

УДК 621.311.1

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТРЕБЛЕНИЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В УЗЛЕ НАГРУЗКИ

А.В. СЫЧЕВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Наиболее общей и изученной математической моделью электропотребления во времени является модель случайного процесса или случайного графика электрической нагрузки [1, 2, 3, 4, 5]. Исследования в этой области были сосредоточены в основном для решения задач управления графиками активных нагрузок. Проблемы компенсации реактивной мощности на промышленных предприятиях имеют свою специфику и требуют адаптации методов стохастического моделирования к данному классу задач.

Для компенсации реактивной мощности нагрузки в системах электроснабжения промышленных предприятий устанавливают батареи статических конденсаторов (БСК), которые могут быть оснащены автоматическими регуляторами, поддерживающими заданное значение коэффициента мощности $\cos\varphi = const$, а также могут управляться дежурным персоналом или программируемым таймером в соответствии с заранее определенной суточной циклограммой. Такие таймеры, например, фирмы GRASSLIN (Германия), позволяют программировать коммутации токовой цепи до 16 А с дискретностью от 1 минуты до 2 часов в суточном или недельном цикле. Первый способ управления БСК обеспечивает высокую точность регулирования, но является более дорогостоящим. Второй менее точен, но дешевле первого. Для того чтобы определить оптимальное соотношение установленной мощности БСК, оснащенных автоматическим регулятором и управляемых по циклограмме, по критерию минимума приведенных затрат необходимо разработать математическую модель, отражающую влияние компенсирующих устройств и точность их регулирования на параметры электропотребления. Эти параметры определяют одну из составляющих приведенных затрат – стоимость потребленной реактивной электроэнергии.

Наличие на промышленных предприятиях автоматизированных систем учета электроэнергии по цехам и участкам, контролирующим потоки электроэнергии всех видов, снимает проблему сбора статистических данных по электропотреблению в узлах нагрузки и открывает широкие возможности для моделирования электропотребления на основе стохастических моделей.

Если реактивную мощность рассматривать как случайную величину Q , то, зная функцию плотности распределения реактивных нагрузок $f(Q)$, можно определить следующие параметры электропотребления:

– среднюю реактивную мощность

$$\bar{Q} = \int_{-\infty}^{\infty} Q \cdot f(Q) dQ, \tag{1}$$

– дисперсию

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (Q - \bar{Q})^2 \cdot f(Q) dQ, \quad (2)$$

– среднеквадратичную реактивную мощность

$$Q_{ск} = \sqrt{\bar{Q}^2 + D}. \quad (3)$$

При нормальном законе распределения оценки математического ожидания реактивной нагрузки до \bar{Q}' и после Q' включения БСК будут отличаться на величину их мощности $Q_{ку}$:

$$Q' = \bar{Q}_H - Q_{ку}, \quad (4)$$

а стандартные отклонения будут равны

$$\sigma = \sigma_{nm}(Q) = \sigma_{nm}(Q'). \quad (5)$$

На рис. 1 приведены кривые нормальных распределений $f(Q_H)$ и $f(Q')$ с одинаковыми значениями стандартного отклонения σ и математическими ожиданиями $Q_H = 8 \sigma$ и $Q' = 2 \sigma$.

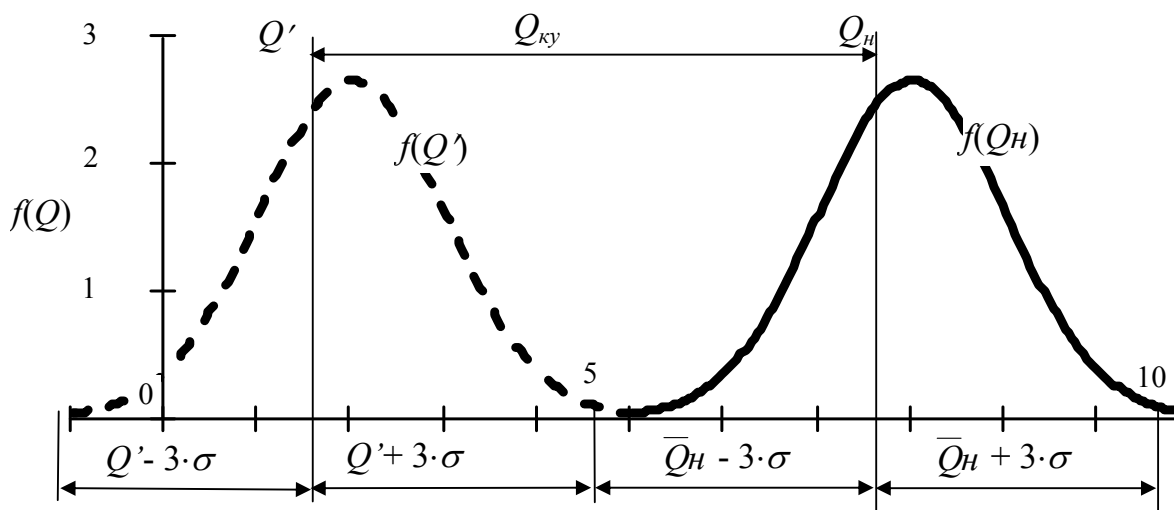


Рис. 1. Кривые распределения реактивной мощности до и после подключения компенсирующего устройства

При нормальном законе распределения реактивной мощности Q , средняя реактивная нагрузка при подключении компенсирующего устройства мощностью $Q_{ку}$:

$$Q' = \bar{Q}_H - Q_{ку} = \int_{-\infty}^{\infty} Q \cdot f(Q) dQ = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_H - Q_{ку})^2}{2 \cdot \sigma^2}} dQ, \quad (6)$$

где \bar{Q}_H – оценка математического ожидания реактивной мощности, квар; σ – оценка стандартного отклонения реактивной нагрузки от математического ожидания, квар.

Выражение (6) позволяет определить среднюю реактивную мощность с учетом взаимной компенсации перетоков реактивной энергии от энергосистемы к потреби-

телю и наоборот. При расчетах за реактивную энергию необходимо выделять потребляемую и генерируемую реактивную энергию за расчетный период.

Генерация реактивной мощности в сеть будет иметь место в случае, если в некоторые моменты времени $Q_{ку} > Q(t)$, при этом левое плечо кривой нормального распределения $f(Q')$ будет попадать в область отрицательных значений Q . Площадь под кривой $f(Q')$ на участке для $Q < 0$ в относительных единицах характеризует среднюю реактивную мощность, выданную в сеть, а на участке $Q > 0$ – среднюю реактивную мощность, потребленную из сети.

Таким образом, средняя реактивная мощность, потребленная или генерированная в сеть, может быть определена по выражению (6), но при интегрировании на участках, соответствующих положительным и отрицательным значениям Q :

$$\bar{Q}_n(Q_{ку}) \approx \int_0^{\bar{Q}_n - Q_{ку} + 3\sigma} \frac{Q}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_n + Q_{ку})^2}{2 \cdot \sigma^2}} dQ, \quad (7)$$

$$\bar{Q}_g(Q_{ку}) \approx \int_{\bar{Q}_n - Q_{ку} - 3\sigma}^0 \frac{Q}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_n + Q_{ку})^2}{2 \cdot \sigma^2}} dQ, \quad (8)$$

где \bar{Q}_n , \bar{Q}_g – средние значения потребления и генерации реактивной мощности на некотором интервале регулирования, квар.

Использование в узле нагрузки компенсирующего устройства с автоматическим регулятором при настройке уставки регулирования на $\cos \varphi = 1$ (что при сложившихся ценах на активную и реактивную энергию наиболее выгодно для потребителя) исключает генерацию реактивной мощности в сеть и $Q_g = 0$, при этом потребляемая реактивная мощность будет определяться выражением (7).

При совместной работе компенсирующих устройств с автоматическим регулятором и управляемых по циклограмме средняя реактивная мощность, потребленная из сети, будет определяться по выражению (7) при мощности компенсирующего устройства

$$Q_{ку} = Q_{ку}^a + Q_{ку}^h, \quad (9)$$

где $Q_{ку}^a$, $Q_{ку}^h$ – реактивная мощность компенсирующих устройств, управляемых автоматически и по циклограмме, квар.

Средняя реактивная мощность, выданная в сеть при совместной работе компенсирующих устройств мощностью $Q_{ку}^a$ с автоматическим регулятором, поддерживающим $\cos \varphi = 1$, и одновременном включении на всем интервале регулирования $Q_{ку}^h$, будет определяться по выражению (8). При этом мощность компенсирующего устройства $Q_{ку}$ определяется (9), а нижний предел интегрирования соответствует работе без учета КУ с автоматическим регулированием:

$$\bar{Q}_g(Q_{ку}^a, Q_{ку}^h) \approx \int_{\bar{Q}_n - Q_{ку}^h - 3\sigma}^0 \frac{Q}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_n + Q_{ку}^a + Q_{ку}^h)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dQ. \quad (10)$$

После раскрытия интегральных выражений (7) и (8) можно найти средние значения мощности при потреблении и генерации реактивной мощности при известных

параметрах распределения реактивной нагрузки и заданной мощности компенсирующего устройства $Q_{ку}$:

$$\bar{Q}_n(Q_{ку}) \approx (\bar{Q}_H - Q_{ку}) \cdot (1 - F_{0;0,7}(\Delta Q)) + \sigma^2 \cdot f_{\bar{Q}_n; \sigma}(Q_{ку}), \quad (11)$$

$$\bar{Q}_c(Q_{ку}) \approx (\bar{Q}_H - Q_{ку}) \cdot F_{0;0,7}(\Delta Q) - \sigma^2 \cdot f_{\bar{Q}_c; \sigma}(Q_{ку}), \quad (12)$$

при

$$\Delta Q = \frac{Q_{ку} - \bar{Q}_H}{\sqrt{2} \cdot \sigma}, \quad (13)$$

где $f_{\bar{Q}_n; \sigma}(Q_{ку})$ – функция плотности нормального распределения вероятности со средним значением \bar{Q}_H и стандартным отклонением σ ; $F_{0;0,7}(\Delta Q)$ – функция распределения вероятности случайной величины ΔQ с нулевым средним значением и стандартным отклонением 0,7.

Стандартное отклонение реактивной нагрузки σ как функцию $Q_{ку}$ можно определить из его связи с размахом случайной величины $R = Q_{max} - Q_{min}$, при этом верхний и нижний пределы размаха вариации определяются по следующим выражениям:

$$\begin{cases} Q_{max}(Q_{ку}) = Q_{max}(0) - Q_{ку} & | & Q_{max}(0) > Q_{ку}, \\ Q_{max}(Q_{ку}) = 0 & | & Q_{max}(0) < Q_{ку}, \\ Q_{ку} = Q_{ку}^a + Q_{ку}^u, \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} Q_{min}(Q_{ку}) = Q_{min}(0) - Q_{ку} & | & Q_{min}(0) > Q_{ку}, \\ Q_{min}(Q_{ку}) = Q_{min}(0) - Q_{ку}^u & | & Q_{min}(0) < Q_{ку}^u, \\ Q_{min}(Q_{ку}) = 0 & | & Q_{min}(0) > Q_{ку}^u, \\ Q_{ку} = Q_{ку}^a + Q_{ку}^u. \end{cases} \quad (15)$$

Если принять, что изменение стандартного отклонения σ прямо пропорционально изменению размаха $R = Q_{max} - Q_{min}$, то приближенно зависимость $\sigma(Q_{ку})$ можно описать следующим выражением:

$$\sigma(Q_{ку}) \approx \frac{Q_{max}(Q_{ку}) - Q_{min}(Q_{ку})}{Q_{max}(0) - Q_{min}(0)} \cdot \sigma(0), \quad (16)$$

где $Q_{min}(0)$, $Q_{max}(0)$ – границы размаха вариации реактивной нагрузки при отсутствии компенсирующих устройств, квар; $Q_{min}(Q_{ку})$, $Q_{max}(Q_{ку})$ – границы размаха вариации реактивной нагрузки при подключении компенсирующих устройств мощностью $Q_{ку}$, квар; $\sigma(Q_{ку})$, $\sigma(0)$ – стандартное отклонение реактивной нагрузки при подключении компенсирующих устройств мощностью $Q_{ку}$ и при отсутствии компенсации соответственно, квар.

Среднеквадратичная реактивная мощность $Q_{ск}(Q_{ку})$ определяется средними значениями потребления $\bar{Q}_n(Q_{ку})$ и генерации $\bar{Q}_c(Q_{ку})$ реактивной мощности, а также стандартным отклонением $\sigma(Q_{ку})$:

$$Q_{ск}(Q_{ку}) = \sqrt{\bar{Q}_n(Q_{ку})^2 + \bar{Q}_z(Q_{ку})^2 + \sigma(Q_{ку})^2}. \quad (17)$$

В случае, когда распределение реактивной нагрузки Q является асимметричным, для определения параметров электропотребления можно использовать гамма-распределение:

$$f_{\lambda(a,b)} = \begin{cases} \frac{b^a}{\Gamma(a)} \cdot x^{a-1} \cdot e^{-bx} & \text{при } 0 \leq x < \infty \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}, \quad (18)$$

где Γ – гамма-функция Эйлера, $a > 0$ – параметр «формы»; b – параметр масштаба.

Внешний вид кривой плотности $f_{\lambda}(a,b)$ распределения вероятности реактивной нагрузки для случая гамма распределения с параметрами $a = 8,744$ и $b = 0,024$ приведен на рис. 2.

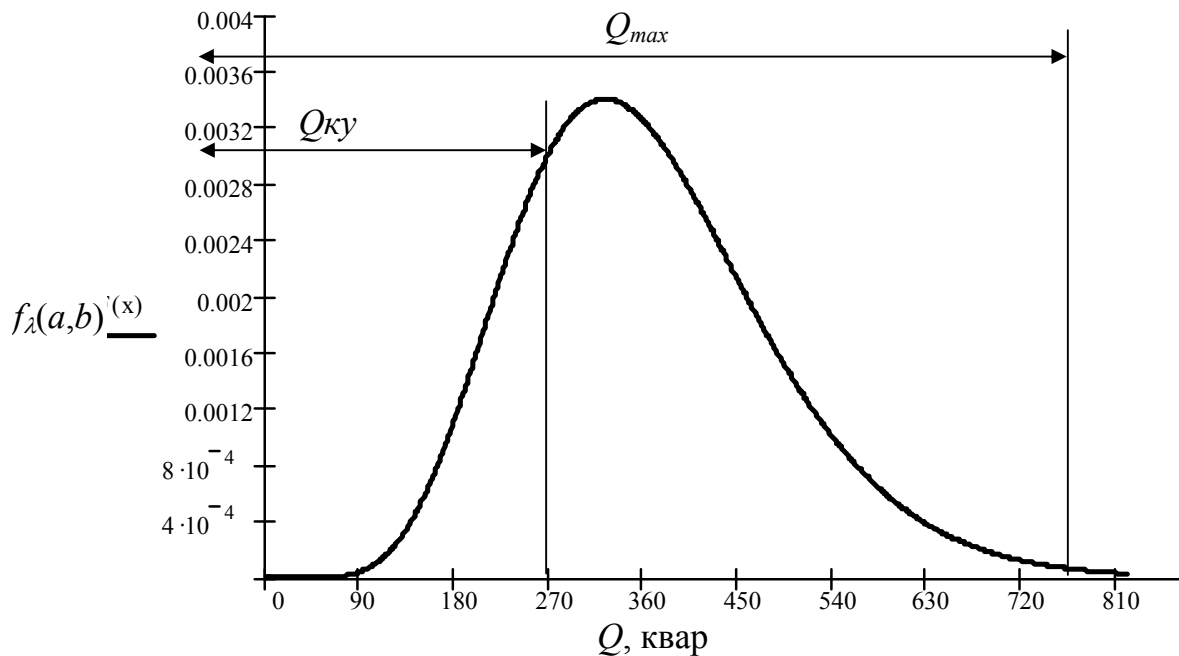


Рис. 2. Кривая гамма-распределения реактивной мощности

Из общего выражения для вычисления средней величины (1) и закона распределения случайной величины (18) можно определить среднее значение потребляемой и генерируемой реактивной мощности при включении компенсирующего устройства мощностью $Q_{ку}$:

$$\bar{Q}_n(Q_{ку}) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \cdot \int_{Q_{ку}}^{Q_{max}} (Q - Q_{ку}) \cdot Q^{a-1} \cdot e^{-bQ} dQ; \quad (19)$$

$$\bar{Q}_z(Q_{ку}) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \cdot \int_0^{Q_{ку}} (Q - Q_{ку}) \cdot Q^{a-1} \cdot e^{-bQ} dQ, \quad (20)$$

где \bar{Q}_n – средняя потребляемая реактивная мощность при компенсации реактивной нагрузки, квар; \bar{Q}_z – средняя генерируемая реактивная мощность при компенсации реактивной нагрузки, квар; Q_{max} – максимальное значение мощности реактивной нагрузки, квар; $Q_{ку}$ – скомпенсированная реактивная мощность, квар.

Дисперсия реактивной нагрузки D зависит только от величины мощности компенсирующих устройств с автоматическим регулированием $Q_{ку}^a$. Из общего выражения для дисперсии (2.20) и закона распределения случайной величины (2.36) можно определить зависимость дисперсии от мощности компенсирующего устройства с автоматическим регулятором $Q_{ку}^a$:

$$D(Q_{ку}^a) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \cdot \int_{Q_{ку}^a}^{Q_{max}} (Q - Q_{ку}^a - \bar{Q}_n(Q_{ку}^a))^2 \cdot Q^{a-1} \cdot e^{-bQ} dQ, \quad (21)$$

где D – дисперсия реактивной нагрузки, квар²; Q_{max} – максимальное значение мощности реактивной нагрузки, квар; $Q_{ку}^a$ – реактивная мощность КУ с автоматическим регулятором, квар; a, b – параметры гамма-распределения.

Среднеквадратичная реактивная мощность $Q_{ск}(Q_{ку})$ определяется, как и в случае нормального закона распределения по выражению (2.12)

$$\begin{cases} Q_{ск}(Q_{ку}) = \sqrt{\bar{Q}_n(Q_{ку})^2 + \bar{Q}_z(Q_{ку})^2 + D(Q_{ку}^a)} \\ Q_{ку} = Q_{ку}^a + Q_{ку}^u. \end{cases} \quad (22)$$

Таким образом, такие параметры электропотребления, как средняя мощность при потреблении (генерации) реактивной энергии, среднеквадратичная мощность можно определить выражения (11), (12), (17) в случае нормального закона распределения плотности реактивной нагрузки и выражениям (19), (20), (22) в случае гамма-распределения.

В случае, если распределение плотности реактивной нагрузки плохо описывается эмпирическими законами распределения, параметры электропотребления можно определить из интервального вариационного ряда, сформированного по статистическим данным реактивной нагрузки.

По предложенной математической модели выполнен расчет оптимальных значений установленной мощности БСК с автоматическими регуляторами $Q_{ку}^a$ и управляемых по циклограмме $Q_{ку}^u$ в системе электроснабжения Новобелицкого комбината хлебопродуктов. Расчет выполнен для четырех узлов нагрузки, параметры электропотребления которых и результаты расчета приведены в таблице 1. Оптимизация выполнена по критерию минимума приведенных затрат Z

$$Z = Z_{ком} + Z_{экс} + \frac{Z_k}{T_{ок}},$$

где $Z_{ком}$ – коммерческие затраты предприятия на покупку реактивной мощности и энергии в энергосистеме, р.; $Z_{экс}$ – затраты, обусловленные эксплуатацией КУ и режимом реактивной мощности в СЭС, р.; Z_k – капитальные затраты на дополнительно устанавливаемые КУ, р.; $T_{ок}$ – период окупаемости дополнительно устанавливаемых КУ, лет.

Таблица 1

Результаты расчета оптимальных мощностей компенсирующих устройств

Параметр	Узел нагрузки												Итого
	Тп-15, Тр1			Тп-15, Тр2			Тп-14, Тр2			РУ-10кВ			
<i>Исходные показатели электропотребления, квар</i>													
Q_n	185	189	193	33	117	98	48	85	88	248	382	367	303,5
σ	23	24	28	34	72	69	40	51	54	128	127	129	
a							1,52	2,54	2,77				8,744
b							0,032	0,030	0,030				0,024
Q_{max}	255	255	235	245	275	265	195	317	330	670	770	822	
Q_{min}	120	120	130	5	5	5	5	10	10	130	130	130	
<i>Параметры оптимизации</i>													
$Q_{ку}^a$	90	90	90	70	70	70	90	90	90	250	250	250	250
$Q_{ку}^y$	110	150	130	0	80	30	0	40	30	110	270	190	270
<i>Расчетные показатели электропотребления, квар</i>													
Q_n	3,6	0,2	2,5	5,0	18,3	26,5	4,43	7	12	19,7	9,2	22,8	17,94
Q_g	-0,0	-0,5	-0,2	0,0	-13,1	-2,8	0,0	-2,7	-0,8	-2,0	-13,4	-1,5	-4,48
Q_{max}	55	15	15	175	125	165	105	187	210	310	250	382	250
Q_{min}	0	-30	0	0	-75	-25	0	-30	-20	0	-140	-60	
σ	9	8	4	25	53	50	12	32	35	73,3	77	99,0	
$Q_{ср}$	4	1	3	5	31	29	4	10	13	22	23	24	
$Q_{ск}$	10	8	5	25	62	58	13	33	37	76	80	102	
<i>Расчетные экономические показатели, тыс. р.</i>													
$Z_{экс}$													64,1
$Z_{кап}$													116,25
Z													180,35

Выводы

1. Предложена стохастическая модель потребления реактивной мощности в узле нагрузки, отражающая связь параметров электропотребления с установленной мощностью компенсирующих устройств с различными способами регулирования, влияющими на их стоимость.
2. Рассмотренная математическая модель может использоваться для определения оптимального по критерию минимума приведенных затрат соотношения мощности батарей статических конденсаторов в узле нагрузки, управляемых автоматическим регулятором и управляемых по суточной циклограмме дежурным персоналом или программируемым таймером.

Список литературы

1. Волобринский С. Д., Каялов Г.М., Клейн П.Н., Мешель Б.С. Электрические нагрузки промышленных предприятий. – Л.: Энергия, 1971. – 264 с.

2. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Степанов В.П. Методы вероятностного моделирования в расчетах характеристик электрических нагрузок потребителей. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 128 с.
3. Каялов Г.М., Каждан А.Э., Куренный Э.Г., Ковалев И.Н. Основы построения промышленных электрических сетей. – М.: Энергия, 1978. – 352 с.
4. Фокин Ю.А. Вероятностно-статистические методы в расчетах систем электроснабжения. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
5. Шидловский А.К., Куренный Э.Г. Введение в статистическую динамику систем электроснабжения. – Киев: Наукова думка, 1984. – 273 с.

Получено 11.10.2002 г.