Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Инженерная графика»

Т. А. Повжик, Т. И. Амелина

МЕТРИЧЕСКИЕ
И ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по курсу «Инженерная графика»
для студентов технических
и электротехнических специальностей
дневной формы обучения

Гомель 2009

УДК 744(075.8)
ББК 30.11я73
П42

Рекомендовано научно-методическим советом машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого (*протокол № 3 от 26.01.2009 г.*)

Рецензент: декан машиностр. фак. ГГТУ им. П. О. Сухого *А. Т. Бельский*

Повжик, Т. А.

П42 Метрические и позиционные задачи : метод. указания по курсу «Инженерная графика» для студентов техн. и электротехн. специальностей днев. формы обучения / Т. А. Повжик, Т. И. Амелина. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 28 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http://lib.gstu.local. – Загл. с титул. экрана.

Позволяют изучить правила выполнения изображений различных деталей в прямоугольных и аксонометрических проекциях, ознакомиться с основными правилами и нормами выполнения чертежей деталей, регламентированными стандартами ЕСКД, освоить технику выполнения и чтения чертежей.

Для студентов технических и электротехнических специальностей дневной формы обучения.

УДК 744(075.8)
ББК 30.11я73

ВВЕДЕНИЕ

Теоретической основой построения изображения на чертежах является начертательная геометрия – наука, которая разрабатывает способы построения изображений трехмерных объектов на двумерной плоскости и решение с помощью этих изображений различных задач, связанных с установлением относительного положения объектов (позиционные задачи) и задач на определение расстояний, углов, натуральных величин плоских фигур (метрические задачи).

Развитие навыков применения начертательной геометрии к построению изображения на чертежах и изучения общих правил оформления чертежей в соответствии с ГОСТ ЕСКД реализуется в проекционном черчении.

Данные методические указания не заменяют учебник, а ставят своей целью помочь учащимся более рационально организовать работу по самостоятельному выполнению домашних графических заданий.

Требования к оформлению заданий

Каждое задание выполняется на отдельном листе чертежной бумаги формата А3 в масштабе 1:1. Рамку и основную надпись выполняют согласно требованиям ЕСКД. В верхнем правом углу чертежа располагают таблицу с координатами точек для построения условия задачи. Все построения нужно выполнять карандашом с применением чертежных инструментов. При обводке чертежа необходимо соблюдать требования ГОСТ 2.303-81 «Линии». Видимые части проекций вычерчивают сплошными толстыми линиями, а линии невидимого контура – штриховыми; линии проекционной связи, вспомогательные линии построения – сплошными тонкими, с указанием на них стрелок, поясняющих последовательность решения задачи. Все линии построения сохраняют.

Все надписи и обозначения наносят чертежным шрифтом размера 5-7 в соответствии с ГОСТ 2.304-81 «Шрифты чертежные». Условия и образцы выполнения задач находятся на стендах кафедры. Числовые данные представлены в виде таблицы координат X, Y, Z точек, определяющих исходные данные фигуры.

Методика решения задач

Решение задач рекомендуется проводить в следующей последовательности:

- анализ условия;

- составление плана (алгоритма) решения;
- использование алгоритма решения задачи на чертеже.

Цель анализа – выяснить, какими свойствами обладают данные и искомые геометрические фигуры, а также установить связь между ними. Для этого следует прочесть чертеж, т.е. уяснить по имеющимся на чертеже проекциям геометрических фигур, какие фигуры заданы, как они расположены в пространстве (относительно плоскостей проекций) и друг относительно друга.

Далее составляют алгоритм решения задачи, определяющий порядок и содержание операций, необходимых для решения задачи.

В соответствии с принятым алгоритмом решения на основе теоретических положений начертательной геометрии производят построения на чертеже.

Правильность полученного результата зависит как от выбора рационального пути решения, так и от точности выполнения графических построений. Суть доказательства правильности решения заключается в том, что найденная линия (поверхность) удовлетворяет всем условиям задачи и что все проделанные операции при решении опираются на инвариантные свойства параллельного проецирования, теоремы, определения, правила.

Ниже даны указания к решению задач, разобраны в качестве примеров задачи, подобные задачам индивидуального задания, и приведены примерные вопросы для самопроверки, а также типовые вопросы к защите.

Примеры выполнения задач

Задача 1. Проекции плоской фигуры.

Цель задачи – научиться строить проекции плоских фигур, произвольно расположенных в пространстве.

Перед выполнением задачи необходимо знать основные положения планиметрии о свойствах плоских многоугольников и стереометрии – о определении угла между прямой и плоскостью. Изучите темы курса начертательной геометрии «Инвариантные свойства ортогонального проецирования» , «Точка», «Прямая».

Построение проекции плоской фигуры упрощается в том случае, когда плоскость этой фигуры будет параллельно какой-либо плоскости проекций. Тогда на эту плоскость фигура проецируется без искажения, и для обоснования любых измерений и построений на этой проекции достаточно только правил планиметрии. Если же плоскость фигуры не параллельна плоскости проекций, то фигура отображается с искажением, и построения на чертеже требуют применения правил начертательной геометрии.

Вопросы для самопроверки:

- Каковы свойства искомой плоской фигуры (треугольника, параллелограмма, трапеции)?
- Какими координатами определяется положение горизонтальной проекции точки? Фронтальной проекции точки?
- Как задают на чертеже при ортогональном проецировании прямую?
- Каковы свойства проекций прямых частного положения?
- Каковы инвариантные свойства ортогонального проецирования, касающиеся принадлежности точки прямой, взаимного положения прямых, частного случая проецирования прямого угла, деления отрезка в заданном отношении?
- В каком случае и для чего применяется правило прямоугольного треугольника?

Выполняя решение задачи целесообразно выполнить наглядное планиметрическое изображение искомой фигуры на плоскость, параллельную ей. В данной задаче главным моментом построения является проведение высоты под прямым углом к основанию фигуры и построение прямоугольного треугольника, являющегося частью искомой фигуры (рис. 1).

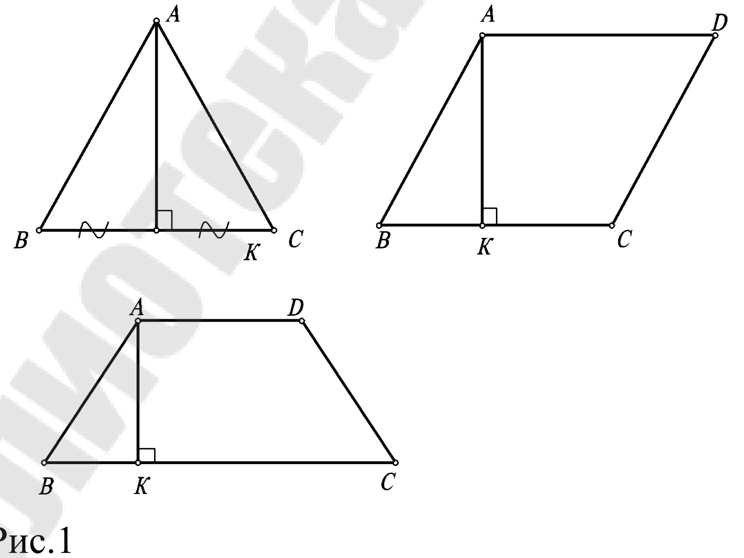


Рис.1

При чтении чертежа необходимо обратить внимание на то, что одна из сторон этого прямого угла занимает частное (параллельное H или V) положение. Отсюда следует: - искомый прямой угол проецируется без искажения на соответствующую плоскость проекций; - отрезки на данной прямой изображаются без искажения на соответствующую плоскость проекций.

При нахождении проекций фигуры часть её размеров известна из условия задачи, а остальные могут быть получены путём дополнительных построений. Так, например, если какой-либо искомый отрезок расположен на прямой общего положения, то его длина может быть определена путём построения прямоугольного треугольника, одним катетом которого является проекция отрезка заданной прямой на эту плоскость проекций, другим – разность расстояний концов отрезка до этой плоскости; длина гипотенузы равна длине самого отрезка. При этом угол между этой прямой и плоскостью проекций равен углу между катетом – проекцией и гипотенузой - натуральной величиной (рис. 2).

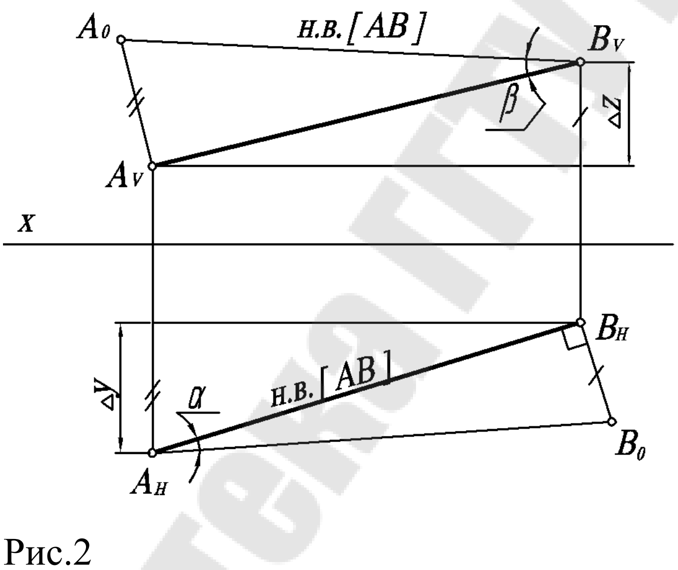


Рис.2

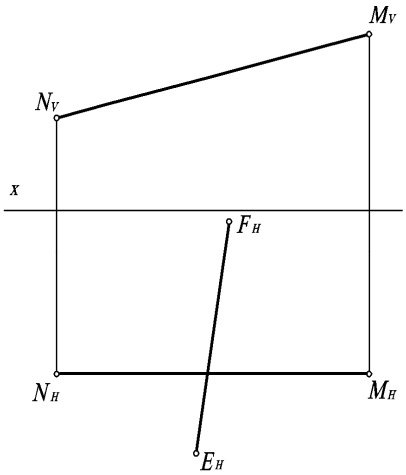
Рассмотрим в качестве примеров решение трёх подобных задач.

Задача

Построить равносторонний треугольник ABC с основанием BC равным 100мм, лежащим на прямой MN, и вершиной A на прямой EF. Определить углы наклона высоты к плоскостям проекций H и V (рис. 3).

Описание построения на комплексном чертеже

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек (рис.3).



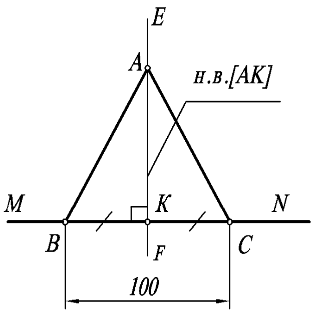


Рис.3 Рис.4

2. Вычертить плоский чертёж треугольника ABC по заданным размерам в правой стороне чертежа, провести высоту AK, нанести заданные размеры (рис.4).
3. Построить недостающую фронтальную проекцию E_vF_v прямой EF, используя теорему о проецировании прямого угла(точку K пересечения прямых EF и MN взять за основание высоты треугольника). От точки K на натуральной величине прямой MN по обе стороны откладываем по 50мм. Получаем точки B и C (рис.5).
4. Находим натуральную величину прямой KF методом прямоугольного треугольника (рис.5).
5. Отложить на натуральной величине прямой KF натуральную величину высоты AK (взять AK из плоского чертежа) (рис.5).
6. Делением отрезка в данном отношении найти на фронтальной проекции прямой EF истинное положение фронтальной проекции точки A. А также, используя правило о принадлежности точки прямой найти горизонтальную проекцию точки A (рис.5).
7. Соединить одноимённые проекции точек A, B и C (рис.6).
8. Определить углы наклона α и β высоты AK к плоскостям проекций H и V методом прямоугольного треугольника. Все графические построения, расписанные поэтапно выполнить на одном чертеже (рис.6), (рис.5).

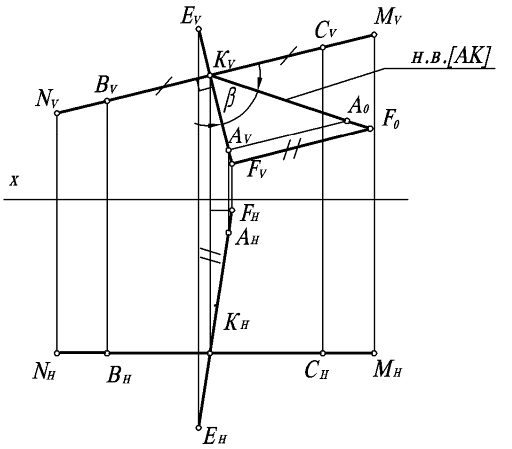


Рис.5

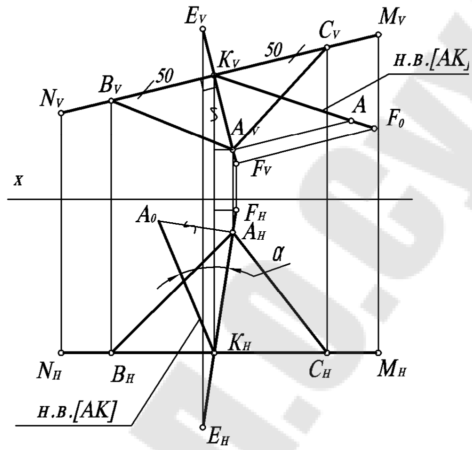


Рис.6

9. Обвести чертёж сплошной толстой линией.
10. Оформить все надписи, обозначить элементы решения задачи.
11. Проверить чертеж и провести доказательство правильности решения задачи.

Построенные фигуры есть проекции искомого треугольника, т.к. его элементы удовлетворяют данным условиям. Графические построения, описанные поэтапно, выполняют на одном чертеже.

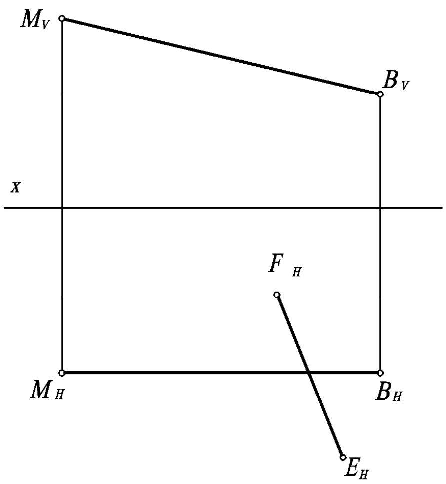
Задача

Построить параллелограмм АВСД со стороной ВС, равной 100мм, расположенной на прямой ВМ, исходя из условия, что его высота АК лежит на прямой EF и длина боковой стороны равна 60мм. Определить углы наклона высоты АК к плоскостям проекций Н и V(рис.9).

<u>Описание построения на комплексном чертеже</u>

1. Вычертить условие задачи, взяв данные из таблицы (рис.7).
2. Построить недостающую проекцию прямой EF, используя теорему о проецировании прямого угла.(Точку К пересечения прямых EF и ВМ взять за основание высоты параллелограмма) (рис.8).
3. По натуральной величине ВК, взятой с эпюра, и размеру боковой стороны параллелограмма АВ=60 мм (из условия задачи) построить по

размерам параллелограмм на плоскости (в правой стороне листа), нанести заданные размеры) (рис.9).



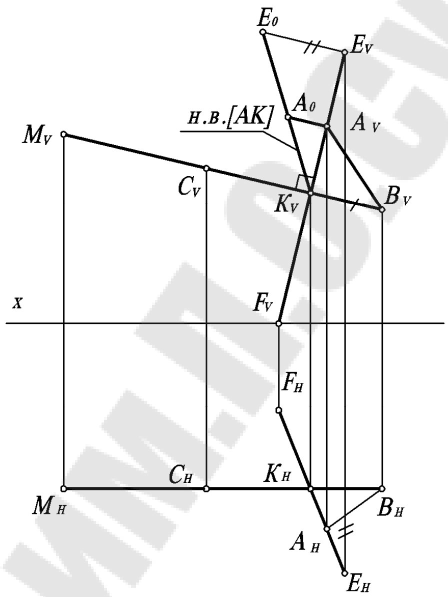
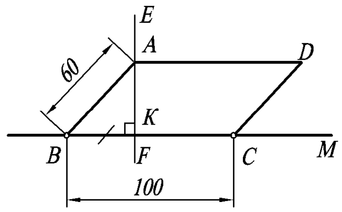


Рис.7 Рис.8

4. От точки В влево на натуральной величине прямой ВМ отложить отрезок, равный100мм. Получаем точку С (рис.8) и находим ее недостающую проекцию.
5. Найти натуральную величину прямой КЕ методом прямоугольного треугольника (рис.8).
6. Отложить на натуральной величине прямой КЕ натуральную величину высоты АК (АК взять из плоского чертежа) (рис.8).
7. Делением отрезка в равном отношении найти на фронтальной проекции прямой EF истинное положение фронтальной проекции точки А и затем найти ее горизонтальную проекцию (рис.8).
8. Соединить одноименные проекции точек А и В. Используя свойства сторон параллелограмма построить его проекции (рис.10).
9. Определить углы наклона α и β высоты АК к плоскостям проекций H и V методом прямоугольного треугольника (рис.10, рис.8).



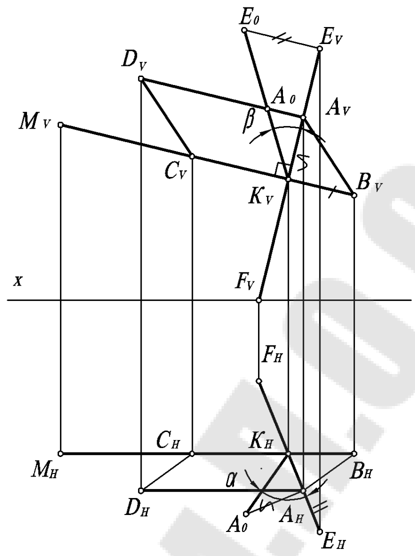


Рис.9 Рис.10

10. Обвести чертеж сплошной толстой линией.
11. Оформить все надписи и обозначить элементы решения задачи.
12. Проверить чертеж и провести доказательство решения. Построенные фигуры есть проекции искомого параллелограмма, т.к. его - элементы удовлетворяют заданным условиям. Графические построения, описанные поэтапно, следует выполнить на одном чертеже.

Задача

Построить равнобедренную трапецию ABCD с большим основанием BC, расположенным на прямой MN , исходя из условия что ее острый угол равен 60^0 и меньшее основание трапеции равно высоте. Определить углы наклона высоты АК к плоскостям проекции H и V (рис.13).

<u>Описание построения на комплексном чертеже</u>

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A, M,N, взяв их из таблицы (рис.11).
2. Построить проекции высоты АК, опустив перпендикуляр из точки А на прямую MN, используя правило о проецировании прямого угла (рис.12).
3. Найти натуральную величину высоты АК по правилу прямоугольного треугольника (рис.12).

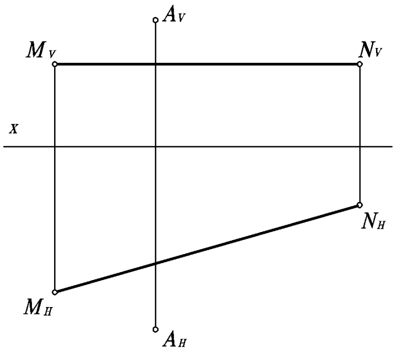


Рис.11

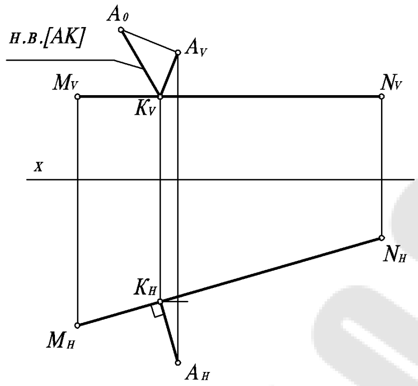


Рис.12

4.Зная натуральную величину высоты АК по правилу (из эпюра), и что острый угол трапеции равен 60^0 , а меньшее основание AD равно высоте АК, построить трапецию на плоскости (в правой стороне листа), нанести заданные размеры и отметить равные отрезки (рис.13).

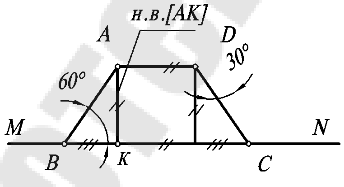
5.От точки К на прямой MN откладываем натуральную ВК, которую берём из плоского чертежа (рис. 14).

6.Так как из условия задачи известно, меньше основание трапеции равно высоте АК, то для нахождения точки D необходимо через точки A_V и A_H провести линии, параллельные M_VN_V и M_HN_H и отложить на горизонтальной проекции натуральную величину АК. Затем найти фронтальную проекцию точки D (рис. 14).

7.Используя свойства трапеции найти положение проекций точки С (рис.14).

8. Соединить одноимённые проекции полученных точек (рис.14).

9.Определить углы наклона α и β высоты АК к плоскостям проекций Н и V методом прямоугольного треугольника (рис.14, рис.12).



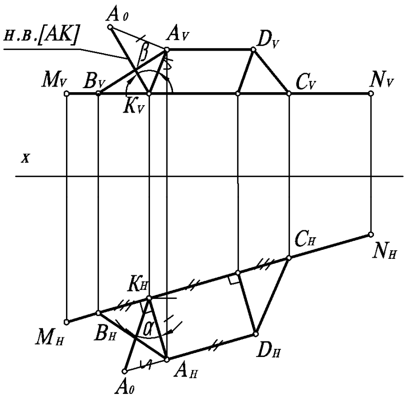


Рис.13

Рис.14

10.Обвести чертёж сплошной толстой основной линией.
11.Оформить все надписи и обозначить элементы построения задачи.
12.Проверить чертёж и провести доказательство правильности решения. Построенные фигуры есть проекции искомой трапеции, так как её элементы удовлетворяют заданным условиям.

Графические построения, описанные поэтапно, следует выполнить на одном чертеже.

Задача2. Позиционные задачи

Позиционными называют те задачи, в которых определяется взаимное расположение отдельных геометрических элементов относительно друг друга.

Цель задачи - научиться определять линию пересечения двух плоскостей, когда каждая из них занимает общее положение, а также их видимость.

Решение задачи сводится к выполнению алгоритма о пересечении прямой общего положения с плоскостью общего положения.

В том случае, когда одна из пересекающихся плоскостей является проецирующей, нахождение линии пересечения упрощается тем, что одна её проекция совпадает с проекцией плоскости на ту плоскость проекций, к которой она перпендикулярна (рис.15).

Вопросы для самопроверки:

- Перечислить способы задания плоскости?
- Сформулировать свойство принадлежности точки и прямой плоскости?
- Каким свойством обладают проецирующие плоскости?
- Как определяется точка пересечения прямой линии с плоскостью?
- В чём заключается общий способ построения линии пересечения двух плоскостей?
- Как используются конкурирующие точки для определения видимости геометрических элементов?
- Каковы признаки параллельности прямой и плоскости, двух плоскостей?
- Как проверить на чертеже, параллельны ли между собой заданные плоскости?

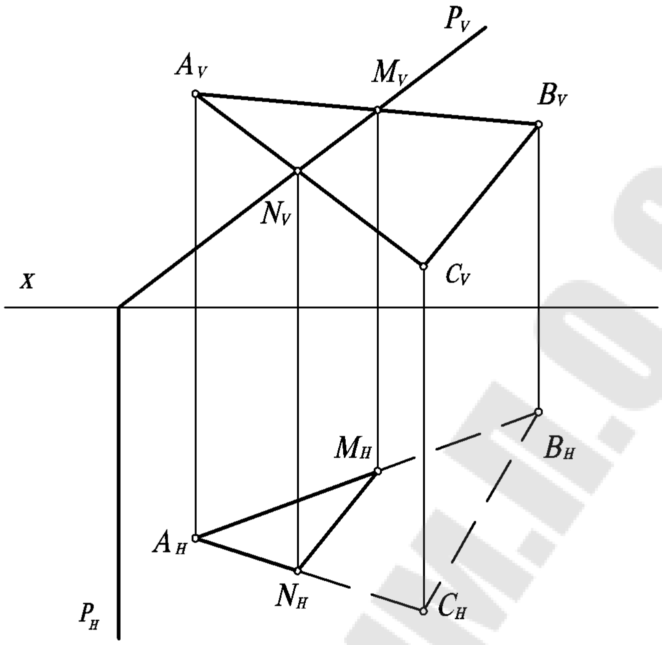


Рис.15

Задача

Построить проекции линии пересечения треугольников ABC и DEK. Определить видимость. Координаты точек (x, y, z) - A(17;10;110); B(45;90;75); C(110;40;95); D(60;70;165); E(0;60;65); K(95;0;70).

<u>Описание построения на комплексном чертеже</u>

По заданным координатам точек строим горизонтальные и фронтальные проекции двух плоскостей, ограниченных треугольниками ABC и DEK (рис.16).

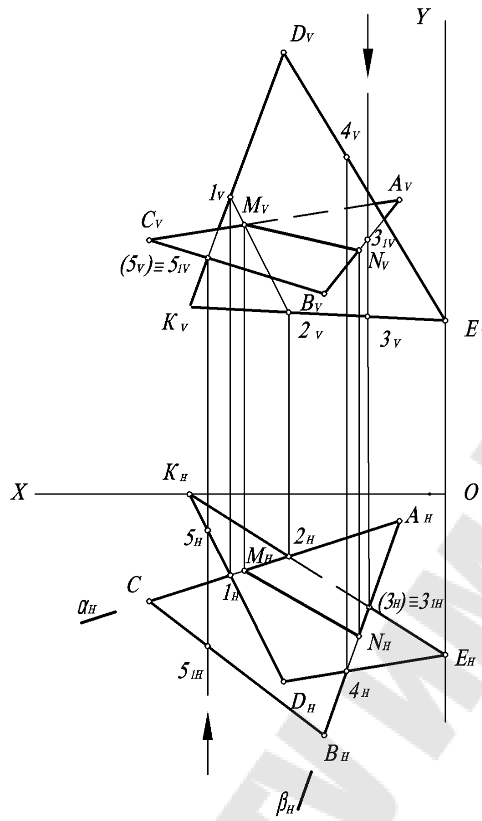


Рис.16

Построение будет выполнено, если построить горизонтальные и фронтальные проекции заданных точек и соединить одноимённые проекции на каждой плоскости прямыми линиями.

Две плоскости ABC и DEK пересекаются по прямой линии MN, для построения которой необходимо найти две точки M и N, принадлежащие одновременно обеим плоскостям. Определим сначала точку встречи прямой AC, принадлежащей плоскости ABC, с плоскостью общего положения DEK. Для решения этой задачи применим следующий алгоритм :

1. Заключить данную прямую AC во вспомогательную секущую плоскость (горизонтально-проецирующую) α_H.

   Проводим через горизонтальную проекцию A_HC_H прямой AC горизонтальный след плоскости α_H вспомогательной секущей горизонтально-проецирующей плоскости α, т.е. $AC \in \alpha \perp H$, $A_HC_H \equiv \alpha$.
2. Определяем вспомогательную линию пересечения 1-2 заданной плоскости DEK со вспомогательной секущей плоскостью: т.е. плоскость

DEK пересекается с плоскостью α; $DEK \cap \alpha = 1\text{-}2 \rightarrow (1_H 2_H) \rightarrow (1_V 2_V)$. Горизонтальная проекция $1_H 2_H$ линии пересечения совпадает с горизонтальным следом α_H плоскости α.

Фронтальные проекции точек $1_V 2_V$ вспомогательной линии пересечения двух плоскостей (α и DEK) определяются из второго свойства проецирования.

$1 \in KD \rightarrow 1_H \in K_H D_H \rightarrow 1_V \in K_V D_V$;

$2 \in KE \rightarrow 2_H \in K_H E_H \rightarrow 2_V \in K_V E_V$.

3. Находим точку пересечения заданной прямой AC с полученной вспомогательной линией пересечения 1-2

$AC \cap (1\text{-}2) = M$

Сначала находим её фронтальную проекцию $M_V = A_V C_V \cap 1_V 2_V$, а потом, используя линии проекционной связи, находим её горизонтальную проекцию - точку M_H.
Вторую точку N линии пересечения двух плоскостей определяем анологично - с помощью горизонтально-проецирующей плоскости β, в которую заключаем прямую AB.

$AB \in \beta \perp H$; $A_H B_H \equiv \beta_H$

Найденные точки M и N определяют искомую линию пересечения двух плоскостей. Одноимённые проекции этих точек соединяем прямой линией.

Видимость на плоскости проекций H определяем с помощью горизонтально-конкурирующих точек 3 и 3_1, лежащих на скрещивающихся прямых $A_H B_H$, $A_V B_v$ и $K_H E_H$, $K_V E_V$. Их горизонтальные проекции 3_H и 3_{1H} совпадают. На фронтальной проекции видно, что при взгляде по стрелке точка 3_{1V} закрывает точку 3_V. Следовательно, прямая $K_H E_H$ пройдёт под плоскостью $A_H B_H C_H$.

Видимость на фронтальной плоскости проекций определяем по фронтально-конкурирующим точкам 5 и 5_1, лежащих на скрещивающихся прямых с проекциями $K_V D_V$, $K_H D_H$ и $C_V B_V$, $C_H B_H$.

Задача 3. <u>Метрические задачи</u>

Метрическими называют задачи на измерение отрезков, углов, определение истиной величины плоских фигур и т.п.

Цель задачи - овладеть способами преобразования чертежа и научиться решать задачи на определение расстояний и углов, используя целесообразный способ преобразования для каждой задачи.

Решение многих позиционных и метрических задач в начертательной геометрии значительно осложняется тем обстоятельством, что входящие в условия этих задач прямые и плоские фигуры заданы относительно плоскостей проекций в произвольном положении и проецируются на них с искажением. Решение таких задач можно значительно упростить, если преобразовать чертёж так, чтобы заданные в условии прямые и плоские фигуры стали прямыми и плоскостями уровня или проецирующими.

Для этого необходимо проработать следующие способы преобразования чертежа, с помощью которых можно осуществить переход от общих положений заданных геометрических образов к частным:

- Способ замены плоскостей проекций;
- Способ вращения вокруг прямой уровня и проецирующей прямой;
- Способ плоскопараллельного перемещения.

Вопросы для самопроверки:

- Дать определение главных прямых плоскости. Какие линии называют линиями наибольшего наклона плоскости?
- Как располагаются проекции перпендикуляра и плоскости?
- Как провести плоскость, перпендикулярно к данной прямой (через точку на прямой или вне её)?
- Когда взаимно перпендикулярно будут расположены: две прямые общего положения и две плоскости?
- К какой простейшей задаче сводится задача об определении расстояний между двумя геометрическими фигурами?
- Что определяет расстояние от точки до прямой; от точки до плоскости; между двумя параллельными плоскостями?

- Какие положения геометрических фигур считаются удобными с точки зрения графического решения задач?
- В чём сущность способа замены плоскостей проекций?
- Сколько дополнительных плоскостей надо ввести в систему V,H, чтобы прямая общего положения заняла положение линии уровня, проецирующее положение; плоскость общего положения заняла проецирующее положение, положение плоскости уровня?
- Как определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми?
- В чём сущность способа вращения?
- Почему удобно при вращении плоской фигуры в качестве оси вращения выбирать горизонталь или фронталь?

Указания к решению задачи.

Решение задач на определение расстояния между двумя геометрическими фигурами сводится к решению простейшей задачи - определению расстояния между двумя точками, т.е. к определению длины отрезка соединяющего эти точки. Решение задач на определение угла между двумя геометрическими фигурами сводится к решению простейшей задачи - определению угла между двумя пересекающимися прямыми. Если этот отрезок или плоский угол параллельны какой-либо плоскости проекций, то на эту плоскость они проецируются без искажения. Если они занимают общее положение, следует преобразовать чертёж так, чтобы они заняли частное положение.

При решении каждой метрической задачи следует, опираясь на правила элементарной геометрии, представить каким отрезком измеряется искомое расстояние или каким плоским углом измеряется угол между заданными фигурами, а затем выбрать рациональный способ преобразования чертежа для графического решения задачи.

Используя способ вращения, следует назвать и обозначить на чертеже все элементы аппарата вращения (вращаемую точку, ось вращения, плоскость вращения, центр и радиус вращения, плоскость совмещения).

При введении дополнительных плоскостей проекций необходимо чётко понимать цель данного преобразования - какое частное положение относительно вновь вводимой плоскости проекций должна занять проецируемая фигура и в зависимости от этого проводят новую ось проекций. Рассмотрим решение следующих задач.

<u>Задача</u>

Дана пирамида SABC. Определить высоту пирамиды способом замены плоскостей проекций (рис.19).

<u>Анализ.</u> Высота пирамиды определяется расстоянием от вершины до основания, т.е. длиной перпендикуляра, опущенного из вершины на плоскость α(ABC) (рис.17). Этот отрезок проецируется на какую-либо плоскость проекций без искажения, если будет ей параллелен, а плоскость займет при этом проецирующее положение. Такого положения можно добиться, вводя дополнительную плоскость проекций так, чтобы плоскость α(ABC) общего положения стала по отношению к ней проецирующей. Напомним, что для плоскости, перпендикулярной, например, H, характерным признаком является перпендикулярность оси X фронтальной проекции любой её фронтали (рис.18).

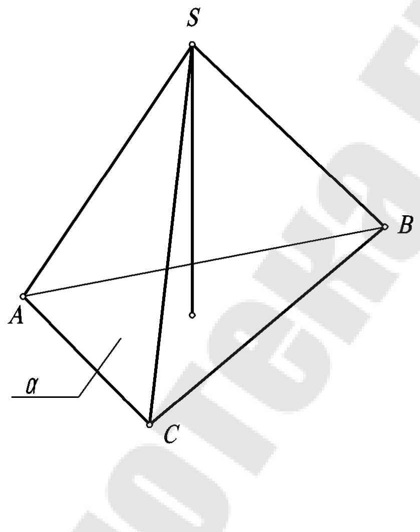


Рис.17

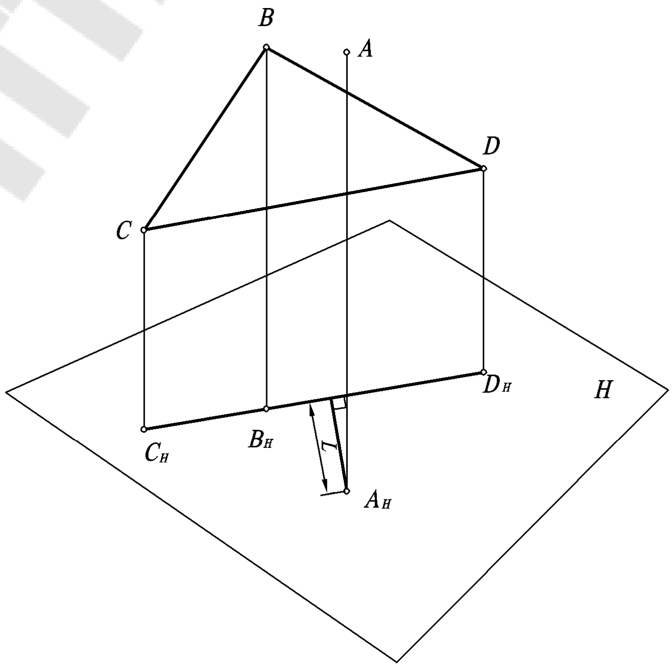


Рис.18

План решения задачи в пространстве.

Плоскость общего положения необходимо преобразовать в проецирующую плоскость. Перпендикуляр, опущенный из вершины на проецирующую плоскость, является высотой пирамиды.

Описание построения на комплексном чертеже.

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A,B,C,S и соединить одноимённые проекции точек основания пирамиды ABC прямыми линиями (рис.19).
2. Проводим в плоскости основания ABC горизонталь AK (рис.20).
3. Располагаем ось проекций X_1 перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали $A_H K_H$ (рис.20).
4. Строим новые фронтальные проекции вершины S_{V1} и основания пирамиды $A_{V1}B_{V1}C_{V1}$ (рис.20).
5. Расстояние $S_{V1}M_{V1}$ и есть искомая натуральная величина высоты пирамиды (рис.20).

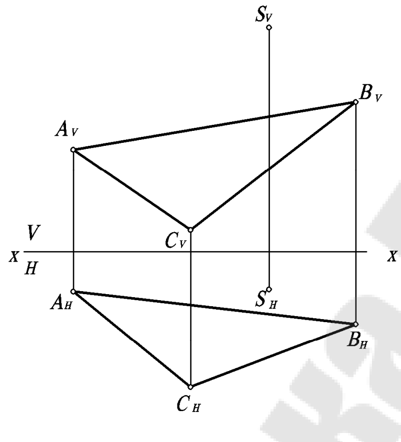


Рис.19

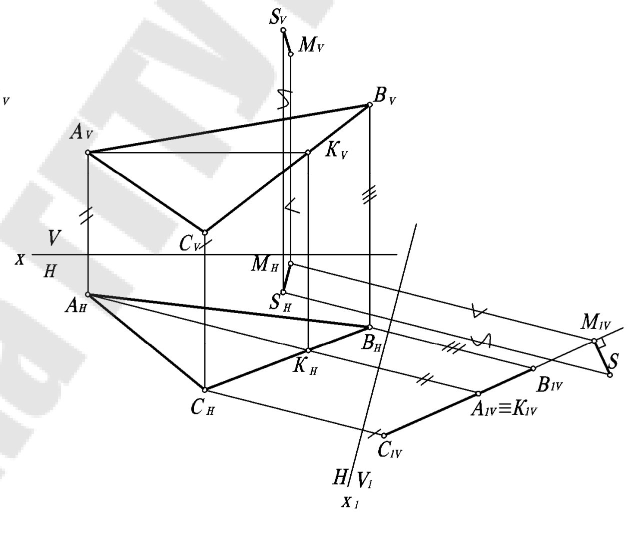


Рис.20

6. Построим горизонтальную и фронтальную проекцию высоты пирамиды, возвратив т.M в систему V/H, используя свойство о расположении проекций перпендикуляра и плоскости.

Решение такой задачи можно также использовать, когда по условию необходимо определить расстояние от точки до плоскости. Истинная величина расстояния будет также выражаться перпендикуляром, восстановленным из точки к проецирующей плоскости.

Задача

Дана пирамида SABC. Определить натуральный вид основания вращением вокруг горизонтали или фронтали.

Анализ. Когда плоская фигура располагается параллельно какой-либо плоскости, тогда на неё она проецируется без искажения. Поскольку в данной задаче плоскость α(ABC) общего положения, то следует преобразовать чертёж так, чтобы она заняла положение, например, параллельное H. Наиболее рациональным преобразованием является вращение вокруг горизонтали плоскости. Используя способ вращения изменяют положение исходных объектов так, чтобы они приняли частное положение относительно неизменных плоскостей проекций. При этом достаточно найти новое положение лишь для одной точки плоскости, так как точки на выбранной в качестве оси горизонтали h при повороте не изменяют своего положения. Новое положение всей плоскости будет задано осью вращения и новым положением выбранной точки (рис.21). Отметим также, что для приведения плоской фигуры в положение, параллельное V, в качестве оси вращения выбирают фронталь.

План решения задачи в пространстве

Для определения формы и размеров плоскости ABC повернём её вокруг принадлежащей ей горизонтали так, чтобы в результате этого вращения фигура расположилась параллельно плоскости H.

Описание построения на комплексном чертеже

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A,B,C (рис.22).

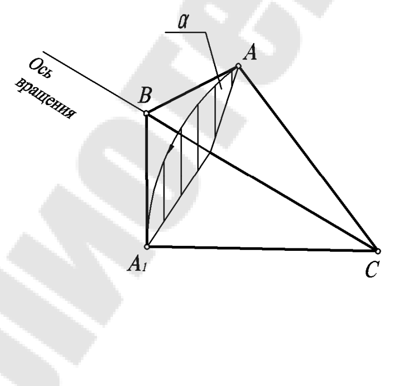


Рис.21

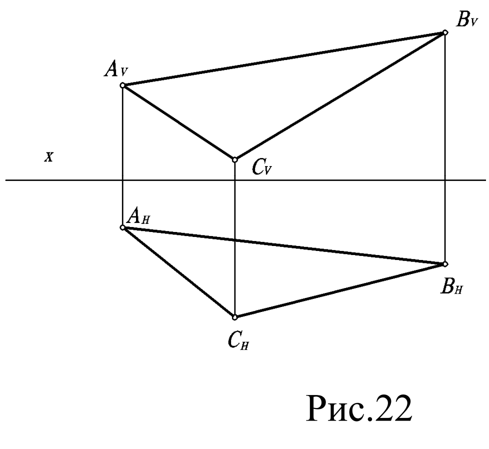


Рис.22

2. Проводим в плоскости основания пирамиды ABC горизонталь через точку A и для лучшего решения выносим эту горизонталь из плоскости, проводя её через точку C (рис.23).
3. Определяем натуральную величину радиуса вращения точки A вокруг горизонтали (рис.23).
4. Находим совмещённое положение точек A, K и B (рис.24).
5. Соединив точки A, B, C получим натуральный вид основания пирамиды (рис.24).

Задача также может быть решена вращением вокруг фронтали.

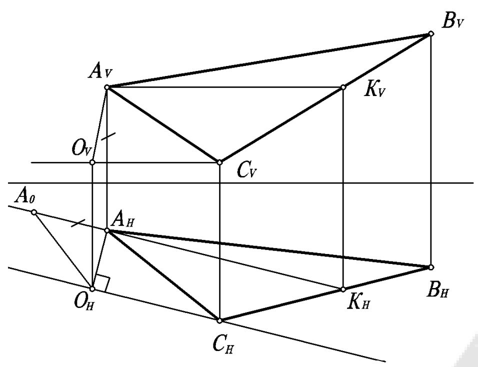


Рис.23

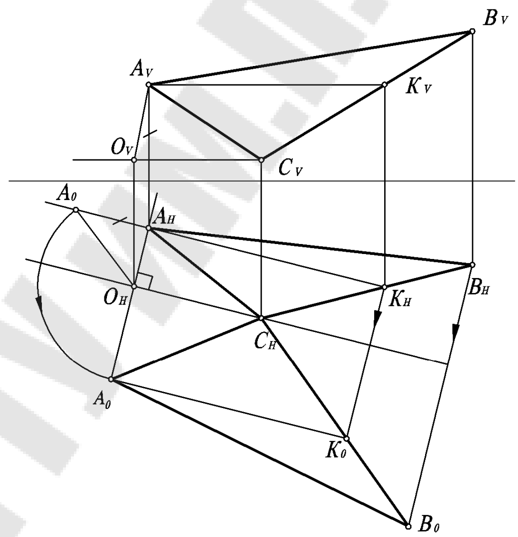
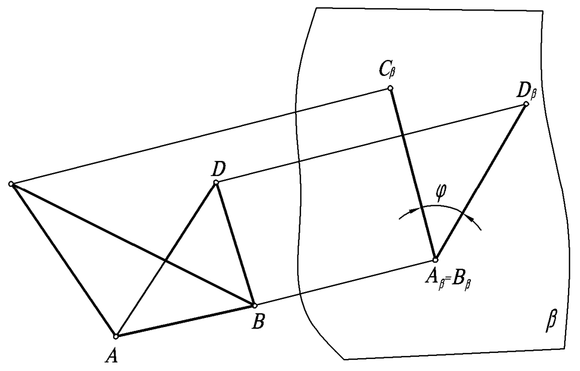


Рис.24

Задача

Дана пирамида SABC. Определить угол между гранью и основанием пирамиды способом перемены плоскостей проекций.

Анализ. Двугранный угол между двумя плоскостями измеряется величиной его линейного острого угла φ (рис.25). Решение задачи на чертеже упрощается, если заданные плоскости перпендикулярны какой-либо плоскости проекций. При этом величина проекции двугранного угла на эту плоскость равна искомой (рис.26). Данные плоскости ABS и ABC - общего положения. Следовательно, целесообразно преобразовать чертёж так, чтобы они стали проецирующими. Для этого необходимо линию пересечения двух граней AB преобразовать двойной заменой плоскостей проекций в точку (AB станет проецирующей).



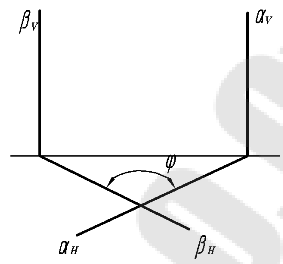


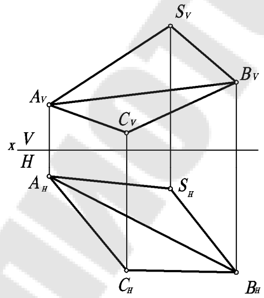
Рис.25 Рис.26

<u>План решения задачи в пространстве</u>

Двугранный угол измеряется линейным углом, полученным в пересечении граней двугранного угла плоскостью, перпендикулярной к общим граням, а, следовательно, и к линии их пересечения. Линию пересечения из прямой общего положения необходимо преобразовать в проецирующую прямую.

<u>Описание построения на комплексном чертеже</u>

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек S,A,B,C (рис.27).
2. Вводим плоскость H_1, параллельную ребру [AB] (рис.28).
3. Строим новые горизонтальные проекции точек A, B, C, S (рис.28).
4. Вводим плоскость V_1 перпендикулярно ребру [AB] (рис.28).
5. Строим новые фронтальные проекции (рис.28).



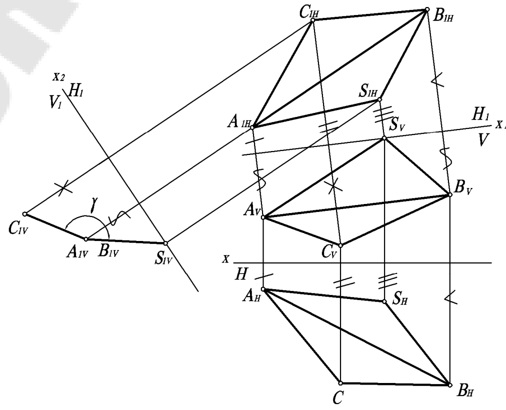


Рис.27 Рис.28

Задача

Дана пирамида SABC. Определить угол наклона основания к плоскостям проекций H и V с помощью линий наибольшего наклона (рис.30).

Анализ. Углы между плоскостью фигуры и плоскостями проекций можно определить с помощью линий наибольшего наклона-прямые, лежащие в данной плоскости и перпендикулярные к главным линиям плоскости (к фронтали или к горизонтали): $L_1 \perp h$, $L_2 \perp f$. При этом L_1^H = α определяет угол между самой плоскостью ABC и H, а L_2^V= β - угол между плоскостью ABC и V (рис.29.).

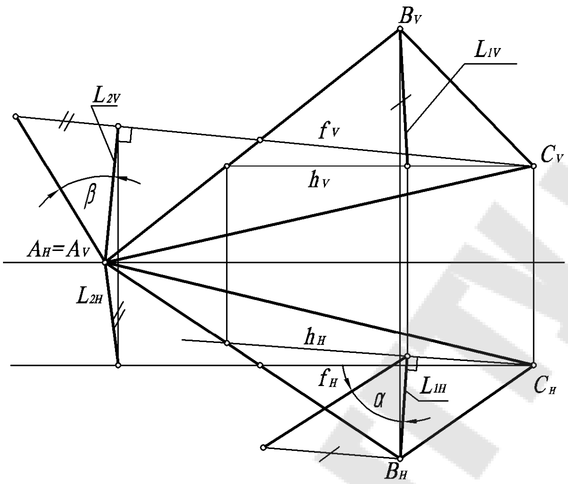


Рис.29

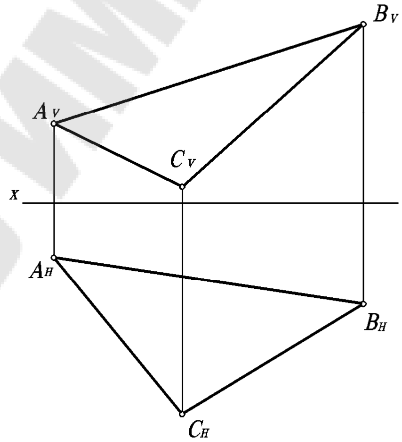


Рис.30

План решения задачи в пространстве

Линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций (линия ската) перпендикулярна к любой горизонтали плоскости, так как на основании свойства проецирования прямого угла можно утверждать, что прямой угол, составленный линией наибольшего наклона с горизонталью, проецируется на плоскость H без искажения. Также линия наибольшего наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций перпендикулярна к любой фронтали плоскости. Проводим в плоскости основания горизонталь и фронталь. Строим линии наибольшего наклона и определяем углы наклона плоскости основания к плоскостям H и V.

Описание построения на комплексном чертеже

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек ABC (рис.30).
2. Проводим горизонталь в плоскости основания ABC [AK] (рис. 31).
3. Строим линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости [BE] (рис.31).
4. Используя способ прямоугольного треугольника, определяем натуральную величину линии наибольшего наклона к плоскости H и угол наклона α (рис. 31).
5. Проводим фронталь в плоскости основания ABC [BD] (рис.32).
6. Строим линию наибольшего наклона к фронтальной плоскости [AM] (рис.32).

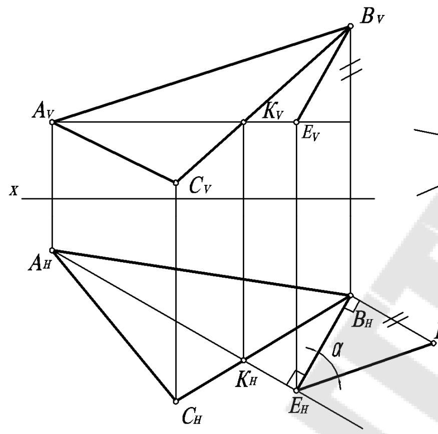


Рис.31

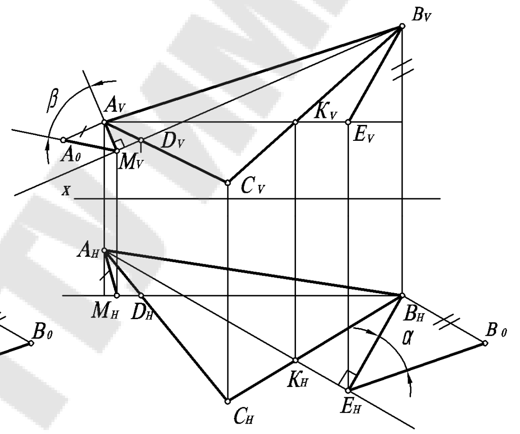


Рис.32

7. Используя способ прямоугольного треугольника, определяем натуральную величину линии наибольшего наклона к плоскости V и угол наклона β (рис.32).

Решение задачи, расписанное по пунктам 1-4; 5-7 выполняется на одном чертеже.

Примечание

Графические построения в задаче 3 рекомендуется разбить на четыре этапа согласно четырём составленным выше задачам. Оставлять на каждом чертеже нужно только те элементы заданной фигуры, которые необходимы при решении каждой из четырёх задач.

Рассмотрим ещё несколько случаев решения метрических задач.

Задача

Даны две скрещивающиеся прямые AB и CD. Определить расстояние между ними.

Анализ. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми выражается величиной общего перпендикуляра к заданным прямым. Если обе заданные прямые общего положения, то нахождение его длины сводится к тому, чтобы одна из прямых располагалась перпендикулярно плоскости проекций (рис.33). Для этого необходимо выполнить двойную замену плоскостей проекций.

План решения задачи в пространстве

Одну из прямых общего положения необходимо преобразовать в проецирующую. Тогда перпендикуляр, восстановленный из полученной точки к другой прямой и будет являться расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми.

Описание построения на комплексном чертеже

1. По координатам точек A, B, C, D вычерчиваем заданное положение двух прямых (рис.34).
2. Располагаем ось проекций X_1 параллельно к горизонтальной проекции прямой A_HB_H (рис.34).
3. Строим новые фронтальные проекции двух прямых $A_{1V}B_{1V}$ и $C_{1V}D_{1V}$ (рис.34).
4. Располагаем ось проекций X_2 перпендикулярно новой фронтальной проекции прямой $A_{1V}B_{1V}$ (рис.34).
5. Строим новые горизонтальные проекции двух прямых $A_{1H}B_{1H}$ и $C_{1H}D_{1H}$ (рис.34).

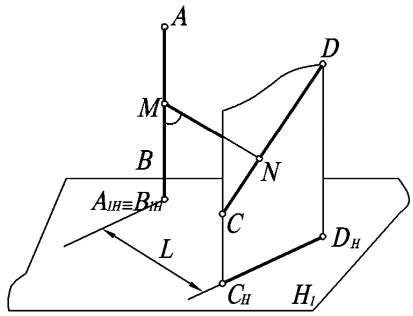


Рис.33

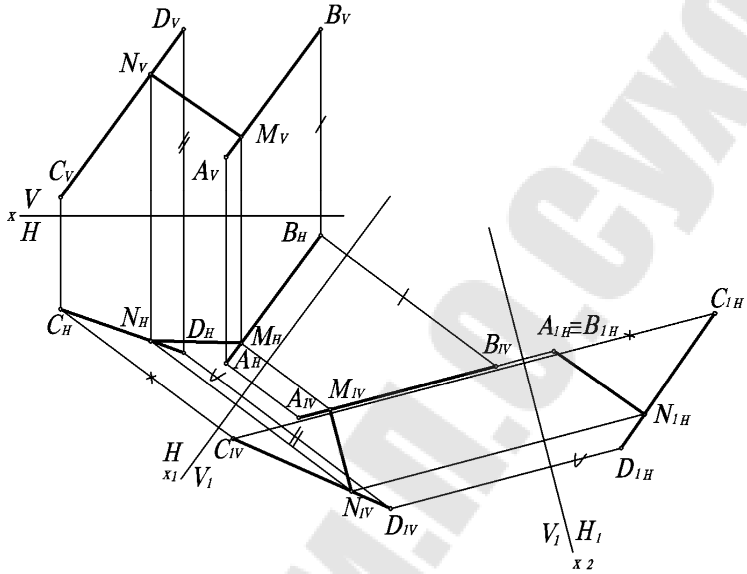


Рис.34

6. Проводим перпендикуляр из точки $A_{1H} \equiv B_{1H}$ на проекцию прямой $C_{1H}D_{1H}$. Полученная прямая $M_{1H}N_{1H}$ есть искомое расстояние. На чертеже стрелками показано построение проекций M_HN_H и M_VN_V общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым.

<u>Задача</u>

Дана плоскость треугольника ABC. Определить его натуральную величину (применить способ замены плоскостей проекций).

<u>Анализ</u>. Чтобы определить величину фигуры, лежащей в плоскости общего положения (сделать её в новой системе плоскостей проекций плоскостью уровня), нужно сначала сделать её проецирующей, а затем выбрать новую плоскость проекций параллельно полученной.

<u>План решения задачи в пространстве</u>

Получить натуральную величину плоскости из её общего положения можно, если провести две замены плоскостей проекций.

<u>Описание построения на комплексном чертеже</u>

1. Вычертить условие задачи по заданным координатам точек A, B, C и соединить одноимённые проекции точек (рис.35).

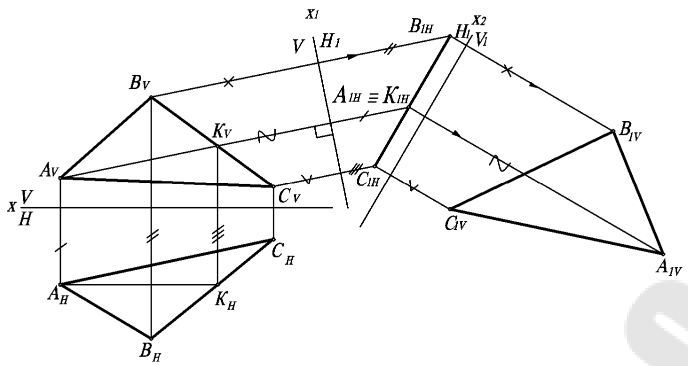


Рис.35

2. В плоскости треугольника ABC проведём фронталь [AK] (рис.35).
3. Выполним первую замену плоскостей проекций: расположим ось проекций X_1 перпендикулярно фронтальной проекции фронтали A_VK_V (рис.35).
4. Строим новые горизонтальные проекции точек $A_{1H}B_{1H}C_{1H}$. Полученная проекция треугольника - есть прямая линия (рис.35).
5. Выполняем вторую замену плоскости проекций: проводим ось проекций X_2 параллельно треугольнику ABC (X_2 параллельна $A_{1H}B_{1H}C_{1H}$) (рис.35).
6. Строим новые фронтальные проекции точек $A_{1V}B_{1V}C_{1V}$, которые и определяют натуральную величину фигуры (рис.35).

Таким образом, только при помощи последовательной замены обеих плоскостей проекций на новые, можно произвольную плоскость сделать плоскостью уровня.

Литература

1. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия. 3-е изд., перераб. и доп. - Минск. Амалфея, 2001-386с.

2. Стрижанов А.В. Начертательная геометрия. / Серия «Высшее образование». - Ростов н/Д. Феникс, 2004-320с.

3. Чекмарев А.А. начертательная геометрия и черчение: -2-е изд. перераб. и доп. - М.: Гуманит. изд. центр ВААДОС, 2002,-427с.

4. Гордон В.О. и др.Сборник задач по курсу начертательной геометрии.- М.: Наука, 1989, -319с.

5. Фролов С.А. Начертательная геометрия.- М.: Машиностроение,1983,-239.

Повжик Татьяна Анатольевна
Амелина Татьяна Ивановна

МЕТРИЧЕСКИЕ И ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Методические указания по курсу «Инженерная графика» для студентов технических и электротехнических специальностей дневной формы обучения

Подписано в печать 22.12.09.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Ризография. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,65.
Изд. № 185.
E-mail: ic@gstu.gomel.by
http://www.gstu.gomel.by

Отпечатано на цифровом дупликаторе
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.
Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого».
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.