ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ДОЛГОСРОЧНЫМ ФИНАНСОВЫМ ВЛОЖЕНИЯМ

Р. Б. Голубцов, Е. А. Кожевников

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Принятие решений по долгосрочным финансовым вложениям является, как правило, сложным, частично формализуемым процессом. Многовариантность и наличие целого ряда критериальных показателей, учитываемых при таком выборе решений, постоянно требует экономико-математического моделирования и применения специальных оптимизационных методов. Поскольку такие задачи чаще всего интерпретируются как динамические задачи дискретной оптимизации, на практике их стремятся построить в виде линейных моделей, что значительно облегчает расчеты. Однако неизбежное упрощение реальных финансово-экономических процессов для приведения их к линейному виду резко увеличивает ошибки моделирования, а значит практическую точность и значимость получаемых результатов.

Более перспективным, но и гораздо более сложным инструментом для повышения эффективности моделирования долгосрочных финансовых вложений, является аппарат нелинейной оптимизации. Здесь появляется возможность достаточно точно и строго описать процесс движения финансовых средств, однако, кроме многократного усложнения процесса моделирования, возникает еще одна методическая проблема. Она связана с адекватной экономической интерпретацией параметров отдельных функций нелинейной модели. Кроме того, отсутствие универсальных методов и алгоритмов оптимизации нелинейных моделей, особенно при наличии нескольких независимых переменных (гиперпространства), еще более обостряет эту проблему.

Преодолеть сложность моделирования и экономической трактовки компонентов модели позволяет подход, основанный на применении теории производственных функций. В виде производственной функции записывается критерий оптимизации – качественный показатель модели, т. е. ее целевая функция. Например, при построении модели планирования инвестиций за такой показатель целесообразно принять чистую дисконтированную стоимость (ЧДС) капитала, и, соответственно, она должна быть выражена через производственную функцию. Модель в этом случае будет нелинейной вследствие нелинейности функции ЧДС. Она может быть сформулирована и оптимизирована как в дискретном представлении, так и в непрерывном, соответствующими методами. В первом случае коэффициент дисконтирования, входящий в модель, будет иметь вид:

$$\frac{1}{(1+r)^t},$$

где r – процентная ставка на размещенный капитал; t – длительность инвестиционного периода, лет.

Во втором случае коэффициент дисконтирования будет выражен так:

$$\frac{1}{e^{rt}},$$

где e – основание натурального логарифма (неперово число).

Основной капитал предприятия будет представлять собой степенную функцию одной переменной, определяющей размер предприятия (в условных единицах технологического оборудования):

$$f(x_0) = a_0 + a_1 x_0^{a_2},$$

а оборотный капитал будет выражен степенной функцией нескольких переменных (размера предприятия и его производственной мощности):

$$f(x_0, \mathbf{x}) = b_0 + b_1\mathbf{x} + b_2 x_0^{a_2}.$$

В этих двух формулах величины a_0, a_1, a_2 и b_0, b_1, b_2 являются постоянными коэффициентами, определяемыми эмпирическим способом, x_0 – размер предприятия. Кроме того, в последней формуле вектор $\mathbf{x}$ представляет собой производственную мощность предприятия. Различные издержки будут также функцией нескольких переменных:

$$f(x_0, \mathbf{x}) = c_1\mathbf{x} + c_2 x_0 \mathbf{x} + c_3 x_0^{c_4}\mathbf{x},$$

где c_1, c_2, c_3, c_4 – постоянные коэффициенты, определяемые также как и a_0, a_1, и т. д.

ЧДС, таким образом, может быть представлена как сумма основного, оборотного капиталов и издержек предприятия, умноженная на коэффициент дисконтирования:

$$f(x_0, \mathbf{x}) = \frac{a_0 + a_1 x_0^{a_2} + b_0 + b_1 \mathbf{x} + b_2 x_0^{a_2} + c_1 \mathbf{x} + c_2 x_0 \mathbf{x} + c_3 x_0^{c_4} \mathbf{x}}{(1+r)^t}. \qquad (1)$$

Формула (1) записана для случая, когда решение задачи должно быть получено в ее дискретной постановке. Теперь можно построить модель инвестиционного процесса, максимизируя ЧДС и вводя ограничения на независимые переменные. Задача оптимизации может формулироваться следующим образом: найти такие значения x_0 и $\mathbf{x}$, которые доставляли бы максимум целевой функции $f(x_0, \mathbf{x})$, в нашем случае – ЧДС, и в то же время удовлетворяли системе ограничений:

$$h_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x} = \mathbf{M},\ j = 1,\ldots,t, \qquad (2\text{ а})$$

$$g_0(x_0) = x_0 \geq 0, \qquad (2\text{ б})$$

$$g_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \geq 0,\ j = 1,\ldots,t, \qquad (2\text{ в})$$

где $\mathbf{M}$ – вектор, характеризующий уровень рыночного спроса на продукцию, произведенную в результате капиталовложений в производство.

Задача ((1), (2 а) – (2 в)) может быть решена некоторыми методами нелинейного программирования, в частности методами штрафных и барьерных функций – для перехода от задачи при наличии ограничений к задаче без ограничений. Далее можно применять методы безусловной оптимизации, например, квазиньютоновский алгоритм или какой-либо метод последовательного или случайного поиска. Здесь необходимо иметь ввиду, что ни один из имеющихся на сегодняшний день методов нелинейной оптимизации не может гарантировать достижение глобального оптимума целевой функции вида (1), т. к. это обусловлено сложностью поиска по нескольким направлениям ввиду наличия дробных показателей степеней $x_0^{a_2}$ и $x_0^{c_4}$, а также квадратичной формы $x_0 \mathbf{x}$. Таким образом, необходимо комбинировать применение различных методов в процессе поиска оптимального решения.

Литература

1. Применение исследования операций в экономике: Сб. статей /Пер. с венг. – М.: Экономика, 1977. – 328 с.
2. Рихтер К. Динамические задачи дискретной оптимизации /Пер. с нем.; Под ред. А. А. Корбута. – М.: Радио и связь, 1985. – 136 с.
3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование /Пер. с англ.; Под ред. М. Л. Быховского. – М.: Мир, 1975. – 536 с.