

УДК 621.937

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВНЕДРЕНИЯ ГРУППЫ АЛМАЗНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ УКАТКЕ ОГРАНОЧНЫХ ДИСКОВ

М.Г. КИСЕЛЕВ, Д.А. СТЕПАНЕНКО

Учреждение образования «Белорусский национальный технический университет», г. Минск

Введение

В данной статье рассматривается внедрение группы алмазных частиц в поверхностный слой материала ограночных дисков, применяемых при шлифовании и полировании монокристаллов алмаза. Формирование алмазоносного слоя на рабочих поверхностях ограночных дисков традиционно производится методом укатки с помощью деформирующего инструмента из поликристаллического алмаза, имеющего коническую рабочую часть [1]. Так как усилие внедрения зерен при укатке должно быть минимизировано, то основной задачей работы являлось исследование влияния угла заточки рабочей части инструмента на величину силы сопротивления внедрению.

Описание методики моделирования

При определении усилия внедрения группы зерен было принято допущение, что алмазные частицы являются абсолютно жесткими и имеют шарообразную форму с радиусом поверхности r . Расчет производился по следующему алгоритму:

1. Определялась форма области, в которой возможен контакт зерен с поверхностью инструмента. Границы этой области определяются координатами центров частиц, которые вступают в контакт с поверхностью инструмента при нулевом зазоре между ее нижней образующей и поверхностью диска, то есть при полном внедрении частиц, касающихся образующей в начальный момент времени. Определение координат частиц в свою очередь сводится к решению плоской задачи о касании меридионального сечения частицы и вертикального сечения поверхности инструмента. Методика решения данной задачи определяется углом 2θ при вершине осевого сечения инструмента. Если $\theta < 45^\circ$, то контактирующий с поверхностью диска участок вертикального сечения поверхности инструмента является эллипсом, либо его частью, при $\theta = 45^\circ$ – частью параболы, а при $\theta > 45^\circ$ – частью гиперболы. Рассмотрим методику расчета границ контактной области для случая $\theta > 45^\circ$.

Если совместить начало координат с вершиной сечения, а ось Ox направить вдоль оси симметрии сечения, то уравнение сечения примет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{2x}{a} - \frac{y^2}{b^2} = 0, \quad (1)$$

где параметры a и b для заданного расстояния z от вершины инструмента до плоскости сечения определяются выражениями:

$$a = \frac{z \cdot \operatorname{ctg} \theta}{1 - \operatorname{ctg}^2 \theta}, \quad b = \frac{z}{\sqrt{1 - \operatorname{ctg}^2 \theta}}.$$

Центры окружностей радиуса r , касающихся гиперболы, лежат на кривой, представляющей собой геометрическое место концов нормалей к гиперболе, имеющих длину r . Точка этой кривой, соответствующая центру частицы, касающейся поверхностей

инструмента и диска, должна иметь абсциссу x_1 , равную r . Для отыскания ординаты y_1 этой точки запишем уравнение нормали к гиперболе в точке (x_0, y_0) :

$$y - y_0 = k(x_0, y_0)(x - x_0).$$

Угловой коэффициент нормали определяется выражением

$$k(x_0, y_0) = \frac{F'_y(x_0, y_0)}{F'_x(x_0, y_0)} = \frac{y_0 a^2}{(x_0 + a)b^2},$$

где $F(x, y)$ – неявно заданная функция, стоящая в левой части уравнения (1).

Учитывая, что величины x_0 и y_0 связаны уравнением (1), можно считать, что угловой коэффициент является функцией только x_0 , то есть $k = k(x_0)$.

Условие нормировки длины нормали может быть записано в виде

$$(k^2(x_0) + 1)(x_1 - x_0)^2 = r^2,$$

откуда

$$x_1 = x_0 - \frac{r}{\sqrt{k^2(x_0) + 1}}.$$

Тогда условие касания частицы с поверхностью диска примет вид

$$x_0 - \frac{r}{\sqrt{k^2(x_0) + 1}} = r. \quad (2)$$

Решив нелинейное уравнение (2) относительно неизвестной x_0 , можно найти ординату y_0 точки гиперболы, а затем, положив в уравнении нормали $x = r$, найти ординату центра частицы. В качестве начального приближения величины x_0 можно принять абсциссу точки гиперболы, ордината которой определяется выражением

$$y_0 = 2\sqrt{Rr}. \quad (3)$$

Здесь $R = b^2/a = z \cdot \operatorname{tg}\theta$ – радиус кривизны сечения в вершине. Данное приближение имеет следующий смысл: если аппроксимировать форму сечения в окрестности вершины дугой окружности с радиусом R , то выражение (3) будет определять ординату центра частицы, касающейся этой дуги и оси Oy . Так как $r \ll R$, то ордината центра частицы может считаться приближенно равной ординате точки ее касания с поверхностью инструмента.

2. В прямоугольной области, определяемой неравенствами $|y| \leq y_{\max}$, $0 \leq z \leq D/2\sin\theta$, где D – диаметр основания рабочей части инструмента, а $2y_{\max}$ – предельная ширина контактной области, строилось множество точек, определяющих координаты частиц. Количество частиц определялось исходя из плотности распределения $n = 6,293 \cdot 10^3 \text{ мм}^{-2}$, получаемой при нанесении на рабочую поверхность диска 2,5 кар алмазного порошка зернистостью 10 мкм. С целью обеспечения сопоставимости результатов расчета для различных значений угла при вершине инструмента частицы располагались в узлах сетки из квадратных элементов, координаты которых определялись выражениями:

$$z_i = \Delta \left(i - N_z \left[\frac{i}{N_z} \right] \right), \quad y_i = \Delta \left(\left[\frac{i}{N_z} \right] - \frac{N_y - 1}{2} \right).$$

Здесь $\Delta = \frac{10^{-3}}{[\sqrt{n_1} - 1]} = 1,28 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 12,8 \text{ мкм}$ – шаг сетки, n_1 – количество частиц на

площади в 1 мм^2 , численно равное величине n , $N_z = 1 + \left[\frac{D}{2\Delta \sin \theta} \right]$, $N_y = 1 + 2 \left[\frac{y_{\max}}{\Delta} \right]$ – количество узлов сетки в направлении осей Oz и Oy , $i = \overline{0, N_z \cdot N_y - 1}$ – номер узла.

3. Из вектора координат выбирались координаты точек, принадлежащих контактной области.

4. Для каждой частицы с номером i определялась величина зазора δ_i между нижней образующей инструмента и поверхностью диска, соответствующая моменту возникновения контакта частицы с поверхностью инструмента. Расчет зазора производился по следующей методике.

Для заданного значения координаты z_i вычислялись параметры a и b сечения поверхности инструмента. Далее рассматривался момент, в который происходит касание поверхности инструмента и поверхности диска. Найдя абсциссы центров частиц для этого момента времени, можно определить зазоры по формуле

$$\delta = r - x_1.$$

Так как ординаты центров частиц заданы величинами y_i , то записав условие нормировки длины нормали в виде $(k^2(y_0) + 1)(y_1 - y_0)^2 = k^2(y_0)r^2$ и положив в нем $y_1 = y_i$, можно найти ординаты y_0 точек касания частиц с поверхностью инструмента. Далее, воспользовавшись уравнением (1), можно определить абсциссы x_0 точек касания и рассчитать абсциссы центров по формуле

$$x = x_0 - \frac{y - y_0}{k(y_0)}.$$

5. Элементы вектора, содержащего значения зазоров, сортировались в порядке возрастания.

6. Зависимость $P(h)$ силы сопротивления внедрению от величины перемещения инструмента рассчитывалась по формуле

$$P(h) = \sum_{i=1}^N P_0(h - (\delta_N - \delta_i)) \eta(h - (\delta_N - \delta_i)),$$

где $P_0(h)$ – зависимость силы сопротивления внедрению от величины перемещения для единичной частицы, $\eta(h)$ – единичная функция Хевисайда.

Зависимость $P_0(h)$ определялась с помощью приближенных методов, основанных на понятии пластической твердости и описанных в работе [2].

Значения функции $P(h)$ вычислялись с помощью программного продукта MathCAD для ряда дискретных значений аргумента и импортировались в Excel для построения графических зависимостей.

Результаты моделирования и их обсуждение. На рис. 1 изображены построенные с помощью Excel графики зависимости силы сопротивления внедрению от угла при вершине инструмента для различных значений величины перемещения инструмента, выраженной в долях радиуса частицы.

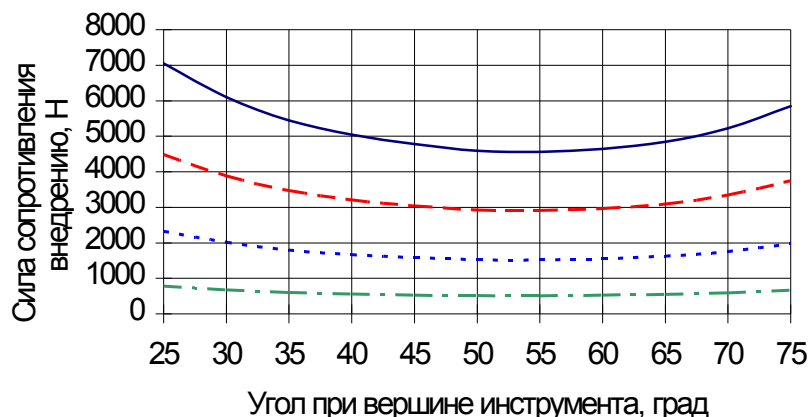


Рис. 1. Графики зависимости силы сопротивления от угла при вершине инструмента:

— $h = 2r$; --- $h = 1,5r$; $h = r$; - · - · $h = 0,5r$

Расчет производился для случая внедрения частиц радиусом 5 мкм в диск из стали 45. Из анализа приведенных данных следует, что график зависимости силы сопротивления от угла имеет минимум при величине угла около 55° . Это значение угла примерно согласуется с эмпирически найденным значением в 75° , характеризующим угол при вершине инструмента для укатки чугуновых ограночных дисков. Следует отметить, что расчет дает сильно завышенные значения нагрузки. Одной из причин этой погрешности является то, что при расчете не учитывалось стеснение деформаций, обусловленное малым расстоянием между центрами соседних частиц, и его влияние на силовую характеристику внедрения единичной частицы. Для описанного выше упорядоченного расположения частиц расстояние между центрами соседних зерен составляет $\Delta\sqrt{2} = 18,1$ мкм, то есть примерно 3,6 радиуса частиц. Также не учитывалось влияние тангенциальных усилий, воздействующих на частицы. Вместе с тем, как показывают данные работы [3] и собственные исследования авторов, тангенциальные усилия существенно влияют на процесс внедрения жестких инденторов.

Так как сопротивление внедрению группы частиц определяется площадью контактной области и распределением частиц в пределах этой области, то экстремальный характер приведенной на рис. 1 зависимости может быть объяснен на основе анализа зависимости указанных факторов от угла при вершине инструмента. Пусть для инструмента с углом при вершине θ форма границы контактной области описывается функцией $y(z, \theta)$. Тогда площадь контактной области определяется выражением

$$S(\theta) = 2 \int_0^{D/2 \sin \theta} y(z, \theta) dz.$$

Как следует из выражения (3), форма границы контактной области может быть приближенно описана следующей функцией:

$$y(z, \theta) = 2\sqrt{zr \cdot \operatorname{tg}\theta}.$$

Тогда для площади получим следующее выражение:

$$S(\theta) = \frac{4D\sqrt{rD}}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\operatorname{tg}\theta}}{(\sin \theta)^{3/2}} = \frac{4D\sqrt{rD}}{3\sqrt{2}} f(\theta).$$

Продифференцировав функцию $f(\theta)$, получим

$$f'(\theta) = \frac{2\sqrt{\cos\theta}}{\sin^2 2\theta} (\sin^2 \theta - 2\cos^2 \theta). \quad (4)$$

Из анализа выражения (4) следует, что функция $f(\theta)$, а следовательно, и площадь контактной области, имеет минимум при условии $\operatorname{tg}\theta = \sqrt{2}$, что соответствует углу при вершине инструмента $\theta = 54^\circ 42'$.

Помимо площади контактной области на величину силы сопротивления внедрению влияет распределение частиц в пределах контактной области по величине зазора δ . Пусть $S(\theta)$ – площадь контактной области, $S(\delta, \theta)$ – площадь области, для расположенных в пределах которой частиц величина зазора не превышает δ . Определим функцию распределения частиц следующим образом:

$$p(\delta, \theta) = S(\delta, \theta)/S(\theta).$$

На рис. 2 приведены графики функции распределения частиц для углов при вершине инструмента $\theta = 75^\circ$ (сплошная кривая) и $\theta = 45^\circ$ (квадратные маркеры).

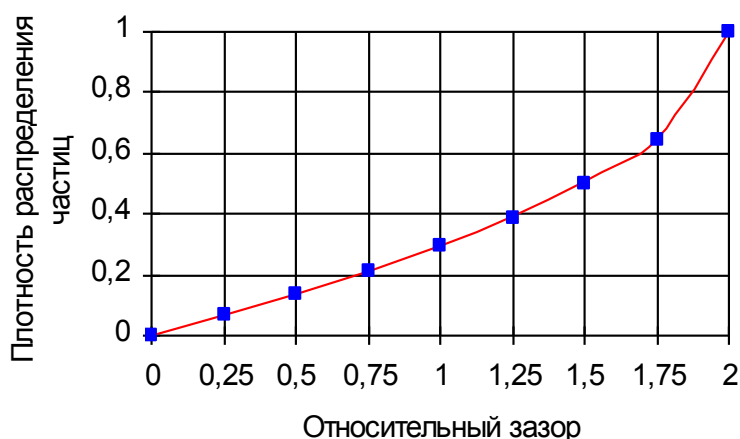


Рис. 2. График функции распределения частиц по величине зазора

Под относительным зазором здесь понимается отношение величины зазора δ к радиусу частицы r . Из анализа графиков следует, что изменение значения угла при вершине инструмента практически не влияет на функцию распределения частиц. Это значит, что сила сопротивления внедрению частиц будет определяться лишь площадью контактной области и также будет иметь минимум при значении угла θ около 55° , что согласуется с данными, приведенными на рис. 1.

Вывод

Таким образом, на основании выполненных расчетов можно сделать вывод о наличии оптимального угла заточки рабочей части деформирующего инструмента. Однако для уточнения его величины представляется рациональным проведение дополнительных экспериментальных исследований.

Литература

1. Епифанов В. И. Технология обработки алмазов в бриллианты / В. И. Епифанов, А. Я. Песина, Л. В. Зыков. – М. : Высш. шк., 1982. – 335 с.
2. Дрозд М. С. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации / М. С. Дрозд, М. М. Матлин, Ю. И. Сидякин. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.
3. S. A. Meguid. A study of the static oblique indentation of aluminium blocks by spherical and cylindrical punches // Aluminium. – 53. Jg. – Н. 3. – S. 188–192.

Получено 24.10.2005 г.