УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СТАБИЛИЗАЦИИ И СТЫКОВКИ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ПОДВИЖНОСТИ ЖИДКОГО ТОПЛИВА В БАКАХ

Г. Г. ЕФИМЕНКО, О. П. КЛИШЕВ

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, г. Королев Московской области

Рассматривается космический аппарат (КА), на борту которого имеется произвольное количество (n) топливных баков, содержащих жидкое топливо. Движение КА на участках стабилизации, сближения и стыковки характеризуется отсутствием постоянной продольной тяги и переменными по направлению ускорениями, создаваемыми управляющими двигателями или силами реакции при контактном взаимодействии стыковочных устройств. Поэтому жидкое топливо не занимает стационарного положения относительно бака, а перемещается внутри него, оказывая воздействие на стенки. Для описания нелинейного движения жидкости в процессе стыковки и оценки его влияния на движение КА разработана приближенная инженерная математическая модель, суть которой заключается в следующем. Жидкое топливо в баках заменяются точечными массами m_i ($i = 1, 2,\ldots, n$), соответствующими массе топлива и совершающими движение внутри поверхностей S_i, представляющих собой геометрическое место центров масс жидкости в i-м баке.

Задача взаимодействия точечных масс с твердым телом (КА без жидкого топлива) решается в следующей постановке.

Постановка задачи

Рассматривается движение твердого тела под действием внешних сил (гравитационных, управляющих и других). Предполагается, что на твердом теле имеются поверхности S_i ($i = 1, 2,\ldots, n$) (рис. 1), по которым могут перемещаться точечные массы m_i ($i = 1, 2,\ldots, n$). Точечная масса m_i, перемещаясь по поверхности S_i, воздействует на твердое тело силой реакции $\vec{R}_i$, которая в общем случае может быть направлена произвольным образом, но так, чтобы выполнялось условие $\vec{R}_i\vec{n}_i > 0$, где $\vec{n}_i$ – вектор внешней нормали к поверхности S_i в точке, в которой находится масса m_i. При выполнении условия $\vec{R}_i\vec{n}_i \le 0$ точечная масса m_i отрывается от поверхности S_i и совершает свободное движение внутри этой поверхности, не взаимодействуя с твердым телом ($R_i = 0$) до тех пор, пока вновь не коснется поверхности S_i.

Т. о., рассматриваются два вида движения точечных масс m_i – свободное (без взаимодействия с твердым телом $R_i = 0$) и связное ($R_i \neq 0$).

Переход от связного движения к свободному осуществляется непрерывным образом, т. е. параметры движения твердого тела и точечной массы m_i в момент перехода непрерывны. В момент перехода от свободного движения точечной массы m_i к связному скорости твердого тела и точечной массы изменяются в соответствии с теорией удара (в общем случае упругого с коэффициентом восстановления $k_i< 1$).

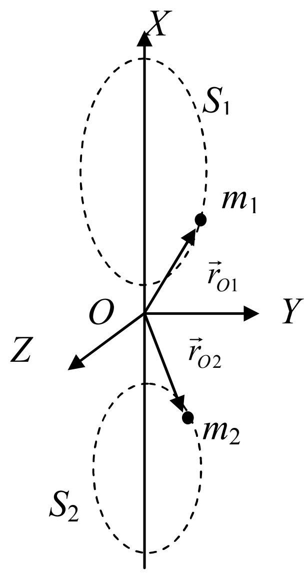

Рис. 1

Предполагается, что поверхности S_i осесимметричные с осью симметрии OX параллельной продольной оси КА. Каждая из поверхностей S_i состоит в общем случае из двух частей S_i^+ и S_i^-, сопрягающихся в плоскости $O_iY_iZ_i$.

Поверхности S_i^+ и S_i^- описываются уравнениями

$$x^2/a_i^2 + (y^2 + z^2)/b_i^2 = 1 \;\; (i = 1, 2, \ldots, n),$$

где a_i, b_i – параметры эллипсоида, зависящие от формы и уровня заправки баков.

В плоскости $O_iY_iZ_i$ сопряжения поверхностей S_i^+ и S_i^- их нормали совпадают и составляют прямой угол с осью O_iX_i. В общем случае при движении массы m_i по поверхности S_i действует сила вязкого трения (сопротивления), пропорциональная относительной тангенциальной скорости $\vec{v}_{ti}$ точечной массы $\vec{F}_{ti} = -k_1\vec{v}_{ti}$.

Суммарная сила реакции, действующая на твердое тело со стороны массы m_i, равна $\vec{R}_i = \vec{F}_{ni} + \vec{F}_{ti}$.

Уравнения движения космического аппарата

В векторной форме уравнения движения активного КА имеют вид:

$$m_0\ddot{\vec{r}}_O = m_0\vec{g} + \sum_{i=1}^{n}\vec{R}_i + \vec{F}_{\text{В}}; \tag{1}$$

$$I_0\dot{\vec{\omega}}_1 + \vec{\omega}_1 \times (I_0\vec{\omega}_1) = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_{Oi} \cdot \vec{R}_i + \vec{M}_{\text{В}}. \tag{2}$$

В (1) и (2) приняты следующие обозначения:

m_0 – масса «сухого» КА (без жидкого топлива). В дальнейшем «сухой» КА называется твердым телом; I_0 – тензор инерции твердого тела относительно его центра масс O; $\vec{r}_O$ – радиус-вектор центра масс O твердого тела относительно начала стартовой системы координат; $\vec{\omega}_1$ – вектор угловой скорости твердого тела; $\vec{g}$ –

градиент ускорения (градиент гравитационных сил); r_{Oi} $(i = 1,\ 2,\ldots,\ n)$ – радиус-вектор точки поверхности S_i, в которой находится масса m_i, относительно центра масс твердого тела $(\vec{r}_{Oi} = \vec{\rho}_{Oi} + \vec{\rho}_i)$; $\vec{\rho}_{Oi}$ – радиус-вектор центра поверхности S_i относительно центра масс твердого тела O_i; $\vec{R}_i$ – сила реакции при взаимодействии точечной массы с КА; $\vec{F}_{\text{В}}, \vec{M}_{\text{В}}$ – векторы управляющих и возмущающих сил и моментов, действующих на КА.

Уравнения движения жидкого топлива (точечных масс)

Сила реакции R_i в точке контакта массы m_i с поверхностью S_i складывается из двух составляющих:

$$\vec{R}_i = \vec{F}_{ni} + \vec{F}_{ti},$$

где $\vec{F}_{ni} = F_{ni}\vec{n}_i$ – нормальная составляющая ($\vec{n}_i = \vec{N}_i / \left|\vec{N}_i\right|$ – единичный вектор нормали); $\vec{F}_{ti} = k_i\ \vec{\upsilon}_{ti}$ – тангенциальная составляющая.

В отличие от [1], где R_i определяется из уравнений связи, нормальная составляющая включает силу вязкого сопротивления, пропорциональную нормальной составляющей скорости v_{ni} и упругую силу, пропорциональную величине проникновения δ_{ni} массы m_i через поверхность S_i.

$$F_{ni} = k_{ni}v_{ni} + c_{ni}\delta_{ni},$$

где k_{ni} – коэффициент вязкого сопротивления при ударе, c_{ni} – контактная жесткость поверхности S_i.

Уравнения движения точечной массы m_i относительно твердого тела под действием силы реакции R_i имеют вид:

$$\ddot{\vec{\rho}}_i = \vec{F}_{\text{В}}/m_0 - \dot{\vec{\omega}}_1 \cdot \vec{r}_{Oi} - \sum_{j=1}^{n}(\vec{F}_{nj} + k_j\vec{\upsilon}_{tj})/m_0 - (\vec{F}_{ni} + k_i\vec{\upsilon}_{ti})/m_i - 2\vec{\omega}_1 \cdot \dot{\vec{\rho}}_i - \vec{\omega}_1 \cdot (\vec{\omega}_1 \cdot \vec{r}_{Oi}). \quad (3)$$

В (3) приняты следующие обозначения:

m_i – масса i-й точки; $\vec{\rho}_i$ – радиус-вектор точечной массы m_i относительно центра O_i поверхности S_i; $\dot{\vec{\rho}}_i$, $\ddot{\vec{\rho}}_i$ – производные в связанной с телом системе координат (скорости изменения векторов в связанной системе).

Представленная выше математическая модель реализована в программном комплексе, предназначенном для моделирования процессов стабилизации и стыковки КА. На рисунках в качестве примера представлены результаты математического моделирования процесса стабилизации (рис. 2) и стыковки (рис. 3) КА с двумя баками, частично заполненными жидким топливом.

На рис. 2 приведены траектории движения точечных масс m_i внутри поверхности центров в параметрах z_i, r_i, где z_i – координата точечной массы по оси Z (относительно центра бака); r_i – расстояние от точечной массы до оси Z бака. Пунктирной линией изображена образующая поверхности центров. Участки траектории, совпадающие с пунктирной линией, соответствуют движению точки по поверхности центров.

На рис. 3 приведены такие же траектории, но в параметрах x_i, r_i, где x_i – координата точечной массы по продольной оси X i-го бака относительно его центра.

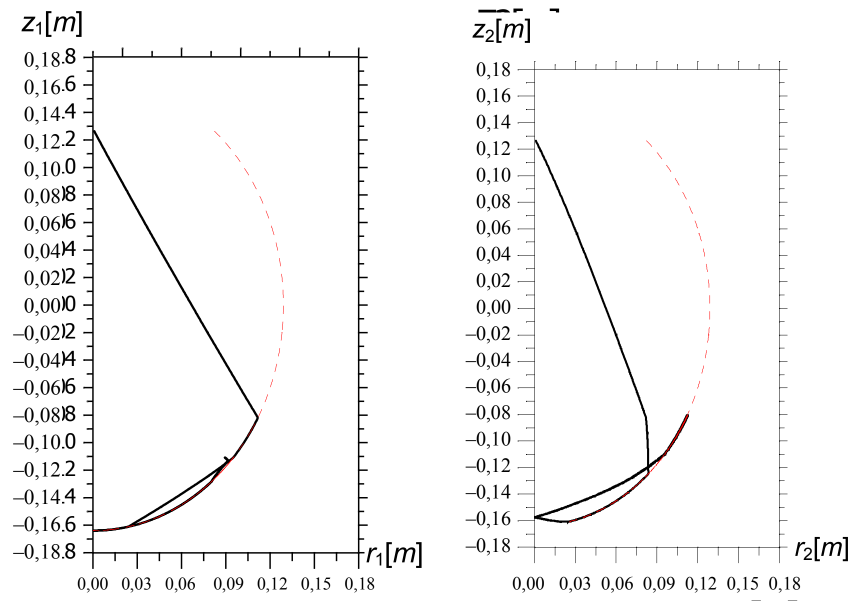

Рис. 2

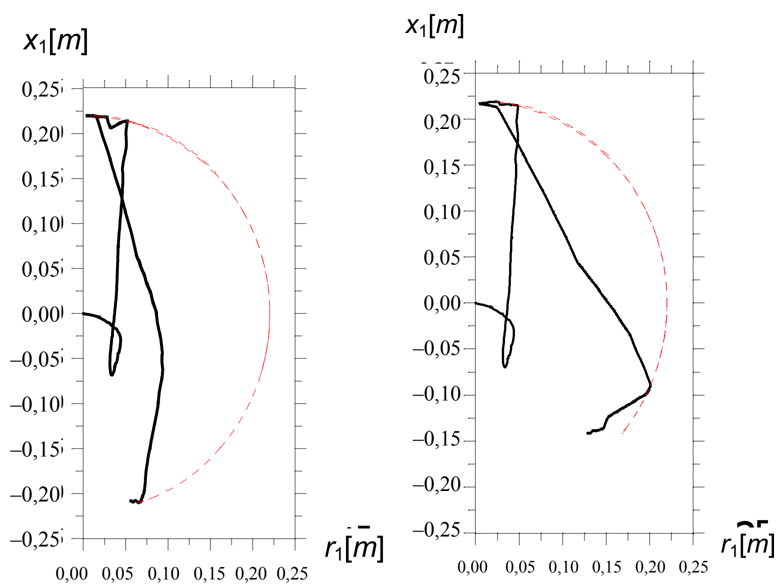

Рис. 3

Представленная модель и созданное на ее основе программное обеспечение позволяют проводить математическое моделирование процессов стабилизации и стыковки КА с учетом подвижности жидкого топлива в баках с целью выбора оптимальных алгоритмов управления в этих режимах движения.

Литература

1. Ефименко, Г. Г. Мматематическая модель движения космического аппарата с жидким топливом в условиях малых перегрузок / Г. Г. Ефименко //Междунар. науч.-техн. конф. «Современные проблемы машиноведения». – Гомель, 2000. – Т. 1. – С. 185–188.

Получено 19.10.2006 г.