  $x$  указывает на то, что в качестве линейного размера в критерии подобия подставлена вертикальная координата  $x$ , отсчитываемая от нижней кромки теплоотдающей поверхности.

чина ошибочности применявшейся большинством заграничных исследователей экспериментальной методики.

3°. Изложенные выше теоретические выводы нашли подтверждение в наших опытах, а также в опытах Карна (2).

Объектами экспериментального исследования являлись электрически нагреваемые трубы и проволочки различных диаметров (0,3; 0,5; 1,0; 7,1; 7,55; 9,8; 15; 35; 50; 58 мм). Кроме данных упомянутых опытов нами были обработаны результаты проведенных под нашим руководством опытов С. П. Михеева и М. А. Поляцкого с трубой диаметром 250 мм, опытов В. С. Жуковского(3) с плоской плитой, опытов А. С. Синельникова и М. А. Михеева (4) с трубой диаметром 28 мм, а также опытов Карна (2) с трубами различных диаметров и высоты. Данные Карна были использованы нами при установлении законов теплоотдачи в ламинарной области течения при равномерной температуре поверхности. Из упомянутых выше наших опытов часть была опубликована ранее (5, 6). Результаты же опытов над трубами с диаметрами: 2,4; 7,55; 15; 35 и 50 мм публикуются впервые. Высота исследованных нами труб равнялась ~2,5 м. Кроме того была проведена специальная серия опытов с трубой диаметром 58 мм и высотой 6,5 м. Температура воздуха в среднем равнялась 20°, а барометрическое давление 1 атм. Температура теплоотдающих поверхностей в наших опытах достигала 250°.

Все опыты, имевшие целью установление количественных зависимостей, непременно сопровождалось изучением картины движения воздуха возле нагретой поверхности. С этой целью в опытах с проволочками применялся метод Теплера, а в опытах с трубами—метод Дворяка. Параллельное изучение качественной и количественной сторон исследуемого явления позволило выяснить физический смысл эмпирических формул и связать их с механизмом явления.

4°. Применение такого метода исследования позволило обнаружить наличие трех областей течения возле вертикальных труб, а именно: л а м и н а р н о й—возле нижней части поверхности, т у р б у л е н т н о й—вверху и переходной, расположенной между ламинарной и турбулентной областями течения. Этим трем областям отвечают соответствующие законы теплоотдачи, а именно:

$$\text{ламинарная область: } Nu_x = C \cdot Gr_x^{1/4}, \quad (3a)$$

$$\text{переходная область: } Nu_x = A \cdot Gr_x^m, \quad (3б)$$

$$\text{турбулентная область: } Nu_x = B \cdot Gr_x^{1/3} \quad (3в)$$

(коэффициент теплоотдачи не зависит от  $x$ ).

При этом множители  $C$  и  $B$  являются функциями от  $Gr_d$ . При возрастании  $Gr_d$  они уменьшаются, стремясь при этом к соответствующим постоянным значениям (см. таблицу и фигуру).

$Gr_d =$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^9$	$10^{10}$	$10^{11}$
$B =$	1,93	0,934	0,545	0,349	0,245	0,184	0,156	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148

Из фигуры и таблицы видно, что в области  $Gr_d > 10^6$  множители  $C$  и  $B$  остаются постоянными, а именно:  $C = 0,36$ ;  $B = 0,148$ . Поэтому в области  $Gr_d > 10^6$  теплоотдача труб не зависит от их кривизны и совпадает с теплоотдачей плит.

Численные величины множителя  $A$  и показателя  $m$  в формуле (3б) вследствие неустойчивости течения в переходной области и неустойчи-

восте самих границ этой области колеблются в различных опытах. Средние значения этих величин, найденные из 24 опытов, равны:  $A = 1,37 \cdot 10^{-4}$ ;  $m = 0,63$ . Критические значения критерия  $Gr_x$ , отвечающие границе ламинарной и переходной областей ( $Gr_{кр}^H$ ), а также границе переходной и турбулентной областей течения ( $Gr_{кр}^B$ ), согласно нашим опытам могут быть в среднем приняты равными:  $Gr_{кр}^H = 10^9$ ;  $Gr_{кр}^B = 1,69 \cdot 10^{10}$ . Существенно указать на обнаружившуюся в наших опытах тенденцию к уменьшению (сужению) переходной области и уменьшению величин  $Gr_{кр}^H$  и  $Gr_{кр}^B$  при уменьшении  $Gr_d$ . Так, в опытах с трубкой диаметром 2,4 мм, для которой число  $Gr_d$  в среднем равнялось  $2,7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^1$ , переходная область исчезла. Здесь  $Gr_{кр}^H = Gr_{кр}^B = 1,84 \cdot 10^7$ .

Вопрос о влиянии кривизны на величины  $Gr_{кр}^H$  и  $Gr_{кр}^B$  нуждается в специальном исследовании.

5°. При исследовании проволочек было обнаружено, что в области  $Gr_d < 0,14$  воздух возле проволочек движется ламинарно. Здесь имеет место чисто кондуктивная теплоотдача, описываемая законом

$$\left| \frac{ad}{\lambda_m} \right| \approx \text{const} = 0,45, \quad (4)$$

где  $d$  — диаметр проволочки,  $\lambda_m$  — коэффициент теплопроводности воздуха при так наз. «среднелогарифмической» температуре, определяемой из (5):

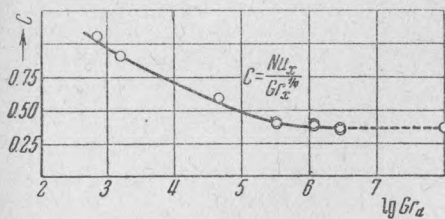
$$t_m = \frac{\vartheta_w}{\ln \frac{T_w}{T_{\sim}}}, \quad (5)$$

в котором  $T_w$  и  $T_{\sim}$  — абсолютные температуры проволоки и воздуха.

В области  $Gr_d > 1$  движение воздуха возле проволочки носит турбулентный характер. Область же значений  $Gr_d$  от 0,14 до 1 является переходной и характеризуется одинаковой возможностью существования как ламинарного, так и турбулентного режимов течения. Теоретический анализ закона кондуктивной теплоотдачи проволочек [формула (4)] приводит к заключению, что зона, захваченная процессом распространения тепла, равна  $\sim 85$  диаметрам проволоки.

6°. Большинство заграничных исследователей при изучении естественной конвекции применяло электрический обогрев теплоотдающей поверхности. В этом случае температура поверхности по высоте не остается постоянной. Вместо изучения локальной теплоотдачи, как это было сделано нами и как это вытекает из теории подобия, упомянутые исследователи усредняли температуру по всей высоте теплоотдающей поверхности и относили коэффициент теплоотдачи к этой усредненной температуре. Оптическое изучение картины движения воздуха при этом не проводилось. Изложенная выше методика экспериментов привела ряд заграничных исследователей (например, Jacob, Hermann, Lorenz) к выводу о том, что движение из ламинарного переходит непосредственно в турбулентное.

Расчетные формулы, которые дают упомянутые авторы, «проглядевшие» существование переходной области, построены на незаконном приеме усреднения температуры поверхности и не отвечают механизму явления. Поэтому эти формулы не могут считаться правильными и применяться в случае равномерной температуры поверхности.



7°. На основе установленных выше трех законов теплоотдачи, отвечающих трем областям течения [см. формулы (3а), (3б), (3в)], можно вывести формулы для подсчета среднего коэффициента теплоотдачи равномерно нагретых вертикальных труб и именно для следующих трех случаев: 1) движение вдоль всей поверхности ламинарно ( $Gr_H < Gr_{кр}^H$ ), 2) движение возле нижней части поверхности ламинарно, верхняя же ее часть находится в переходной области течения ( $Gr_{кр}^H \leq Gr_H \leq Gr_{кр}^B$ ) и 3) возле поверхности имеют место все три области течения ( $Gr_{кр}^B \leq Gr_H$ ).

Вывод излагаемых ниже расчетных формул основан на определении среднеинтегрального значения величины  $\alpha$  вдоль по всей высоте плиты или трубы в соответствии с формулами (3а), (3б), (3в).

#### Расчетные формулы

А. Плиты и трубы (при  $Gr_d > 10^6$ ):

1) Для  $Gr_H \leq 10^9$  (верхняя кромка плиты или трубы находится в ламинарной области течения)

$$\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_m} = 0,48 Gr_H^{\frac{1}{4}}, \quad (6)$$

причем  $H$  — высота плиты или трубы,  $\bar{\alpha}$  — среднее значение  $\alpha$  по всей высоте,  $Gr_H = \frac{g\beta_0 H^3}{T_m \nu_m^2}$ ,  $T_m = t_m + 273^\circ$ .

2) Для  $10^9 \leq Gr_H \leq 1,69 \cdot 10^{10}$  (верхняя кромка трубы или плиты находится в переходной области течения)

$$\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_m} = 51,5 + 7,26 \cdot 10^5 Gr_H^{0,63}. \quad (7)$$

3) Для  $1,69 \cdot 10^{10} \leq Gr_H$  (верхняя кромка плиты или трубы находится в турбулентной области течения)

$$\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_m} = 0,148 Gr_H^{1/3} - 127,6. \quad (8)$$

Б. Трубы в области  $Gr_d \leq 10^6$ :

В турбулентной области течения, т. е. для  $Gr_H \geq 1,69 \cdot 10^{10}$ , нужно пользоваться следующей формулой:

$$\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_m} = Nu_x = B \cdot Gr_x^{1/3}, \quad (3в)$$

причем значения множителя  $B$  следует брать из таблицы.

В. Проволочки:

1) В области  $Gr_d \leq 0,14$ , т. е. при ламинарном течении,

$$\frac{\bar{\alpha}d}{\lambda_m} = 0,45. \quad (4)$$

2) В области  $Gr_d \geq 0,14$ , где наиболее вероятно турбулентное течение:

$$\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda_m} = B \cdot Gr_H^{1/3} \quad (3в)$$

(значения  $B$  см. в таблице).

Установленные выше расчетные формулы охватывают практически интересный диапазон диаметров, длин и температур.

Они сохраняют силу для всех двухатомных газов, поскольку величина критерия  $Pr$  в пределах газов одинаковой атомности остается практически постоянной.

Энергетический институт  
Академия Наук СССР

Поступило  
10 XII 1939

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Федерман, Изв. Петерб. политехн. ин-та (1911). <sup>2</sup> J. В. Сагпе, Phil. Mag., 24, № 162, p. 634 (1937). <sup>3</sup> В. С. Жуковский, Тр. Гос. физ.-техн. лаб., вып. 8 (1929). <sup>4</sup> М. А. Михеев и А. С. Синельников, Тр. Гос. физ.-техн. лаб., вып. 8 (1929). <sup>5</sup> Л. С. Эйгенсон, ЖТФ, I, вып. 2—3 (1931). <sup>6</sup> Л. С. Эйгенсон и С. П. Михеев, Тр. Гос. физ.-техн. лаб., вып. 8 (1929).

\*  $H$  — высота трубы или плиты.