

УДК 621.313.3.1

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В. И. ЛУКОВНИКОВ, А. В. БЕСКРОВНЫЙ, А. Е. СПОРИК

*Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Республика Беларусь*

В работах [1, 2] описаны математические модели обобщенного электромеханического преобразователя (ЭМП) периодического движения в форме Коши по методу мгновенных временных и пространственных составляющих в статорной системе координат α, β . Эти модели напрямую для комплексного анализа энергетики ЭМП не пригодны, так как они, во-первых, учитывают только способы параметрического возбуждения периодически перемещающихся магнитных полей, а во-вторых, не определяют порядок расчета энергообмена.

Для исследуемых в последнее время маятниковых автоколебательных электроприводов тоже разработаны математические модели [3-5], но и они не ориентированы на анализ электропотребления и не охватывают ряд других эффективных способов создания колебательного движения.

В связи с изложенным, в данной работе предлагается универсальная математическая модель для анализа электромеханического преобразования энергии в ЭМП в виде асинхронных двигателей периодического движения на базе следующих блоков дифференциально-алгебраических уравнений:

- уравнения, моделирующие ЭДС источников электропитания статорных обмоток АД при различных способах создания колебательного и автоколебательного движения;
- система дифференциальных уравнений электрического равновесия АД, записанная в потокосцеплениях статорных и роторных обмоток в координатах α, β ;
- дифференциальные уравнения механического равновесия АД, учитывающие силы сухого и жидкостного трения, инерционную, а также маятниковую или пружинную позиционную нагрузки;
- алгебраические уравнения расчета параметров модели, фазных токов по потокосцеплениям и энергетических показателей по обобщенному КПД.

Первый блок математической модели представлен в таблице 1, в которой записаны аналитические выражения в непреобразованной (фазной) и преобразованной (статорной α, β) системах координат для статорных ЭДС восьми вариантов создания колебательного и автоколебательного движения (вентильный электропривод повторяет в коммутационном варианте автоколебательный и колебательный электроприводы).

В этих выражениях использованы обозначения:

E_m – амплитуда фазной ЭДС сети; ω_l – несущая частота сети; Ω – угловая моделирующая частота сети; t_1 и t_2 – моменты времени вентильной коммутации ЭДС.

Уточним, что автоколебания при трехфазном и однофазном электропитании статорных обмоток возникают лишь при наличии маятниковой или пружинной нагрузки.

зок на валу, причем, для однофазного режима необходимо начальное отклонение вала (ротора) от положения равновесия [3-5]. В противном случае, возникает вращательное движение.

Таблица 1

Соотношения для статорных ЭДС безредукторных асинхронных электроприводов

| ЭДС | | Типы электроприводов | | | |
|--------------------------------------------------------------|------------|------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| | | автоколебательный | | колебательный | |
| | | трехфазное включение | однофазное включение | линейная фазовая модуляция | балансная амплитудная модуляция |
| Фазная система координат | e_A | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot \sin(\Omega t)$ |
| | e_B | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t + 120^\circ)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t + 180^\circ)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t + \Omega t)$ | $E_m \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \sin(\Omega t) $ |
| | e_C | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t - 120^\circ)$ | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t - 180^\circ)$ | $- E_m \cdot \sin(\omega_1 t + \Omega t)$ | $E_m \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \sin(\Omega t) $ |
| Система координат $\alpha-\beta$ | e_α | $E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $\frac{4}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $\frac{2}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $\frac{2}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t) \sin(\Omega t)$ |
| | e_β | $E_m \cdot \cos(\omega_1 t)$ | 0 | $\frac{2}{\sqrt{3}} E_m \sin(\omega_1 t + \Omega t)$ | $\frac{2}{\sqrt{3}} E_m \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \sin(\Omega t) $ |
| Смещение нейтрали e_N или нулевая последовательность e_0 | | 0 | $-\frac{2}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $\frac{1}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t)$ | $\frac{1}{3} E_m \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot \sin(\Omega t)$ |

Примечание. В вентильных электроприводах периодического движения справедливы эти же выражения для ЭДС во время подпитки:

а) для коммутации внутри периода колебаний $\frac{2\pi}{\Omega}$:

$$e = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \leq t \leq t_1, t_2 \leq t \leq 2 \cdot \frac{\pi}{\Omega}, \\ e \text{ при } t_1 \leq t \leq t_2; \end{cases}$$

б) для коммутации внутри периода сети $\frac{2\pi}{\omega_1}$:

$$e = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \leq t \leq t_1, \frac{\pi}{\omega_1} \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_1} + t_1, \\ e \text{ при } t_1 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_1}, \frac{\pi}{\omega_1} + t_1 \leq t \leq 2 \cdot \frac{\pi}{\omega_1}. \end{cases}$$

Второй и третий блоки математической модели могут быть представлены в виде следующей системы из шести нелинейных дифференциальных уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{\alpha S}}{dt} = a_1 \cdot \Psi_{\alpha S} - a_2 \cdot \Psi_{\alpha R} + e_{\alpha}, \\ \frac{d\Psi_{\beta S}}{dt} = a_1 \cdot \Psi_{\beta S} - a_2 \cdot \Psi_{\beta R} + e_{\beta}, \\ \frac{d\Psi_{\alpha r}}{dt} = b_1 \cdot \Psi_{\alpha R} - b_2 \cdot \Psi_{\alpha S} - \omega \cdot \Psi_{\beta S}, \\ \frac{d\Psi_{\beta r}}{dt} = b_1 \cdot \Psi_{\beta R} - b_2 \cdot \Psi_{\beta S} - \omega \cdot \Psi_{\alpha S}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \left[-\frac{G \cdot l}{\eta \cdot i \cdot J_{\Sigma}} \cdot \sin \varphi - \frac{H}{\eta \cdot i^2 \cdot J_{\Sigma}} \cdot \omega - \frac{M_{mp}}{\eta \cdot i \cdot J_{\Sigma}} \cdot \text{sign}(\omega) - \right. \\ \left. - \frac{C}{J_{\Sigma}} \cdot \varphi + \frac{3 \cdot a_2}{2 \cdot J_{\Sigma} \cdot R_S} \cdot (\Psi_{\alpha S} \cdot \Psi_{\beta R} - \Psi_{\beta S} \cdot \Psi_{\alpha R}) / p \right] \cdot p, \\ \frac{d\varphi}{dt} = \omega, \quad \omega(+0) = 0, \quad \varphi(+0) = \varphi_0 \neq 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь обозначено:

$\Psi_{\alpha S}, \Psi_{\beta S}, \Psi_{\alpha R}, \Psi_{\beta R}$ – статорные и роторные потокосцепления по осям α и β , соответственно;

e_{α}, e_{β} – статорные ЭДС по таблице 1;

a_1, a_2, b_1, b_2 – коэффициенты, рассчитываемые по параметрам схемы замещения;

φ, ω – угол и скорость колебаний вала двигателя;

p – число пар полюсов;

i, η – передаточное число и КПД редуктора;

G, l – вес и длина маятника;

R_S – активное сопротивление фазной статорной обмотки;

J_{Σ} – суммарный момент инерции ротора, маятника и нагрузки, приведенный к валу двигателя;

H, C – коэффициенты жидкостного трения и жесткость пружины;

M_{mp} – момент сухого трения.

Отметим, что при анализе автоколебательных режимов в АД с маятником на валу следует положить $C=0$, а для АД с пружиной на валу $G \cdot l=0$.

И, наконец, четвертый блок математической модели представим, с целью удобства пользования, в виде четырех систем алгебраических уравнений.

Первая система предназначена для расчета параметров блока (1).

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = R_S \cdot L_R / (M^2 - L_S \cdot L_R), \\ a_2 = a_1 \cdot M / L_R, \\ b_1 = R_R \cdot L_S / (M^2 - L_S \cdot L_R), \\ b_2 = b_1 \cdot M / L_S, \\ J_{\Sigma} = J_{\partial} + l^2 \cdot \frac{G}{g} + J_H / i^2 \cdot \eta, \\ L_r = X'_2 + X_m / \omega_1, \\ L_s = X_1 + X_m / \omega_1, \\ M = X_m / \omega_1, \end{array} \right. \quad (2)$$

где L_R, L_S, M – полные собственные индуктивности обмоток ротора, статора и их взаимная индуктивность;

R_S, R_R, X_1, X_2, X_m – параметры схемы замещения асинхронного электродвигателя;

ω_1 – синхронная скорость;

J_D, J_n – моменты инерции двигателя (ротора) и нагрузки;

g – ускорение земного притяжения.

Вторая система уравнений позволяет найти мощности, отдаваемые источником электропитания.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{\alpha S} = \frac{1}{\sigma \cdot L_S} \cdot \Psi_{\alpha S} - \frac{M}{\sigma \cdot L_S \cdot L_R} \cdot \Psi_{\alpha R}, \\ i_{\beta S} = \frac{1}{\sigma \cdot L_S} \cdot \Psi_{\beta S} - \frac{M}{\sigma \cdot L_S \cdot L_R} \cdot \Psi_{\beta R}, \\ \sigma = 1 - \frac{X_m^2}{(X_1 + X_m) \cdot (X_2 + X_m)}, \\ p_{эл}(t) = e_{\alpha}(t) \cdot i_{\alpha S}(t) + e_{\beta}(t) \cdot i_{\beta S}(t), \\ P_{эл} = \frac{1}{T_{кол}} \cdot \int_0^{T_{кол}} p_{эл}(t) \cdot dt, \\ E_{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{T_{кол}} \cdot \int_0^{T_{кол}} e_{\alpha}^2(t) \cdot dt}, \\ E_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{T_{кол}} \cdot \int_0^{T_{кол}} e_{\beta}^2(t) \cdot dt}, \\ I_{\alpha} = \sqrt{\frac{1}{T_{кол}} \cdot \int_0^{T_{кол}} i_{\alpha}^2(t) \cdot dt}, \\ I_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{T_{кол}} \cdot \int_0^{T_{кол}} i_{\beta}^2(t) \cdot dt}, \\ S_{эл} = E_{\alpha} \cdot I_{\alpha} + E_{\beta} \cdot I_{\beta}, \\ Q_{эл} = \sqrt{S_{эл}^2 - P_{эл}^2}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Здесь обозначено:

$i_{\alpha S}, i_{\beta S}$ – мгновенные значения статорных фазных токов;

σ – коэффициент затухания по Blondelю;

$E_{\alpha}, E_{\beta}, I_{\alpha}, I_{\beta}$ – действующие значения статорных фазных ЭДС и токов;

$p_{эл}(t)$ – мгновенное значение электрической мощности;

$P_{эл}, Q_{эл}, S_{эл}$ – активная реактивная и полная мощности;

$T_{кол}$ – период колебаний ротора АД.

Третья система уравнений предназначена для определения мощностей, отдаваемых двигателем в нагрузку.

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{\text{мех}}(t) = \omega(t) \cdot M_{\text{мех}}(t), \\ P_{\text{мех}} = \frac{1}{T_{\text{кол}}} \cdot \int_0^{T_{\text{кол}}} p_{\text{мех}}(t) \cdot dt, \\ \Omega = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{кол}}} \cdot \int_0^{T_{\text{кол}}} \omega^2(t) \cdot dt}, \\ M_{\text{дейс}} = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{кол}}} \cdot \int_0^{T_{\text{кол}}} M_{\text{мех}}^2(t) \cdot dt}, \\ S_{\text{мех}} = \Omega \cdot M_{\text{дейс}}, \\ Q_{\text{мех}} = \sqrt{S_{\text{мех}}^2 - P_{\text{мех}}^2}. \end{array} \right. \quad (4)$$

В этой системе уравнений введены следующие обозначения:

$p_{\text{мех}}(t)$ – мгновенное значение механической мощности;

$P_{\text{мех}}, Q_{\text{мех}}, S_{\text{мех}}$ – активная, реактивная и полная механические мощности;

$M_{\text{дейс}}, \Omega$ – действующие значения момента и скорости колебаний.

И, наконец, последняя система уравнений позволяет определить энергетические показатели АД колебательного движения в соответствии с понятием обобщенного КПД [4].

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_e = \frac{S_{\text{мех}}}{S_{\text{эл}}} = \left[\frac{P_{\text{мех}}^2}{S_{\text{эл}}^2} + \frac{Q_{\text{мех}}^2}{S_{\text{эл}}^2} + \frac{T_{\text{мех}}^2}{S_{\text{эл}}^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \eta_{a\varepsilon} = \frac{P_{\text{мех}}}{S_{\text{эл}}} = \frac{P_{\text{мех}}}{P_{\text{эл}}} \cdot \frac{P_{\text{эл}}}{S_{\text{эл}}} = \eta_a \cdot k_a, \\ \eta_{p\varepsilon} = \frac{Q_{\text{мех}}}{S_{\text{эл}}} = \frac{Q_{\text{мех}}}{Q_{\text{эл}}} \cdot \frac{Q_{\text{эл}}}{S_{\text{эл}}} = \eta_p \cdot k_p, \\ \eta_{u\varepsilon} = \frac{T_{\text{мех}}}{S_{\text{эл}}} = \frac{T_{\text{мех}}}{T_{\text{эл}}} \cdot \frac{T_{\text{эл}}}{S_{\text{эл}}} = \eta_u \cdot k_u, \\ \eta_e = \sqrt{\eta_a^2 \cdot k_a^2 + \eta_p^2 \cdot k_p^2 + \eta_u^2 \cdot k_u^2}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Здесь через η_e обозначен полный энергетический обобщенный КПД, а через $\eta_{a\varepsilon}, \eta_{p\varepsilon}, \eta_{u\varepsilon}$ – его энергетические составляющие по активной, реактивной и мощности искажения. Эти составляющие далее представляются в (5) через соответствующие коэффициенты мощности k_a, k_p, k_u и обычные КПД η_a, η_p, η_u для различных видов мощностей.

Итак, таблица 1 и системы дифференциально-алгебраических уравнений (1-5) представляют собой полную математическую модель АД периодического движения, ориентированную на анализ и синтез энергообмена в нем.

На основе этой математической модели и программы Modeler 2.4, реализующей данный принцип анализа энергетических показателей, было произведено численное исследование энергетики колебательного привода на основе асинхронного электродвигателя типа АИР71А6У3. Этот двигатель имеет следующие параметры, приведенные к обмотке статора:

$X_m=880$ Ом, $X_1=8,59$ Ом, $X_2'=15,65$ Ом, $R_1=7,44$ Ом, $R_2'=5,73$ Ом,
 $\omega_0=314$ рад/с, $J_d=0,003$ кг·м².

Параметры нагрузки имели следующие номинальные значения:

$G=40$ Н, $l=0,4$ м, $J_n=0,003$ кг·м², $H=0,2$ Н·м·с, $M_{np}=0,05$ Н·м, $i=5$, $\eta_p=0,85$.

Частота вынужденных колебаний задавалась равной 1 Гц.

По результатам исследования можно сказать следующее: увеличение механических нагрузок (вес маятника, длина, момент трения, коэффициент демпфирования) приводит к уменьшению КПД; влияние амплитуды напряжения неоднозначно, поэтому каждый случай необходимо рассматривать детальнее.

Без импульсной подпитки наиболее лучшим, с точки зрения КПД, является способ балансно-амплитудной модуляции.

При импульсной подпитке за период сети происходит увеличение КПД при увеличении угла открывания, но система теряет устойчивость и затухает.

Наиболее интересен случай импульсной подпитки за период колебаний. При этом способе были достигнуты самые высокие КПД (35 %) при способе возбуждения балансно-амплитудной модуляции. Ниже приведена таблица 2, в которой представлены параметры энергетики колебательного привода при одинаковой нагрузке (нагрузка стандартная).

Таблица 2

Зависимость энергетических КПД от типа питания привода

| | Однофазные автоколебания | Трехфазные автоколебания | Линейно-фазовая модуляция | Балансно-амплитудная модуляция |
|-------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| η_e | 0,01788 | 0,1385 | 0,10588 | 0,15832 |
| η_{ae} | 0,01085 | 0,0031 | 0,00336 | 0 |
| η_{pe} | 0,01422 | 0,13846 | 0,10582 | 0,15832 |

Литература

1. Луковников В.И., Серeda В.П., Тодорев В.В. Моделирование периодических режимов асинхронных электродвигателей безредукторного привода //Электричество.- 1992.- № 5.- С. 31-35.
2. Луковников В.И. Моделирование безредукторных электроприводов периодического движения //Материалы МНТК «Современные проблемы машиноведения».- Гомель: ГПИ, 1996.- С. 187.
3. Луковников В.И., Тодорев В.В., Веппер Л.В. Автоколебательный режим однофазного асинхронного электродвигателя //Изв. ВУЗов и ЭО СНГ. Энергетика.- 1998.- № 2.- С. 45-49.
4. Луковников В.И., Тодорев В.В., Веппер Л.В. Моделирование автоколебательного асинхронного электропривода //Изв. ВУЗов и ЭО СНГ. Энергетика.- 1998. - № 3.- С. 32-42.
5. Луковников В.И., Веппер Л.В., Спорик А.Е. Обобщенная модель маятникового электропривода //Материалы МНТК «Современные проблемы машиноведения».- Гомель: ГПИ, 1998. - С. 86-88.

Получено 01.11.2000 г.