



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П.О. Сухого»

Кафедра «Обработка материалов давлением»

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

**по одноименному курсу
для студентов специальностей 1-36 01 05
«Машины и технология обработки
материалов давлением»
и 1-36 20 02 «Упаковочное производство
(по направлениям)»**

Гомель 2006

УДК 519.242:621.771(075.8)
ББК 72(4 Бей)я73
О-75

*Рекомендовано научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого*

Автор-составитель: *Ю. Л. Бобарикин*

Рецензент: канд. техн. наук, доц., зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ
им. П. О. Сухого *М. П. Кульгейко*

О-75 **Основы** научных исследований : практ. пособие к лаб. занятиям по одноим. курсу для студентов специальностей 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением» и 1-36 20 02 «Упаковочное производство (по направлениям)» / авт.-сост. Ю. Л. Бобарикин. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2006. – 43 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://gstu.local/lib>. – Загл. с титул. экрана.

В практическом пособии изложены основные принципы проведения экспериментальных научных исследований, основные этапы которых отражены в лабораторных работах, направленных на примерное исследование по предлагаемым методикам.

Для студентов специальностей 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением» и 1-36 20 02 «Упаковочное производство (по направлениям)».

УДК 621.182.12(075.8)
ББК 31.37я73

© Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого», 2006

Лабораторная работа №1

Постановка задачи исследования и выбор факторов эксперимента

Цель работы: изучение порядка проведения экспериментальных исследований и методики определения диапазона задаваемых параметров исследования.

Общие сведения

Наука – сфера исследовательской деятельности, направленная на получение новых знаний о природе, обществе и мышлении. Наука условно разделяется на естественную, техническую и общественную науки. Технические науки – это система знаний о целенаправленном преобразовании природных тел и процессов в технические объекты.

Научные исследования разделяются на следующие основные виды: теоретические, экспериментальные и экспериментально-теоретические.

Объект исследования – носитель некоторых неизвестных и подлежащих изучению свойств или качеств.

Наиболее точные знания об исследуемом объекте позволяют получить экспериментальные исследования. Эксперимент можно определить как систему, воздействий или наблюдений, направленную на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях.

К основным типовым задачам экспериментальных исследований обычно относят:

- получение предварительных сведений об объекте (отсеивающий эксперимент, опрос специалистов и анализ результатов опроса и так далее);
- получение формульных зависимостей (действительных значений определенных величин, математических моделей процессов для свойств, процессов, явлений);
- проверка гипотез;
- оптимизация свойств изучаемого объекта (определение оптимальных соотношений, слежение за оптимумом и так далее).

Эксперимент включает в себя ряд опытов, в процессе каждого из которых происходит воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности воспроизведения его результатов. Условия опытов определяются уровнями факторов или значениями n независимых управляемых переменных величин X_1, \dots, X_n , по предположению влияющих на объект исследований.

В результате опыта устанавливаются значения отклика или зависимой переменной Y по предположению зависящей от факторов. По данным эксперимента определяется зависимость математического ожидания отклика от факторов, то есть определяется функция отклика $Y = f(X_1, \dots, X_n)$. При определении функции отклика имеет место влияние случайных ошибок, поэтому функция имеет определенную степень достоверности. Геометрическое представление функции отклика называется поверхностью отклика.

В технологических исследованиях все факторы можно разделить на три группы:

1) Факторы, характеризующие качество исходного или сырья. К ним относятся, например, физико-механические свойства (твердость, микроструктура материалов и так далее) и технологические свойства;

2) Управляемые факторы, с помощью которых реализуются заданные условия работы объекта. Это, например, режимы обработки, параметры технического процесса, прочностные характеристики оборудования и т.д.;

3) Неконтролируемые входные или независимые факторы. Характеризуют действующие на объект возмущения, которые не могут быть измерены в каждом опыте. Это, например, неконтролируемые измерения химического состава заготовки, колебания напряжений в электрической сети и температуры среды и другое.

По числу переменных эксперименты могут быть одно- и многофакторные: при однофакторном изменении и регистрации подлжит один фактор (одна независимая переменная), при многофакторных – несколько факторов или независимых переменных.

В зависимости от способа выбора уровней факторов (значений независимых переменных) эксперименты делятся на пассивные и активные. Эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем, называется активным. Эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте регистрируется исследователем, но не задаются, называется пассивным.

Экспериментальные исследования также классифицируют на качественные (с целью установления только факта существования объекта), количественные, лабораторные и промышленные. В последнее время все большее распространение получает автоматизированные экспериментальные исследования.

Объекты исследований в экспериментах можно разделить на статические и детерминированные, управляемые и неуправляемые.

В статических объектах случайная зависимая переменная Y (отклик) находится в связи со случайными и неслучайными факторами X_i . При этом нет строго соответствия между факторами и откликом эксперимента, например, зависимость качества деталей от качества заготовки. Измерение независимой величины приводит к изменению закона распространения

зависимой случайной величины. Обычно это распределение соответствует закону Гаусса. Исследования этих объектов называют статистическими.

Для детерминированных объектов характерны функциональные связи между неслучайными величинами, когда каждому значению аргумента соответствует строго определенное значение функции.

Управляемость объекта определяется возможностью воспроизведения на нем результатов опыта. Для проверки этого свойства нужно провести эксперимент при некоторых выбранных уровнях исследуемых факторов, а затем повторить его несколько раз через неравные промежутки времени и сравнить результаты. Если разброс значений результатов не превышает некоторой заранее заданной величины, то объект управляется.

Экспериментальные исследования, направленные на поиск формульных зависимостей проводятся по следующему ряду укрупненных этапов [1-9]:

1. формулирование цели;
2. выбор факторов эксперимента;
3. планирование эксперимента;
4. проведение эксперимента с применением специальной методики и средств наблюдения, измерения и регистрации;
5. обработка и анализ результатов;
6. проверка условий окончания эксперимента;

Выбор варьируемых факторов означает определение основных и второстепенных характеристик, влияющих на исследуемый объект. На основе этого все факторы классифицируются и выстраиваются по ранжиру в ряд по важности для данного эксперимента. Иногда бывает трудно сразу выявить роль основных и второстепенных факторов. В этих случаях необходимо выполнять не большой по объему предварительный поисковый опыт. Определяется диапазон или граница значений для выбранных факторов эксперимента

Планирование эксперимента включает: выбор варьируемых факторов, обоснование объема эксперимента, числа опытов; порядок реализации опытов, определение последовательности изменения факторов; выбор шага изучения факторов, задание материалов между будущими экспериментальными точками; обоснование средств измерения, описание проведения эксперимента; обоснование способов обработки и анализа результатов эксперимента.

Применение математической теории эксперимента позволяет уже при планировании оптимизировать объем экспериментальных исследований и повышать их точность. Под обработкой и анализом результатов эксперимента понимается поиск и исключение грубых ошибок в экспериментальных измерениях, определение вида экспериментальной формульной зависимости (математической модели). Проверка адекватности экспериментальной формульной зависимости проводится на

ее соответствие реально существующей или действительной зависимости по определенным методикам.

Порядок проведения работы

Постановка задачи (для всего цикла настоящих лабораторных работ): выполнить экспериментальное исследование величины сопротивления холодной пластической деформации металла в зависимости от основных параметров, влияющих на данную характеристику. В результате получить математическую модель в виде формульной зависимости для определения сопротивления холодной пластической деформации материала на сжатие, имеющего актуальное значение для обработки материалов давлением.

Выбор факторов эксперимента: основными параметрами, влияющими на пластичность, являются химико-физические свойства материала, его температура, степень деформации, скорость деформации, форма образца. Исходя из теоретических и практических сведений для холодной деформации материала (при температуре ниже температуры рекристаллизации) к основным, влияющим на сопротивление деформации параметрам можно отнести степень деформации и форму образца. Поэтому для эксперимента выбрать следующие факторы: относительная степень деформации ε , X_1 и геометрический фактор образца G , X_2 , определяемый отношением высоты к ширине или диаметру образца. Необходимо установить границы изменения величин факторов эксперимента. Для этого подготовить три цилиндрических образца одинаковых диаметров с отношением высоты к диаметру образцов равным 0.5, 1, 1.5. Для исследований этого вида на торцах цилиндрических образцов выполняются углубления для размещения в них твердой смазки, но для упрощения, эти углубления не выполняются, и используется обычная смазка. С помощью испытательной машины осадить эти три образца с построением трех диаграмм сжатия (рис.1.1) в координатах: усилие осадки P и абсолютное сжатие по высоте образца Δh . На основе полученных данных определить значения давления осадки p в МПа и относительной деформации осадки ε в начале и в конце зоны пластической деформации II (рис.1.1) с использованием формул:

$$p = P/F_k, \quad \varepsilon = \Delta h/H, \quad (1.1)$$

где F_k - площадь контакта образца с инструментом, мм²;

H - высота образца до осадки, мм.

Величина F_k определяется по зависимости:

$$F_k = D^2 \cdot \frac{\pi H}{4h}, \quad (1.2)$$

где D - диаметр образца до осадки, мм;

h - высота образца после осадки, мм.

Полученные значения ε для образца с меньшей высотой будут являться границами фактора X_1 для всех образцов, а заданные три отношения, характеризующие геометрию образцов, будут являться значениями фактора X_2 . Зона упругой деформации I и зона сжатия упрочненного материала III не исследуются.

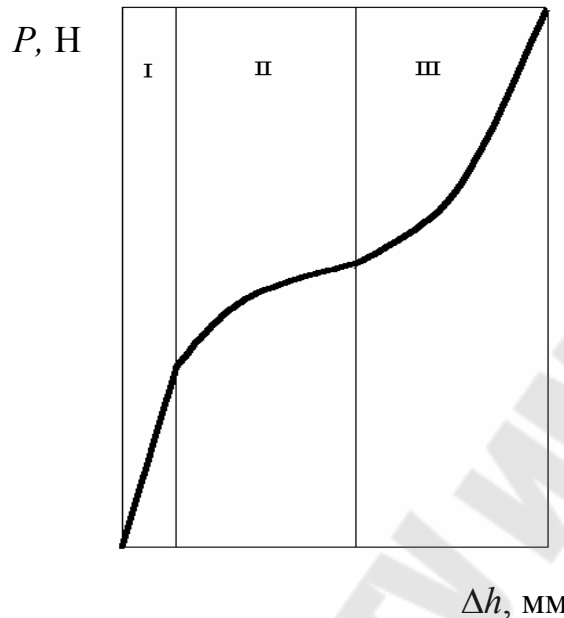


Рис. 1.1 Схема диаграммы сжатия

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- экспериментальные диаграммы;
- определение значений граничных значений факторов эксперимента;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Понятия науки, технической науки, виды наук;
- 2) Основные виды исследований и объект исследований;
- 3) Понятие эксперимента и его основные задачи;
- 4) Понятия факторов, отклика эксперимента и поверхности отклика;
- 5) Виды факторов эксперимента;
- 6) Классификация видов эксперимента;
- 7) Виды объектов исследований, управляемость объекта;
- 8) Укрупненные этапы экспериментальных исследований;
- 9) Структура планирования эксперимента;
- 10) Принцип выбора варьируемых факторов.

Лабораторная работа №2

Построение плана эксперимента

Цель работы: изучение методики построения плана эксперимента.

Общие сведения

При проведении эксперимента (активного) задается определенный план варьирования факторов, т.е. эксперимент заранее планируется. Эксперимент состоит из опытов.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов. Задается в виде матрицы плана или в виде матрицы спектра плана совместно с матрицей дублирования.

План эксперимента должен быть направлен на выполнение задачи эксперимента.

Матрица плана – прямоугольная таблица, строки которой соответствуют числу опытов m , число столбцов соответствует числу факторов k (таблица 2.1). Включает в себя и повторные опыты, т. е. повторяющиеся строки. Значения факторов X_{ij} в матрице повторяются.

Матрица спектра плана определяет число не повторяющихся опытов, а матрица дублирования определяет число повторных опытов.

Точка плана – упорядоченная совокупность численных значений факторов, соответствующая условиям проведения одного опыта. Это совокупность факторов X_{ij} с фиксированным значением j для каждой точки плана или опыта. Например, если число факторов $j = 1, \dots, k$, а число опытов в эксперименте $i = 1, \dots, m$, то, точке плана с номером m отвечает совокупность факторов $X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mk}$.

Таблица 2.1 Матрица плана эксперимента

Номер опыта эксперимента	Факторы эксперимента				
	X_1	X_2	X_3	X_j	X_k
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{1j}	X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{2j}	X_{2k}
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{3j}	X_{3k}
i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{ij}	X_{ik}
m	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	X_{mi}	X_{mk}

Спектр плана – объединение в эксперименте всех неповторяющихся точек плана.

Значения каждого фактора изменяются с определенным шагом или интервалом, образуя уровни факторов.

Уровень фактора – фиксированное значение фактора X_j . Определяет фиксированное значение переменной величины определенного фактора.

Выбор количества уровней факторов k_u зависит от интервала изменения значений факторов и определяется видом плана. Минимальное число уровней 2: минимальные и максимальные значения факторов. Обычно добавляется и средний или основной уровень фактора.

Если число уровней для всех факторов одинаково, то в общем виде зависимость для минимального числа опытов или «ядра» плана имеет вид

$$m = k_u^k \quad (2.1)$$

Общее количество опытов определяется видом плана.

Область планирования – область значений факторов X_j , в которой находятся точки, отвечающие условиям проведения опытов используемого плана эксперимента.

Область планирования выделяется минимальными $X_{j \min}$ и максимальными $X_{j \max}$ уровнями всех факторов.

Значения основных уровней факторов определяются из соотношения

$$X_j^0 = (X_{j \min} + X_{j \max})/2 \quad (2.2)$$

Точка плана, соответствующая совокупности основных уровней факторов называется центром эксперимента.

Для удобства анализа факторы нормируют, а их уровни кодируют. В кодированном виде максимальный уровень обозначается +1, минимальный –1, основной (средний) 0.

Нормирование факторов осуществляют на основе соотношения

$$K_j = (X_j - X_j^0) / \Delta X_j \quad (2.3)$$

где K_j - кодированные значения факторов;

ΔX_j - интервал варьирования фактора X_j .

Интервал варьирования фактора X_j определяется по формуле

$$\Delta X_j = (X_{j \max} - X_{j \min})/2. \quad (2.4)$$

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Существует множество вариантов планов эксперимента. Их различие состоит в закономерностях заполнения матрицы плана эксперимента.

Все множество планов эксперимента можно условно классифицировать по следующим признакам:

- по цели исследования: планы отсеивающего эксперимента, планы для изучения поверхности отклика (функции отклика), планы для динамических задач планирования, планы для изучения механизма явлений, планы для построения диаграмм состав-свойство, состав-состояние;
- по количеству имеющихся факторов эксперимента: планы однофакторного анализа, планы многофакторного анализа (двух-, трех-, и т.д.);
- по порядку уравнения математической модели (полинома): планы первого порядка, планы второго порядка, планы третьего порядка и т.д.;
- по числу используемых факторов эксперимента: план полного факторного эксперимента (ПФЭ), план дробного факторного эксперимента (дробная реплика или ДФЭ);
- по методу анализа и виду математической модели, используемой при представлении результатов многофакторного эксперимента: планы дисперсионного анализа, планы регрессионного анализа, планы ковариационного анализа.

Дисперсионный анализ – статистический метод, с помощью которого производится разложение суммарной дисперсии эксперимента (рассеяния значений экспериментальных данных) на составляющие, изучаемые отдельно. Результат анализа представляется в виде системы функций отклика от факторов эксперимента на определенных уровнях. Функция имеет определенную структуру. Основное назначение – выявление степени влияния контролируемых факторов на отклик. Бывает одно- и многофакторный. Разделяется на две основные разновидности: полные классификации дисперсионного анализа, неполные классификации дисперсионного анализа. Если число факторов до 5, то могут использоваться полные классификации дисперсионного анализа, т.е. реализуются все возможные совокупности условий эксперимента. Если число факторов более 5, то для сокращения числа опытов используются неполные классификации дисперсионного анализа, т.е. реализуются не все возможные совокупности условий эксперимента. Сокращение перебора вариантов может проводится случайным образом - для дисперсионного анализа без ограничения на рандомизацию или в соответствии с некоторым строгим правилом - для дисперсионного анализа с ограничением на рандомизацию. Среди неполных классификаций дисперсионного анализа с ограничением на рандомизацию наиболее

распространены неполноблочные планы (блок-схемы) и латинские планы. Они также имеют свои разновидности. Например, бывают сбалансированные неполные блок-схемы и частично сбалансированные блок-схемы, цепные блок-схемы, решетчатые планы. К латинским планам относятся латинские и гипер-греко-латинские квадраты, кубы, прямоугольники, параллелепипеды, а также сложные планы, построенные на базе латинских планов.

Регрессионный анализ - статистический метод, определяющий связь между факторами и откликом эксперимента, при наличии между ними регрессионной связи, когда одному значению фактора соответствует совокупность значений отклика, т.е. когда существует статистический ряд распределения значений отклика или когда существует зависимость случайной величины отклика от неслучайных значений факторов. Связь выражается в виде математической модели представляемой в виде математической функции, обычно полинома. Вид этой функции отличается от вида функции дисперсионного анализа.

Ковариационный анализ - сложный анализ, являющийся результатом объединения дисперсионного и регрессионного анализов. Используется с участием качественных и количественных факторов.

Наиболее распространенным анализом является *регрессионный анализ*. К нему относится большинство планов отсеивающего эксперимента и планов для изучения поверхности отклика.

Регрессионные планы имеют свою классификацию, которая разделяет их на две группы: планы первого порядка и планы второго порядка. Наиболее предпочтительны планы первого порядка как менее трудоемкие в их исполнении. Но получаемая линейная регрессионная модель для отклика не всегда адекватна. Планы второго порядка используются в двух случаях: когда планирование первого порядка не позволило получить адекватную модель и когда заранее известно о нелинейности свойств изучаемого объекта. Используются в определенных случаях планы и высших порядков: третьего и выше.

К регрессионным планам первого порядка относят:

- однофакторный план, когда поочередно варьируется каждый из факторов при фиксированных значениях остальных факторов на некотором уровне;
- полный факторный план, когда план содержит все возможные комбинации всех факторов на всех уровнях их изменения;
- дробный факторный план, когда план содержит все возможные комбинации только существенных факторов, что снижает число опытов;
- насыщенный план, который содержит дополнительную точку плана или матрица спектра такого плана имеет дополнительную строку.

К регрессионным планам второго порядка относят две большие группы планов: симметричные и несимметричные. У симметричных планов суммы произведений определенных сочетаний факторов плана равны определенным константам. У несимметричных планов таких равенств нет.

Несимметричные планы менее удобны в использовании, но требуют меньшее количество опытов. Несимметричные планы разделяются на насыщенные и ненасыщенные в зависимости от количества опытов. Они также имеют свои разновидности.

Симметричные планы отличаются большей упорядоченностью в расположении точек плана в сравнении с несимметричными планами. Для симметричных планов характерно подобие в изменении каждого фактора. Отличаются простотой соотношений для анализа. Симметричные планы разделяются на ротатабельные и неротатабельные, которые имеют свои разновидности. Ротатабельные планы соответствуют критерию ротатабельности, а неротатабельные не соответствуют. Критерий ротатабельности плана состоит в том, что точность предсказания отклика по уравнению регрессии, полученному по этому плану, постоянна на фиксированном расстоянии от центра плана (в окрестности центра области планирования).

Порядок проведения работы

В выполняемых исследованиях, начало которых положено в лабораторной работе №1, исследуемое свойство имеет заранее известный нелинейный характер, поэтому выбирается план второго порядка. Необходимо получить математическую модель, позволяющую высчитывать сопротивление пластической деформации материала при различных величинах влияющих параметров, поэтому выбирается регрессионный план эксперимента. Из регрессионных планов выбирается ротатабельный план эксперимента, отличающийся более упрощенным анализом и равномерной точностью результатов исследования.

Величина и область изменения параметров для ротатабельного двухфакторного плана эксперимента приводятся в таблице 2.1. Данные заносятся в таблицу 2.1 в соответствии с полученными значениями диапазонов изменения параметров, влияющих на исследуемое свойство.

Для вычисления натуральных значений факторов эксперимента X_1 , X_2 на уровнях факторов в нижнем и верхнем «звездных» плечах необходимо воспользоваться формулой перехода от натуральных значений факторов к кодированным (2.3).

Таблица 2.1 Величина и интервалы варьирования независимых переменных

Уровни факторов	Кодированные значения факторов	Натуральные значения факторов	
		Относительная деформация образца ε	Геометрический показатель образца G
		X_1	X_2
Основной	0		1
Нижний	-1		0,5
Верхний	+1		1,5
Нижнее «звездное» плечо	-1,414		
Верхнее «звездное» плечо	+1,414		
Интервал варьирования	—		0,5

Согласно ротатабельному плану эксперимента для двухфакторного эксперимента проводится 13 опытов в соответствии с матрицей планирования (таблица 2.2). К «ядру» плана из 4-ех опытов добавлены 4 опыта в «звездных» плечах (точках) и 5 опытов в нулевых точках плана. Каждый опыт осуществляется определенное количество раз, которое будет определено в следующей лабораторной работе.

Таблица 2.2 Матрица планирования и рабочая матрица

№ опыта	Матрица планирования		Рабочая матрица плана	
	K_1	K_2	X_1, ε	X_2, G
1	+1	+1		
2	-1	+1		
3	+1	-1		
4	-1	-1		
5	-1,414	0		
6	+1,414	0		
7	0	-1,414		
8	0	+1,414		
9	0	0		
10	0	0		
11	0	0		
12	0	0		
13	0	0		

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- величина и интервалы варьирования независимых переменных (таблица 2.1);
- матрица планирования и рабочая матрица плана (таблица 2.2);
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Понятия плана эксперимента, матрицы плана, матрицы спектра, матрицы дублирования;
- 2) Понятия точки плана эксперимента, спектра плана, «ядра» плана;
- 3) Понятия уровня факторов и области планирования;
- 4) Принцип нормирования факторов;
- 5) Условная классификация планов эксперимента;
- 6) Определение дисперсионного анализа;
- 7) Определение регрессионного анализа;
- 8) Определение ковариационного анализа;
- 9) Классификация видов регрессионного анализа первого порядка;
- 10) Классификация видов регрессионного анализа второго порядка.

Лабораторная работа №3

Определение числа измерений для получения действительных значений величин

Цель работы: изучение методики определения необходимого числа экспериментальных параллельных (повторных) опытов при измерении одного параметра

Общие сведения

В результате действия ошибок измерения отсутствует возможность точного получения действительного значения измеряемой величины. Это значение может быть получено только с определенной достоверностью или погрешностью.

Для проведения опытов с заданной достоверностью и с заданной точностью измерения необходимо знать то количество измерений, при котором экспериментатор уверен, что будет обеспечена требуемая достоверность измерений. Эти измерения называются повторными или параллельными опытами.

Достоверность измерений или доверительная вероятность p_d изменяется в пределах $0 \dots 0,9999$.

Доверительной вероятностью измерения называется вероятность того, что истинное или действительное значение измеряемой величины попадает в доверительный интервал 2μ

$$y_d = \bar{y} \pm \mu \quad . \quad (3.1)$$

Для определения необходимого минимального числа повторных измерений изучаемой величины (отклика) проводятся предварительные повторные опыты с числом выборки (числом измерений) n .

Для определения необходимого минимального числа повторных измерений изучаемой величины (отклика) n_{min} с использованием большого числа выборки n от 20 до 50 можно использовать зависимость:

$$n_{min} = \frac{k_s^2 \cdot t_0^2}{\Delta} \quad , \quad (3.2)$$

где k_s – коэффициент вариации;

t_0 – гарантийный коэффициент (нормированное отклонение), определяемый по таблице 3.1 в зависимости от принятой доверительной вероятности p_d ;

Δ - точность измерения, не превышающая точность измерительных приборов или устройств.

Таблица 3.1 Интегральная функция Лапласа

t	p_Δ	t	p_Δ	t	p_Δ
0.00	0.0000	0.75	0.5467	1.50	0.8664
0.05	0.0399	0.80	0.5763	1.55	0.8789
0.10	0.0797	0.85	0.6047	1.60	0.8904
0.15	0.1192	0.90	0.6319	1.65	0.9011
0.20	0.1585	0.95	0.6579	1.70	0.9109
0.25	0.1974	1.00	0.6827	1.75	0.9199
0.30	0.2357	1.05	0.7063	1.80	0.9281
0.35	0.2737	1.10	0.7287	1.85	0.9357
0.40	0.3108	1.15	0.7419	1.90	0.9426
0.45	0.3473	1.20	0.7699	1.95	0.9488
0.50	0.3829	1.25	0.7887	2.00	0.9545
0.55	0.4177	1.30	0.8064	2.25	0.9756
0.60	0.4515	1.35	0.8230	2.50	0.9876
0.65	0.4843	1.40	0.8385	3.00	0.9973
0.70	0.5161	1.45	0.8529	4.00	0.9999

Значение k_σ определяется по формуле:

$$k_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{y}}, \quad (3.3)$$

где σ - среднеквадратичное отклонение отклика;
 \bar{y} - среднее значение отклика.

Значение σ определяется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (3.4)$$

где y_i – значение отклика в i -ом замере или опыте;
 n – количество замеров или объем выборки.

Значение \bar{y} определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i. \quad (3.5)$$

Если оказывается, что расчетное n_{min} велико для данного эксперимента, то необходимо либо снижать до допустимого уровня величину доверительной вероятности p_Δ с целью уменьшения нормированного

отклонения t_0 , либо повышать точность измерений Δ . Если p_0 и Δ изменять нельзя, то принимается получаемое значение n_{min} .

Для определения n_{min} с использованием небольшого объема выборки n от 2 до 20 можно применить метод Стьюдента. В планах экспериментов обычно используется от 2 до 5 повторных опыта.

Метод Стьюдента для определения минимального количества выборки опыта в плане эксперимента состоит в проведении следующей последовательности:

- 1) проводятся два предварительных опыта ($n=2$);
- 2) по формуле (3.5) вычисляется \bar{y} для заданного n ;
- 3) по формуле (3.4) вычисляется σ ;
- 4) вычисляется среднеарифметическое значение среднеквадратичного отклонения σ_0 или средняя ошибка по формуле:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \quad (3.6)$$

- 5) задается точность измерения Δ , равная точности приборов, оценивающих значение отклика;
- 6) значение половины доверительного интервала μ , зависящее от точности приборов, случайных ошибок и требуемой точности измерения, задается из интервала

$$\Delta \leq \mu < \bar{y} ; \quad (3.7)$$

- 7) вычисляется коэффициент Стьюдента

$$\alpha = \mu / \sigma_0 ; \quad (3.8)$$

- 8) по таблице 3.2 в соответствии с α и n определяется доверительная вероятность p_0 .

Если полученное значение p_0 удовлетворяет условиям эксперимента (не является слишком малым или большим), то заданное значение n принимается равным n_{min} . Если полученное значение p_0 не удовлетворяет условиям эксперимента, то необходимо либо увеличить до допустимых пределов значение μ , либо увеличить объем выборки n . При вынужденном увеличении объема выборки n принимается значение n , увеличенное на единицу, проводится дополнительный параллельный опыт и проводится анализ по п.п. 2)-8) метода Стьюдента.

Таблица 3.2 Коэффициент Стьюдента α

n	p_d					
	0.80	0.90	0.95	0.99	0.995	0.999
2	3.080	6.31	12.71	63.70	127.30	637.20
3	1.886	2.92	4.30	9.92	14.10	31.60
4	1.638	2.35	3.188	5.84	7.50	12.94
5	1.533	2.13	2.77	4.60	5.60	8.61
6	1.476	2.02	2.57	4.03	4.77	6.86
7	1.440	1.94	2.45	3.71	4.32	9.96
8	1.415	1.90	2.36	3.50	4.03	5.40
9	1.397	1.86	2.31	3.36	3.83	5.04
10	1.383	1.83	2.26	3.25	3.69	4.78
12	1.363	1.80	2.20	3.11	3.50	4.49
14	1.350	1.77	2.16	3.01	3.37	4.22
16	1.341	1.75	2.13	2.95	3.29	4.07
18	1.333	1.74	2.11	2.90	3.22	3.96
20	1.328	1.73	2.09	2.86	3.17	3.88
30	1.316	1.70	2.04	2.75	3.20	3.65
40	1.306	1.68	2.02	2.70	3.12	3.55
50	1.298	1.68	2.01	2.68	3.09	3.50
60	1.290	1.67	2.00	2.66	3.06	3.46
	1.282	1.64	1.96	2.58	2.81	3.29

Порядок проведения работы

Исследования данной работы являются продолжением исследований, начальные этапы которых выполнены в лабораторных работах №1 и №2 и направлены на определение минимального числа параллельных опытов для выполнения опытов в точках плана эксперимента (таблица 2.2). Для этого выполняются следующие этапы:

1. Исходя из формулы для значения ε (1.1) определить значение Δh для нулевого (основного) уровня факторов плана эксперимента (таблица 2.2);
2. Провести повторные опыты $n=5$ раз по осадке образцов формы нулевого уровня до рассчитанной деформации Δh с фиксацией усилия осадки P S помощью гидравлической испытательной машины Р – 05;
3. Рассчитать величины p с использованием формул (1.1) и (1.2) для каждого опыта, которые далее обозначаются как отклик эксперимента y_i ;
4. Принять $n=2$ и вычислить по формулам (3.5), (3.4) и (3.6) \bar{y} , σ , σ_0 для заданного n ;

5. С помощью таблицы (3.2) определить коэффициент Стьюдента α для заданной доверительной вероятности p_δ (0.9, 0.95) в соответствии с используемым числом n .

6. Вычислить доверительный интервал отклика по формуле:

$$\mu = \alpha \cdot \sigma_0;$$

7. Рассчитать относительную погрешность результатов серии измерений при заданной доверительной вероятности p_δ по формуле

$$\delta = \mu \cdot 100 / \bar{y},$$

8. Рассчитать относительную погрешность измерений от точности используемого измерительного инструмента и приборов по формуле:

$$\delta_{np} = \mu_{np} \cdot 100 / \bar{y},$$

где μ_{np} - абсолютная погрешность измерения, зависящая от точности измерительных приборов.

Величина μ_{np} вычисляется по формуле:

$$\mu_{np} = \Delta_p \cdot (y)'_p + \Delta_{\Delta h} \cdot (y)'_{\Delta h} + \Delta_h \cdot (y)'_h,$$

где Δ_i – погрешности измерительных шкал при измерении P , Δh , h , равные половине цены деления соответствующих шкал;

$(y)'_i$ – частные производные по параметрам P , Δh , h функции для отклика y , получаемой совмещением формулы (1.1) с (1.2).

Если значение δ относительно не велико и соизмеримо превышает δ_{np} , то значение $n=2$ принимается числом повторных опытов для дальнейших экспериментов. Если значение δ относительно велико, то возможно снижение значения p_δ до допустимого значения и повторное выполнение п.5-8. Если значение δ не уменьшено, то выполняются п. 4-8 для $n=3$.

Получить оптимальное значение δ можно изменением числа n до 5 и числа p_δ .

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- результаты предварительных опытов в основных точках плана;
- определение по методу Стьюдента минимального количества параллельных (повторных) опытов;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Определение параллельных опытов;
- 2) Определение доверительной вероятности измерения;
- 3) Порядок определения количества параллельных опытов для большой выборки;
- 4) Порядок определения количества параллельных опытов для малой выборки (метод Стьюдента);
- 5) Определение среднего значения и среднеквадратичного отклонения отклика.

Лабораторная работа №4

Получение экспериментальных значений изучаемых величин

Цель работы: получение навыков проведения экспериментальных измерений.

Общие сведения

В зависимости от характера измерения величины во времени различают измерения статических и динамических величин.

По способу получения значений измеряемой величины измерения разделяются на прямые, косвенные, совокупные и совместимые.

При прямом измерении искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. Косвенным называют измерение, при котором значение величины определяют на основании известной зависимости между искомой величиной и величинами, которые подвергаются прямым измерениям (например, определение плотности однородного тела по измеренной массе, когда известны его геометрические размеры). Измерение, при котором одновременно производится прямое измерение косвенных одноименных величин, а искомое значение физической величины находят решением системы уравнений, называются совокупными. Совместимыми называют измерения двух или нескольких величин для нахождения зависимости между ними.

Средство измерения – это техническое устройство, используемое при измерениях и имеющее непосредственные метрологические свойства.

Измерительные преобразователи – это технические устройства, которые осуществляют преобразование величины и образуют канал передачи измерительной информации.

Измерительные преобразователи можно условно разбить на три класса: пропорциональные, функциональные и операционные.

Прямое измерение имеет вид:

$$y = C \cdot x, \quad (4.1)$$

где y – значение измеряемой величины в простых для нее единицах;

C – цена деления шкалы;

x – отсчет по измеряемому устройству.

Косвенное измерение:

$$z = f(x, y, \dots, a, b, \dots), \quad (4.2)$$

где z – значение измеряемой величины в принятых для нее единицах;

x, y – результаты прямых измерений;
 a, b – физические константы и постоянные приборов.

Если число сравнений принимает число неизвестных, то получается система условных уравнений, которую решают методом наименьших квадратов.

Измерения, при которых число опытов и соответственно число уравнений измерений равно числу измеряемых величин, называют однократными, если же число опытов и соответственно число уравнений измерения принимает число измеряемых величин – многократными. Измерения проводятся многократно, когда необходимо уменьшить случайную ошибку измерений.

В зависимости от точности результатов можно выделить три класса измерений:

1. эталонные, результат которых должен иметь максимально возможную точность при достигнутом уровне техники и науки;
2. контрольно-повышенные, при которых ошибка результата не превышает заранее заданного допуска. Такие измерения выполняются в поверочных или контрольно-измерительных лабораториях при проверке приборов;
3. технические, ошибка результатов, которых определяется характеристиками измерительного комплекса.

Измерение, основанное на прямых измерениях одной или нескольких основных величин или (и) использовании значений физических констант и функциональных зависимостей, называется абсолютным.

Относительным называется измерение отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы. Такое сравнение позволяет установить, во сколько раз одна величина больше другой.

Уравнение относительных измерений: $y = k \cdot x$.

В случае относительных измерений используются приборы, которые предварительно калибруются с помощью эталона единицы соответствующей величины. Таким образом, что бы были возможными относительные измерения некоторых величин, необходимо создать эталон единиц этих величин и с их помощью произвести калибровку приборов.

Необходимо также обосновать набор средств измерений.

В первую очередь следует использовать стандартные, серийно выпускаемые машин и приборы. В отдельных случаях возникает потребность в создании уникальных приборов и установок, стендов, машин для разработки темы.

Методы измерений должны базироваться на законах специальной науки – метрологии, изучающей средства и методы измерений.

На результаты измерений могут оказывать влияние различные факторы. Появляются ошибки, которые влияют на измеренные значения величины так, что она представляют сумму истинного значения измеряемой

величины и ошибок. Ошибка измерения Δx определяется как разность между результатом измерения x и истинным значением измеряемой величины x_u :

$$\Delta x = x - x_u, \quad (4.3)$$

Такая ошибка называется абсолютной. Ее значение не много говорит о действительной точности измерения, если не сопоставить значение ошибки и результат измерения. Поэтому используется понятие относительной ошибки

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} 100\%, \quad (4.4)$$

Ошибки измерения принято подразделять на систематические, случайные и грубые.

Случайная ошибка изменяется от одного измерения к другому самым различным образом. Случайная ошибка возникает в результате совместного влияния случайных различных факторов. Для оценки случайных ошибок используется аппарат теории вероятности и математической статистики. С увеличением числа измерений случайная величина эксперимента уменьшается. Случайная погрешность характеризуется законом нормального распределения Гаусса.

Систематическая ошибка – это ошибка, которая остается постоянной на протяжении одной серии измерений или изменяется по какому-либо закону.

Систематическая ошибка при взвешивании на чашечных весах с помощью неточных гирь – пример постоянной ошибки. Пример систематической переменной погрешности – изменение размера пробиваемого отверстия пуансоном в результате равномерного износа пуансона.

Грубая ошибка обусловлена часто недостаточным вниманием экспериментатора, различного рода сбоями в измерительной технике и т.д. Определяется грубая ошибка по определенным методикам.

Порядок проведения работы

В соответствии с рабочей матрицей плана эксперимента (таблица 2.2), полученной в лабораторной работе №2 и в соответствии с количеством параллельных опытов n , определенным в лабораторной работе №3 готовится требуемое количество образцов необходимой формы.

Исходя из формулы для ε (1.1) всех значений ε определяются соответствующие значения Δh для всех уровней факторов.

Затем с помощью гидравлической испытательной машины Р – 05 проводятся опыты по осадке образцов определенных форм до требуемой абсолютной деформации Δh с фиксацией усилия осадки P . На основе этих показаний с помощью формул 1.1 - 1.2 рассчитываются значения сопротивления пластической деформации p . Данные результатов опытов p заносятся в таблицу 4.1 в виде значений отклика.

Для принятого плана эксперимента $m=13$.

Таблица 4.1 Результаты определения изучаемого параметра

Номер опыта	Значения отклика			
1	y_{11}	y_{12}	y_{1j}	y_{1n}
2	y_{21}	y_{22}	y_{2j}	y_{2n}
i	y_{i1}	y_{i2}	y_{ij}	y_{in}
m	y_{m1}	y_{m2}	y_{mj}	y_{mn}

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- расчеты абсолютных обжатий;
- результаты экспериментальных измерений;
- вычисления значений отклика (таблица 4.1)
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Виды измерений;
- 2) Определения прямого и косвенного измерений;
- 3) Классы измерений;
- 4) Определения прямых и косвенных измерений;
- 5) Средство измерения и измерительные преобразователи;
- 6) Абсолютная и относительная погрешности измерения;
- 7) Случайная, систематическая и грубая ошибки измерений;
- 8) Порядок определения изучаемого параметра.

Лабораторная работа №5

Поиск и исключение грубых ошибок в экспериментальных измерениях

Цель работы: получение навыков использования методики поиска и исключения грубых ошибок в объеме результатов экспериментальных измерений.

Общие сведения

В процессе обработки экспериментальных данных следует исключать грубые ошибки. Появление этих ошибок вполне вероятно, а наличие их ощутимо влияет на результаты измерений. Прежде чем исключить то или иное измерение, необходимо убедиться, что это действительно грубая ошибка, а не отклонение вследствие статического разброса. Существует несколько методов определения грубых ошибок.

Правило трех сигм.

Наиболее простым способом исключения из ряда измерений резко выделяющихся измерений является правило трех сигм: разброс случайных величин значений отклика от среднего значения не должен превышать утроенного значения среднеквадратичного отклонения отклика 3σ :

$$\begin{aligned} y_{\max, \min} &= \bar{y} \pm 3 \cdot \sigma \\ \bar{y} - 3 \cdot \sigma < y_i < \bar{y} + 3 \cdot \sigma, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где y_{\max} и y_{\min} – наибольшее и наименьшее значения из n измерений.

Все измерения y_i , не удовлетворяющие неравенству (5.1) являются грубыми ошибками. Однако этот метод не всегда достоверен.

Метод доверительного интервала.

Более достоверными являются методы, базируемые на использовании доверительного интервала. При наличии статического ряда измерений малой выборки n , подчиняющейся закону нормального распределения, вычисляются критерии появления грубых ошибок β_1 и β_2 по формуле:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{(y_{\max} - \bar{y})}{\sigma \cdot \sqrt{(n-1)/n}} \\ \beta_2 &= \frac{(\bar{y} - y_{\min})}{\sigma \cdot \sqrt{(n-1)/n}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Затем по таблице 5.1 в зависимости от доверительной вероятности p_0 и значения n определяется критерий появления грубых ошибок β_{\max} .

Таблица 5.1 Критерий появления грубых ошибок β_{max}

n	p_{δ}		
	0.90	0.95	0.99
3	1.41	1.41	1.41
4	1.64	1.69	1.72
5	1.79	1.87	1.96
6	1.89	2.00	2.13
7	1.97	2.09	2.26
8	2.10	2.24	2.46

Если β_1 , определенное по формуле (5.2), удовлетворяет неравенству $\beta_1 > \beta_{max}$, то y_{max} является грубой ошибкой и исключается из ряда измерений.

После иклюдения грубых ошибок определяют новые значения y и σ из (n-1) измерений, если исключена одна ошибка и (n-2) – если исключены две ошибки.

Критерий Романовского.

Метод устранения грубых ошибок, основанный на критерии В. М. Романовского, применяется для малой выборки. Методика выявления грубых ошибок по этому методу состоит в том, что, исходя из заданной доверительной вероятности p_{δ} , по таблице 5.2 в зависимости от n находят коэффициент q для вычисления предельно допустимой ошибки измерения.

Таблица 5.2 Коэффициент q для вычисления предельно допустимой ошибки измерений

n	p_{δ}			
	0.95	0.98	0.99	0.995
2	15.56	38.97	77.96	779.7
3	4.97	8.04	11.46	36.5
4	3.56	5.08	6.58	14.46
5	3.04	4.10	5.04	9.43
6	2.78	3.64	4.36	7.41
7	2.62	3.36	3.96	6.37

Затем вычисляют предельно допустимую абсолютную ошибку отдельного опыта:

$$\varepsilon_{np} = \sigma \cdot q, \quad (5.3)$$

Для каждого значения отклика y_{ij} оценивается условие: если $|\bar{y}_i - y_{ij}| > \varepsilon_{np}$, то измерение y_{ij} , выделяемое из ряда измерений отдельного опыта является грубой ошибкой и исключается из этого ряда.

Значения \bar{y}_i называются средними арифметическими значениями отклика отдельного i – го опыта и определяются по формуле

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n} \quad (5.4)$$

Этот метод очищает ряд измерений более тщательно, т.е. исключает измерения, отличающиеся не самым резким выделением.

Порядок проведения работы

Исходными данными для обработки являются результаты эксперимента лабораторной работы №4 в таблице 4.1.

По формуле (3.4) рассчитывается σ для каждого опыта.

Значения отклика из таблицы 4.1 проверяются на грубую ошибку по методу Романовского.

Исключаемые значения отклика должны быть восстановлены путем дополнительного проведения опытов в условиях проведения исключенных опытов и дополнительно проверены на грубую ошибку.

После исключения грубых ошибок и восстановления количества значений отклика должна быть получена таблица 5.1 с результатами опыта без грубых ошибок.

Таблица 5.1 Значения отклика

Номер опыта	Значения отклика				
	1	y_{11}	y_{12}	y_{1j}	y_{1n}
2	y_{21}	y_{22}	y_{2j}	y_{2n}	\bar{y}_2
i	y_{i1}	y_{i2}	y_{ij}	y_{in}	\bar{y}_i
m	y_{m1}	y_{m2}	y_{mi}	y_{mn}	\bar{y}_m

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- определение параметров для критерия Романовского;
- результаты поиска грубых ошибок по критерию Романовского;
- результаты дополнительных опытов и таблица 5.1 с исключенными грубыми ошибками;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Порядок исключения грубых ошибок по правилу трех сигм;
- 2) Порядок исключения грубых ошибок по методу доверительного интервала;
- 3) Порядок исключения грубых ошибок по критерию Романовского.

Лабораторная работа № 6

Оценка воспроизводимости результатов эксперимента

Цель работы: изучение методики определения воспроизводимости результатов эксперимента.

Общие сведения

После исключения грубых ошибок из ряда значений отклика эксперимента проводят оценку воспроизводимости эксперимента. Невоспроизводимость эксперимента возможна в связи с возможным неполным или неправильным выбором значимых факторов эксперимента на стадии определения факторов эксперимента, с возможными ошибками в эксперименте, с отсутствием предпосылок к регрессионному анализу исследуемого объекта. Воспроизводимость эксперимента возможна при однородности дисперсий ошибок опытов эксперимента. Оценка воспроизводимости проводится с помощью проверки однородности дисперсий ошибок опытов эксперимента.

Дисперсия ошибки опыта (степень рассеяния отдельных значений измерений отклика в опыте) характеризует точность опыта.

Значения дисперсии ошибки отдельного опыта или в отдельных точках плана эксперимента находятся по зависимостям:

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n-1}, \quad (6.1)$$

где s_i^2 – дисперсия ошибки отдельного i -го опыта;
 n – число параллельных опытов (повторений опыта);
 y_{ij} – значения отклика для отдельного i -го опыта;
 \bar{y}_i – среднее арифметическое значение отклика для отдельного i -го опыта.

Дисперсии опытов однородны, если ни одна из дисперсий значительно не отличается от других. Если дисперсии опытов значительно не отличаются друг от друга, то по критерию Кохрена их можно не проверять. Критерий Кохрена Kh рассчитывается для наиболее выделяющейся дисперсии опыта (максимальной или минимальной), равной ее отношению к сумме всех дисперсий эксперимента. Но поиск экстремальных дисперсий субъективен, поэтому желательно провести расчет критерия для всех дисперсий опытов:

$$Kh_{расч} = \frac{s_i^2}{\sum_1^m s_i^2}, \quad (6.2)$$

где m - число опытов в эксперименте.

Дисперсии можно считать однородными, если расчетные значения критерия Кохрена $Kh_{расч}$ меньше табличных значений критерия Кохрена $Kh_{табл}$, приведенных в таблицах 6.1, 6.2. При однородности дисперсий эксперимент воспроизводим, в противоположном случае – не воспроизводим.

Таблица 6.1 Значения критерия Кохрена при доверительной вероятности 0.95

m	$n-1$			
	1	2	3	4
2	0.9985	0.9750	0.9392	0.9057
3	0.9669	0.8709	0.7977	0.7457
4	0.9065	0.7679	0.6841	0.6287
5	0.8412	0.6838	0.5981	0.5440
6	0.7808	0.6161	0.5321	0.4803
7	0.7271	0.5612	0.4800	0.4307
8	0.6798	0.5157	0.4377	0.3910
9	0.6385	0.4775	0.4027	0.3584
10	0.6020	0.4450	0.3733	0.3311
12	0.5410	0.3924	0.3264	0.2880
15	0.4709	0.3346	0.2758	0.2419
20	0.3894	0.2705	0.2205	0.1921

Воспроизводимость эксперимента позволяет при дальнейшей обработке данных использовать регрессионный анализ и статистическую обработку полученных результатов эксперимента, позволяющую определить точность, адекватность и работоспособность полученной регрессионной модели.

Отсутствию воспроизводимости эксперимента не позволяет применять для его анализа регрессионный анализ. Причины отсутствия могут состоять в неправильном или неточном выборе факторов эксперимента, в особенностях самого изучаемого объекта. В этом случае рекомендуется повторить эксперимент с уточнением факторов эксперимента. Причины могут состоять в особенностях самого изучаемого объекта, которому не характерна регрессионная зависимость между

откликом и факторами эксперимента. В этом случае могут использоваться другие методы анализа, например, дисперсионный анализ.

Таблица 6.2 Значения критерия Кохрена при доверительной вероятности 0.99

m	$n-l$			
	1	2	3	4
2	0.9999	0.9950	0.9794	0.9586
3	0.9933	0.9423	0.8831	0.8355
4	0.9676	0.8643	0.7814	0.7212
5	0.9279	0.7885	0.6957	0.6329
6	0.8828	0.7218	0.6258	0.5635
7	0.8376	0.6644	0.5685	0.5080
8	0.7945	0.6162	0.5209	0.4627
9	0.7544	0.5727	0.4810	0.4251
10	0.7175	0.5358	0.4469	0.3934
12	0.6528	0.4751	0.3919	0.3428
15	0.5747	0.4069	0.3317	0.2882
20	0.4799	0.3297	0.2654	0.2288

Однородность дисперсий дает возможность оценить дисперсию эксперимента, характеризующая его ошибку:

$$s_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m(n-1)} \quad (6.4)$$

Если число параллельных опытов (наблюдений) одинаково и равно 2 ($n=2$), то дисперсия эксперимента

$$s_{\{y\}}^2 = \frac{2 \sum_{i=1}^m (y_j - \bar{y}_i)^2}{m} \quad (6.5)$$

где y_j – значение отклика при $j=1$ или при $j=2$, т.е. при первом или втором повторе i -ого опыта.

Дисперсия эксперимента (дисперсия воспроизводимости) далее используется в регрессионном анализе (в лабораторных работах №7 и 8).

Порядок проведения работы

На основании таблицы 5.1, полученной в лабораторной работе №5, по формулам (6.1), (6.2) вычисляются соответствующие параметры s_i^2 , $Kh_{расч}$, которые заносятся в таблицу 6.1. Параметр $Kh_{табл}$ выбирается из таблиц 6.1 или 6.2.

Таблица 6.1 Параметры определения критерия Кохрена

№ опыта	s_i^2	$Kh_{расч}$	$Kh_{табл}$
1			
2			
i			
m			

На основании критерия Кохрена делается вывод воспроизводимости или невоспроизводимости эксперимента.

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- определение и результаты оценки параметров, определяющих критерий воспроизводимости эксперимента Кохрена (таблица 6.1);
- расчет дисперсии воспроизводимости эксперимента;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Причины возможной невоспроизводимости эксперимента;
- 2) Критерий воспроизводимости эксперимента;
- 3) Дисперсия ошибки отдельного опыта;
- 4) Критерий однородности дисперсий опытов;
- 5) Принцип определения однородности дисперсий по критерию Кохрена;
- 6) Условие возможности осуществления регрессионного анализа;
- 7) Причины отсутствия воспроизводимости опыта;
- 8) Дисперсия эксперимента.

Лабораторная работа № 7

Построение уравнения экспериментальной математической модели

Цель работы: изучение методики построения регрессионного уравнения.

Общие сведения

Для ротатабельного плана эксперимента второго порядка, принятого в лабораторной работе №2, уравнение регрессии для двухфакторного эксперимента, выраженного через кодированные значения факторов, имеет вид:

$$y = b_0 + b_1 K_1 + b_2 K_2 + b_{12} K_1 K_2 + b_{11} K_1^2 + b_{22} K_2^2, \quad (7.1)$$

где b_0 – свободный член в уравнении регрессии;

b_1, b_2 – линейные коэффициенты уравнения регрессии;

b_{12} – коэффициент, характеризующий двойное взаимодействие факторов;

b_{11}, b_{22} – коэффициенты уравнения регрессии второго порядка;

K_1, K_2 – кодированные значения факторов эксперимента.

Значения коэффициентов для приведенного вида уравнения регрессии определяются по следующим зависимостям:

$$b_0 = 0,2 \sum_1^{13} \bar{y}_i - 0,1 \left(\sum_1^8 K_1^2 \bar{y}_i + \sum_1^8 K_2^2 \bar{y}_i \right); \quad (7.2)$$

$$b_1 = 0,125 \sum_1^8 K_1 \bar{y}_i; \quad b_2 = 0,125 \sum_1^8 K_2 \bar{y}_i; \quad b_{12} = 0,25 \sum_1^4 K_1 K_2 \bar{y}_i;$$

$$b_{11} = 0,125 \sum_1^{13} K_1^2 \bar{y}_i + 0,0187 \left(\sum_1^8 K_1^2 \bar{y}_i + \sum_1^8 K_2^2 \bar{y}_i \right) - 0,1 \sum_1^{13} \bar{y}_i;$$

$$b_{22} = 0,125 \sum_1^{13} K_2^2 \bar{y}_i + 0,0187 \left(\sum_1^8 K_1^2 \bar{y}_i + \sum_1^8 K_2^2 \bar{y}_i \right) - 0,1 \sum_1^{13} \bar{y}_i,$$

где \bar{y}_i – средние значения отклика эксперимента в i – ом опыте.

После определения коэффициентов уравнения регрессии необходимо определить значимость их оценки, или степень влияния слагаемого члена

уравнения регрессии с определенным коэффициентом регрессии на отклик y .

Истинные коэффициенты регрессии определяются по формуле

$$\beta = b \pm \Delta b, \quad (7.3)$$

где b – расчетные значения коэффициентов регрессии;
 Δb - погрешность оценки коэффициентов регрессии.

Если $|b| > |\Delta b|$, то коэффициент регрессии b значим, если $|b| < |\Delta b|$, то коэффициент регрессии b не значим.

Если b значим, то слагаемое уравнения регрессии с участием данного b остается в окончательном уравнении, если он не значим, то этот член исключается из окончательного уравнения регрессии.

Величины Δb для планирования второго порядка рассчитываются по зависимостям:

$$\begin{aligned} \Delta b_0 &= \pm 2 s_{(b0)}, \quad \Delta b_i = \pm 2 s_{(bi)}, \\ \Delta b_{ii} &= \pm 2 s_{(bii)}, \quad \Delta b_{ij} = \pm 2 s_{(bij)}, \end{aligned} \quad (7.4)$$

где $s_{(b0)}$, $s_{(bi)}$, $s_{(bii)}$, $s_{(bij)}$ - квадратичные ошибки в определении коэффициентов регрессии.

При ротатабельном планировании второго порядка величины $s_{(b0)}$, $s_{(bi)}$, $s_{(bii)}$, $s_{(bij)}$ определяются из уравнений для дисперсий ошибок в определении коэффициентов регрессии:

$$\begin{aligned} s_{(b0)}^2 &= a_8 s_{(\bar{y})}^2, \quad s_{(bi)}^2 = a_9 s_{(\bar{y})}^2, \\ s_{(bii)}^2 &= a_{10} s_{(\bar{y})}^2, \quad s_{(bij)}^2 = a_{11} s_{(\bar{y})}^2, \end{aligned} \quad (7.5)$$

где $s_{(\bar{y})}^2$ - дисперсия ошибки среднего значения отклика по параллельным опытам;

a_8, a_9, a_{10}, a_{11} - коэффициенты, определяемые из таблицы 7.1.

Значение $s_{(\bar{y})}^2$ определяется по формуле:

$$s_{(\bar{y})}^2 = s_{(y)}^2 / n, \quad (7.6)$$

где $s_{(y)}^2$ – дисперсия эксперимента (воспроизводимости), определяемая по (6.4).

Таблица 7.1 Значения коэффициентов для определения дисперсий ошибок коэффициентов регрессии

Число факторов k	Число опытов m	Коэффициенты			
		a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
2	13	0.200	0.125	0.1438	0.250
3	20	0.1663	0.0732	0.694	0.125
4	31	0.1428	0.0417	0.0341	0.0625
5	32	0.1591	0.0417	0.0341	0.0625

После определения значимости коэффициентов регрессии уравнение регрессии с кодированными значениями факторов эксперимента приводится к виду уравнения с натуральными (именованными) факторами эксперимента с целью удобства его дальнейшего использования на практике. Для этого в регрессионное уравнение подставляются следующие зависимости для кодированных факторов:

$$K_i = (X_i - X_i^0) / \Delta X_i, \quad (7.7)$$

где X_i^0 - численные значения основных (нулевых) уровней факторов при $i=k$;

ΔX_i - численные значения интервалов варьирования факторов X_i ;

X_i - натуральные (именованные) значения факторов, остающиеся в регрессионном уравнении в виде переменных величин.

После подстановки в уравнение (7.1) значений (7.7) и приведения подобных уравнение регрессии для ротатабельного двухфакторного плана второго порядка, отражающее влияние факторов на исследуемую функцию, примет вид:

$$y = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_{12} X_1 X_2 + c_{11} X_1^2 + c_{22} X_2^2, \quad (7.8)$$

где $c_0, c_1, c_2, c_{12}, c_{11}, c_{22}$ - коэффициенты регрессии для именованных факторов.

В полученном уравнении некоторые слагаемые могут отсутствовать как незначимые.

Перед выдачей рекомендации о возможности практического использования полученного уравнения в качестве математической модели

исследуемого объекта необходимо проверить это уравнение на соответствие действительным свойствам объекта или на адекватность.

Порядок проведения работы

Исходя из результатов эксперимента \bar{y}_i из таблицы 5.1 и кодированных значений факторов из таблицы 2.2 в соответствии с формулами (7.2) рассчитываются коэффициенты из уравнения регрессии (7.1).

Определяется дисперсия ошибки среднего значения отклика по параллельным опытам $s_{(\bar{y})}^2$ по формуле (7.6).

По формулам (7.5) определяются дисперсии ошибок в определении коэффициентов регрессии.

Определяются погрешности оценки коэффициентов регрессии по формулам (7.4).

На основе сравнения погрешностей оценки коэффициентов регрессии и расчетных значений коэффициентов регрессии делается заключение о значимости коэффициентов регрессии.

Далее уравнение регрессии вида (7.1) приводится к виду (7.8) путем подстановки в (7.1) выражений для K_i (7.7) и проведением элементарных преобразований.

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- вычисления и их результаты согласно порядка выполнения работы;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Общий вид уравнения регрессии для ротатабельного плана эксперимента второго порядка;
- 2) Порядок определения значимости оценки коэффициентов регрессии;
- 3) Погрешность оценки коэффициентов регрессии;
- 4) Дисперсия ошибки среднего значения отклика по параллельным опытам;
- 5) Порядок представления уравнения регрессии с кодированными значениями факторов эксперимента к виду уравнения с натуральными факторами эксперимента.

Лабораторная работа №8

Оценка адекватности экспериментальной математической модели.

Цель работы: получение навыков оценки адекватности экспериментальных уравнений

Общие сведения

Методы оценки адекватности регрессионных математических моделей или эмпирических уравнений основаны на анализе выполнения определенных условий. Эти условия позволяют с заданной доверительной вероятностью определять возможность адекватного описания физических свойств исследуемого объекта с помощью полученной модели.

Суть выполнения условий состоит в сопоставлении функции, отражающей относительную разницу между экспериментальными значениями исследуемого параметра, полученными по плану эксперимента, и расчетными значениями, полученными из уравнения регрессии, с определенными коэффициентами - критериями адекватности или согласия. В практике оценки адекватности применяют различные статистические критерии согласия.

Критерий Пирсона.

Применяется для больших выборок статистических измерений. В соответствии с этим критерием эмпирическая формула подтверждается или уравнение регрессии адекватно, если соблюдается условие:

$$p(\chi^2, q) > \alpha, \quad (8.1)$$

где α – уровень значимости, обычно принимаемый равным 0,1;

$p(\chi^2, q)$ – критерий Пирсона, выбираемый из таблицы 8.1 в зависимости от числа степеней свободы q и квадрата критерия согласия Пирсона χ^2 .

Число степеней свободы равно:

$$q = m - \lambda, \quad (8.2)$$

где λ – число коэффициентов уравнения регрессии, для ротатабельного двухфакторного плана второго порядка $\lambda=6$.

Значение λ для уравнения регрессии в виде полинома второго порядка вычисляется по формуле:

$$\lambda = \frac{(k+2)(k+1)}{2}, \quad (8.3)$$

где k – число факторов эксперимента.

Значение χ^2 определяется по формуле:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - y_i^p)^2}{y_i^p}, \quad (8.4)$$

где y_i^p – расчетные значения отклика в i – ом опыте.

Значения y_i^p определяются по уравнению регрессии (7.8) для каждого опыта.

Таблица 8.1 Значения критерия Пирсона

χ^2	Число степеней свободы q							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.317	0.606	0.801	0.909	0.962	0.985	0.994	0.998
2	0.157	0.367	0.572	0.735	0.849	0.919	0.959	0.981
3	0.083	0.223	0.391	0.557	0.700	0.806	0.885	0.934
4	0.045	0.135	0.261	0.406	0.549	0.767	0.079	0.854
5	0.025	0.083	0.171	0.287	0.415	0.543	0.660	0.757
6	0.014	0.049	0.111	0.199	0.306	0.423	0.539	0.647
7	0.008	0.030	0.071	0.135	0.220	0.320	0.428	0.536

Критерий Романовского.

Применяется для большого числа выборки. Согласно этому методу эмпирическая формула или уравнение регрессии будет являться адекватной, если:

$$k_p < 3, \quad (8.5)$$

где k_p – критерий Романовского.

Критерий Романовского определяется по формуле:

$$k_p = (\chi^2 - q) \cdot \sqrt{2 \cdot q}, \quad (8.6)$$

где χ – критерий согласия Пирсона.

Критерий Фишера.

Критерий Фишера применяется для малых выборок. Согласно этому критерию рассчитывается экспериментальное значение критерия Фишера $k_{фэ}$, которое затем сравнивается с его табличными значениями $k_{фм}$. Если

$k_{\phi_3} < k_{\phi_m}$ – модель адекватна, то есть уравнение регрессии удовлетворительно описывает реальный объект исследования. Если $k_{\phi_3} \geq k_{\phi_m}$ – модель неадекватна. Экспериментальное значение критерия Фишера определяется по формуле:

$$k_{\phi_3} = \frac{s_{ad}^2}{s_{(y)}^2}, \quad (8.7)$$

где s_{ad}^2 – дисперсия адекватности;
 $s_{(y)}^2$ – дисперсия эксперимента.

Дисперсия адекватности вычисляется по формуле:

$$s_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m n(\bar{y}_i - y_i^p)^2}{m - \lambda - (m_0 - 1)}, \quad (8.8)$$

где m_0 – количество повторений в плане нулевых точек, для ротататабельного двухфакторного плана второго порядка $m_0 = 5$;
 n – количество параллельных опытов в точках плана.

Для ротататабельного плана второго порядка, когда во всех точках плана количество параллельных опытов одинаково в числителе формулы (8.8) можно учитывать неповторяющиеся точки плана, т.е. исключать дополнительные нулевые точки плана. Тогда формула (8.8) принимает вид:

$$s_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{(m-(m_0-1))} n(\bar{y}_i - y_i^p)^2}{m - \lambda - (m_0 - 1)}, \quad (8.9)$$

Дисперсия эксперимента $s_{(y)}^2$ вычисляется по формуле (6.4) или (6.5).

Табличное значение критерия Фишера k_{ϕ_m} выбирается из таблицы 8.2 с учетом числа степеней свободы q_2 для большей по величине дисперсии, то есть для s_{ad}^2 и числа степеней свободы q_1 для меньшей по величине дисперсии, то есть для $s_{(y)}^2$. Эти числа степеней свободы соответствуют знаменателям формул для дисперсий s_{ad}^2 и $s_{(y)}^2$.

Если модель неадекватна, то необходимо повторно проверить отсутствие ошибок при обработке экспериментальных данных и при построении уравнения регрессии. Если для неадекватной модели

расчетных ошибок нет, то рекомендуется проведение дополнительного эксперимента для уточнения модели с корректировкой количества и вида факторов эксперимента, уменьшением интервалов варьирования факторов, с усложнением регрессионной модели, например, повышением степени полинома регрессии.

Адекватная модель далее может проверяться на работоспособность. Работоспособная адекватная регрессионная модель порядка не ниже второго может использоваться для предсказаний отклика во многих практических задачах.

Таблица 8.2 Значения критерия Фишера $k_{\phi m}$

при доверительной вероятности 0.95

q_1	q_2									
	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24
1	161.4	199.5	215.7	224.5	230.2	234.0	238.9	243.9	246.5	249.0
2	19.51	19.00	19.60	19.24	19.30	19.33	19.37	19.41	19.43	19.45
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.69	8.54
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.84	5.77
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.60	4.53
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.92	3.84
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.49	3.41
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.20	3.12
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.98	2.90
10	4.98	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.82	2.74
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.70	2.61
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.60	2.50
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.51	2.42
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.44	2.35
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.39	2.29
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.33	2.24
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.18	2.08
26	4.20	3.40	3.00	2.70	2.60	2.40	2.20	2.10	2.00	1.90
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.99	1.89
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.90	1.79
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.13	1.95	1.85	1.74
100	3.94	3.09	2.60	2.46	2.30	2.19	2.03	1.85	1.751	1.63
h	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.64	1.52

Порядок проведения работы

Для анализа адекватности уравнения регрессии, полученного в лабораторной работе №7 использовать критерий Фишера, пригодный для небольших значений выборки эксперимента. Непосредственный анализ проводится в соответствии с приведенными зависимостями для критерия Фишера.

По формуле (7.8) рассчитываются значения отклика y_i^p в точках плана эксперимента таблицы 2.2.

По формуле (8.9) рассчитывается дисперсия адекватности s_{ad}^2 .

По формуле (8.7) рассчитывается экспериментальное значение критерия Фишера $k_{фэ}$.

Значение дисперсии эксперимента $s_{(y)}^2$, рассчитанное по формуле (6.4), принимается из предыдущей лабораторной работы,

Из таблицы 8.2 выбирается теоретическое значение критерия Фишера $k_{фм}$ и сравнивается с экспериментальным значением критерия Фишера $k_{фэ}$. На основе сравнения делается вывод о выполнении или не выполнении условия адекватности полученной математической модели. Если модель неадекватна, то необходимо дополнительно проверить правильность обработки экспериментальных данных и построения уравнения регрессии в лабораторных работах 5-8. После проверки сделать окончательный вывод.

Содержание отчета

- номер, название, цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- вычисления и их результаты согласно порядку выполнения работы;
- выводы.

Контрольные вопросы

- 1) Порядок оценки адекватности математической модели по критерию Пирсона;
- 2) Порядок оценки адекватности математической модели по критерию Романовского;
- 3) Порядок оценки адекватности математической модели по критерию Фишера;
- 4) Дисперсия адекватности;
- 5) Рекомендуемые мероприятия при неадекватности модели.

Библиографический список

1. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов. – Мн.: ДизайнПРО, 1997.- 640., ил.
2. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. – М.: Машиностроение; София: Техника, 1980. – 304 с., ил
3. Основы научных исследований: Учеб. для техн. вузов /В.И. Крутов, И.М. Грушко, В.В. Попов и др.; Под ред. В.И. Крутова, В.В. Попова. - М.: Высш. шк., 1989.- 400 с., ил.
4. Ящерицын П.И., Махаринский Е.И. Планирование эксперимента в машиностроении: Справ. пособие. – Мн.: Выш. шк., 1985. - 286 с., ил.
5. Кане М.М. Основы научных исследований в технологии машиностроения: Учебн. пособие для вузов. – Мн.: Выш. шк., 1987.- 231 с., ил.
6. Красовский Г.Н., Филаретов Г.Ф. Планирование эксперимента. – Мн.: Изд-во БГУ, 1982. – 302 с., ил.
7. Гребеник В.М., Цапко В.К. Надежность металлургического оборудования (оценка эксплуатационной надежности и долговечности): Справочник. – М.: Металлургия, 1989. - 592 с.
8. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
9. Тихомиров В.Б. Планирование и анализ эксперимента (при проведении исследований в легкой и текстильной промышленности). – М.: Легкая индустрия, 1974. – 262 с.
10. ГОСТ 25.503-80. Метод испытания на сжатие.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа №1 Постановка задачи исследования и определение диапазона изучаемых величин.....	3
Лабораторная работа №2 Построение плана эксперимента.....	8
Лабораторная работа №3 Определение числа измерений для получения действительных значений величин.....	15
Лабораторная работа №4 Получение экспериментальных значений изучаемых величин.....	21
Лабораторная работа №5 Поиск и исключение грубых ошибок в экспериментальных измерениях.....	25
Лабораторная работа №6 Оценка воспроизводимости эксперимента.....	29
Лабораторная работа №7 Построение уравнения экспериментальной математической модели.....	33
Лабораторная работа №8 Оценка адекватности экспериментальной математической модели.....	37
Библиографический список.....	42

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

**Практическое пособие
по одноименному курсу
для студентов специальностей 1-36 01 05
«Машины и технология обработки
материалов давлением»
и 1-36 20 02 «Упаковочное производство
(по направлениям)»**

Автор-составитель: **Бобарикин** Юрий Леонидович

Подписано в печать 24.03.06.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.

Цифровая печать. Усл. печ. л. 2,56. Уч. - изд. л. 2,7.

Изд. № 149.

E-mail: ic@gstu.gomel.by

<http://www.gstu.gomel.by>

Отпечатано на МФУ XEROX WorkCentre 35 DADF

с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный технический
университет имени П.О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48, т. 47-71-64.

