Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLVII, № 1

ФИЗИКА

Д. БЛОХИНЦЕВ

ДВИЖУЩИЙСЯ ПРИЕМНИК ЗВУКА

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 17 V 1944)

В качестве простого примера общей теории распространения звука в движущейся среде ([1]) рассмотрим прием звука движущимся приемником. Поток, обтекающий приемник, будем считать потенциальным (что предполагает удобообтекаемую форму приемника, кроме того приемная диафрагма должна быть расположена где-нибудь спереди, вне действия срывающихся с тела приемника вихрей).

Предварительно решим такую задачу: пусть дано любое число неподвижных твердых тел, находящихся в звуковом поле, описываемом потенциалом $\psi_0 e^{i\omega t}$ (ω — частота колебаний, t — время). Этот потенциал удовлетворяет уравнению:

$$\Delta\psi_0 + k^2\psi_0 = 0, \qquad k = \omega / c \tag{1}$$

(c — скорость звука) и краевому условию $\partial\psi_0 / \partial n = 0$ на поверхности твердых тел.

Пусть теперь эти тела обтекаются потоком с потенциалом Φ_0

$$\Delta\Phi_0 = 0, \ \partial\Phi_0 / \partial n = 0 \ \text{(на поверхности тел)}. \tag{2}$$

Мы будем считать ψ_0 и Φ_0 известными. Требуется найти потенциал звукового поля φ при наличии потока. Если скорость потока $v \ll c$, то φ удовлетворяет уравнению ([1])

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \Delta\varphi + \frac{2}{c^2}\vec{\nabla}\Phi_0 \cdot \vec{\nabla}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + O\left(\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{3}$$

Полагая $\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t}$, получим:

$$\Delta\varphi_0 + k^2\varphi_0 + 2ik\vec{\nabla}\Phi_0 \cdot \vec{\nabla}\varphi_0 = 0. \tag{4}$$

Легко видеть, что это уравнение с точностью до v/c решается подстановкой

$$\varphi_0 = \psi_0 e^{-i\frac{k}{c}\Phi_0}. \tag{5}$$

Кроме того и краевое условие $\partial\varphi_0 / \partial n = 0$ (на поверхности твердых тел) также удовлетворено, так как на этих поверхностях $\partial\Phi_0 / \partial n$ и $\partial\psi_0 / \partial n$ равны нулю.

Таким образом (5) решает задачу.

Найдем теперь давление на поверхности приемника. По теореме Бернулли имеем:

$$p = \text{const} - \frac{\rho v^2}{2} + \rho\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \rho\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla}\varphi. \tag{6}$$

Звуковое давление π получится на основании (5) и (6) в виде:

$$\frac{\pi}{\rho}=(i\omega\psi_0-\vec{\nabla}\Phi_0\cdot\vec{\nabla}\psi_0)\,e^{-i\frac{k}{c}\Phi_0}+O\left(\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{7}$$

Вдали от тела эта формула выражает только тот факт, что π не зависит от движения тела (чтобы в этом убедиться, необходимо учесть эффект Допплера). Вблизи же тела приемника могут получиться существенные изменения. В самом деле, величина ψ_0 вдали от тела равна $\pi_0/i\omega\rho$, где π_0 — давление проходящей волны на бесконечности. Она такого же порядка и вблизи тела. $\vec{\nabla}\psi_0$ вблизи тела по порядку величины равен $\frac{\pi_0}{i\omega\rho}\,\frac{1}{d}$, где d — размеры тела. В силу этого второй член в (7) соответствует примерно $\frac{v}{d}\,\frac{\pi_0}{\rho\omega}$ (где v — тангенциальная скорость потока). Этот второй член будет больше первого, если

$$\frac{v}{d}\,\frac{1}{\omega}\gg 1,\ \text{т. е.}\ \frac{v}{c}\gg 2\pi\frac{d}{\lambda}. \tag{8}$$

Таким образом будет иметь место усиление принимаемого сигнала, если только длины волн сигнала достаточно велики, а размеры тела приемника d достаточно малы.

Весьма интересен вопрос о поведении приемника при сверхзвуковой скорости движения. Этот вопрос в самой примитивной форме дискутировался в Немецкой академии воздухоплавания ([2]). Ясно, что ни один звуковой сигнал, идущий сзади приемника, не достигнет его. Идущий же спереди должен будет пересечь фронт ударной волны, отделяющей невозмущенную движением тела среду от возмущенной. Так как этот фронт движется со скоростью, превышающей скорость звука в спокойной среде, то ясно, что никакой отраженной волны образоваться не может, несмотря на скачкообразное изменение свойств среды на поверхности, образованной фронтом ударной волны. На первый взгляд возникает парадоксальное положение дел: как можно удовлетворить обычным краевым условиям, если отсутствует отраженная волна? Если сейчас не представляется возможным дать полное решение поставленной задачи, то все же возможно ответить на указанный вопрос.

На поверхности ударной волны, являющейся скачком уплотнения, имеют место необратимые процессы. Поэтому при распространении звуковой волны через этот скачок необходимо принять во внимание изменения энтропии. Мы рассмотрим простой, прямой скачок уплотнения и звуковую волну, падающую ему навстречу.

Пусть скачок движется со скоростью V в сторону отрицательных x. Скорость движения газа обозначим через U, скорость звуковых колебаний через ξ. В системе координат, в которой скачок покоится, скорость газа равна $u=U-V$, и уравнения для распространения звука гласят ([3]):

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}+u\frac{\partial\xi}{\partial x}=-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial x},\quad \frac{\partial\delta}{\partial t}+u\frac{\partial\delta}{\partial x}+\rho\,\frac{\partial\xi}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial\sigma}{\partial t}+u\frac{\partial\sigma}{\partial x}=0, \tag{9}$$

где p — давление, ρ — плотность среды, δ — изменения плотности, вызванные звуковой волной, σ — изменения энтропии S, $\frac{\partial p}{\partial x}=\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_S\frac{\partial\delta}{\partial x}+\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho\frac{\partial\sigma}{\partial x}$. Далее, $\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_S=c^2$ есть квадрат адиабатической скорости звука; $\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho=\frac{\gamma-1}{r}\,p$ (для идеального газа); γ — отношение теплоемкостей c_p/c_v, а r — газовая постоянная. Полагая величины ξ, δ, σ пропорциональными $e^{i(\omega t - kx)}$, из

$$(\omega + uk)\xi + \frac{c^2}{\rho}\delta = -\frac{\gamma - 1}{r}\frac{p}{\rho}k\sigma, \tag{10}$$

$$(\omega + uk)\delta + k\rho\xi = 0, \qquad (\omega + uk)\sigma = 0$$

получим

$$k = \frac{\omega}{\pm c - u}, \qquad \xi = \mp\frac{c}{\rho}\delta, \qquad \sigma = 0 \tag{11}$$

либо

$$k = -\frac{\omega}{u}, \qquad \xi = 0, \qquad \sigma = \frac{r\gamma}{\rho(\gamma - 1)}\delta. \tag{11'}$$

Первое решение есть обычная адиабатическая звуковая волна, а второе — волна энтропии, представляющая собою просто перенос периодически меняющейся энтропии средой, движущейся со скоростью u. Именно такие периодические изменения энтропии и вызывает звуковая волна, достигающая скачка уплотнения. Нам нужно сомкнуть решения на скачке уплотнения. Для этого следует воспользоваться условиями Гюгоньо—Ранкина:

$$u\rho = u_0\rho_0, \qquad \rho u^2 + p = \rho_0 u_0^2 + p_0, \qquad w + \frac{u^2}{2} = w_0 + \frac{u_0^2}{2}, \tag{12}$$

где w — тепловая функция, равная для идеального газа $\frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p}{\rho}$. Эти условия, как известно, выражают закон сохранения вещества, импульса и энергии. При прохождении звуковой волны эти условия варьируются, так как все величины получают малые приращения.

Варьируется и скорость движения скачка так, что

$$\delta u = \delta U - \delta V = \xi - \eta \qquad (\eta = \delta V),$$

$$\delta\rho = \delta, \quad \delta S = \sigma, \quad \delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \delta + \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho \sigma, \quad \delta w = \left(\frac{\partial w}{\partial \rho}\right)_S \delta + \left(\frac{\partial w}{\partial S}\right)_\rho \sigma.$$

В невозмущенной среде перед скачком (величины, относящиеся к ней, отмечены нуликом) имеется лишь падающая звуковая волна, для которой $\sigma_0 = 0$, $\xi_0 = \frac{c_0}{\rho_0}\delta_0$, а позади скачка — полное изменение плотности $\delta = \delta' + \delta''$, причем δ' принадлежит проходящей звуковой волне $\left(\xi' = -\frac{c}{\rho}\delta', \ \sigma = 0\right)$, а δ'' — энтропийной волне, для которой $\xi'' = 0$, $\sigma = \frac{r\gamma}{\rho(\gamma - 1)}\delta''$. Варьируя условия (12) и выражая все вариации через δ_0, δ', δ'', мы получим нужные краевые условия:

$$(u - c)^2\delta' + u^2\delta'' = (u_0 - c_0)^2\delta_0, \tag{13}$$

$$\left[u^2\frac{\rho}{\rho_0} + c^2 - cu\left(\frac{\rho}{\rho_0} + 1\right)\right]\delta' + \left[u^2\frac{\rho}{\rho_0} - \frac{c^2}{\gamma - 1}\right]\delta'' =$$

$$= \left[u_0^2 + c_0^2\frac{\rho}{\rho_0} - c_0 u\left(\frac{\rho}{\rho_0} + 1\right)\right]\delta_0; \quad u, u_0 < 0, \quad u_0 = -V. \tag{14}$$

С помощью (12) можно выразить δ'/δ_0, δ''/δ_0 через величину скачка давления $p - p_0$. Общее выражение получается несколько громоздким, мы приведем результат лишь для малых скачков $\varepsilon = (p - p_0)/p_0 \ll 1$ и для больших скачков $\varepsilon = (p - p_0)/p_0 \gg 1$.

В первом случае получается

$$\frac{\delta'}{\delta_0}=1+\frac{13-3\gamma}{8\gamma}\varepsilon+\ldots,\qquad \frac{\delta''}{\delta_0}=\frac{\gamma-1}{2\gamma}\varepsilon+\ldots, \tag{15}$$

отсюда для давления звуковой волны π' найдем:

$$\frac{\pi'}{\pi_0}=1+\frac{5(\gamma+1)}{8\gamma}\varepsilon+\ldots \tag{16}$$

Во втором случае ($\varepsilon\gg1$)

$$\frac{\pi'}{\pi_0}=\frac{1}{\gamma}\frac{1}{1+2\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right)^{1/2}}\varepsilon+\ldots \tag{17}$$

Что же касается энтропийной волны, то ее давление π'', в силу соотношения $\omega+uk=0$, как видно из (10), всегда равно нулю.

Таким образом, звуковой волны, отраженной от ударной волны, окружающей движущийся приемник, не возникает, но образуются две проходящих, которые и будут достигать приемника. Частоты обеих волн одинаковы, но скорости распространения различны. Одна из этих волн не сопровождается изменениями давления.

Физический институт им. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
17 V 1944

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Блохинцев, ДАН, XLV, № 8 (1944). [2] L. Prandtl, Schrift. Deutsch. Akad. Luftfahrtforsch., № 1 (1937). [3] Аэродинамика, под ред. В. Ф. Дюрэнд, III, М.—Л., 1939.