



Рис.3 Зависимость частоты нижней формы колебаний трансмиссии [Гц] от жесткости трансмиссии трактора [Н·м/рад].

Исследована необходимость установки предохранительной муфты на валу привода измельчителя. Показано, что муфта, настроенная на момент, необходимый для нормального выполнения технологического процесса при условиях работы, соответствующих нормальным эксплуатационным режимам, не срабатывает. Это происходит благодаря значительной кинетической энергии, накопленной ротором, который работает как высокочастотный фильтр. Выявлены и другие закономерности поведения системы. По результатам исследования были выработаны рекомендации по снижению динамической нагруженности привода и улучшению его конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейц В.Л. Динамические расчеты приводов машин.-М.:Высш.школа, 1971.
2. Гуськов В.В., Велеев А.В. Тракторы. Теория.- М.:Машиностроение, 1988.
3. Кочубиевский И.Д. Динамическое моделирование и испытания технических систем. - М.: Энергия, 1978.

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПРИВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ О РАЗДЕЛЕНИИ КОРНЕЙ ВЕКОВОГО УРАВНЕНИЯ

О.В.Громыко, Ю.В.Чупрынин

Гомельский политехнический институт им. П.О.Сухого (Гомель)

Одной из проблем, связанных с проектированием и эксплуатацией машин, использующих в качестве привода механические трансмиссии, является проблема исследования спектра частот собственных колебаний.

Использование теоремы о разделении корней векового уравнения [1,3] для исследования частот собственных колебаний механических трансмиссий позволяет не только вычислить частоты, но и определить их количество в заданном интервале.

Система уравнений движения элементов системы может быть получена на основе уравнения Лагранжа II-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{\kappa}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_{\kappa}}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{\Delta}}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

где E_{κ} , E_{Π} , E_{Δ} – кинетическая, потенциальная и диссипативная энергии системы, q_i – обобщенная координата, Q_i – обобщенная сила.

После подстановки в уравнение Лагранжа энергий системы и преобразований, уравнения движения, записанные в матричной форме, примут вид:

$$\left[\mathbf{M} \right] \cdot \left\{ \ddot{q} \right\} + \left[\mathbf{H} \right] \cdot \left\{ \dot{q} \right\} + \left[\mathbf{C} \right] \cdot \left\{ q \right\} = \left\{ \mathbf{F} \right\} \quad (2)$$

где $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{H}]$, $[\mathbf{C}]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости системы; $\left\{ \ddot{q} \right\}$, $\left\{ \dot{q} \right\}$, $\left\{ q \right\}$ – вектор перемещений и его производные; $\left\{ \mathbf{F} \right\}$ – вектор внешних воздействий на систему.

Воспользовавшись операторным исчислением, вектора перемещений запишем следующим образом:

$$\left\{ \ddot{q} \right\} = S^2 \cdot \left\{ q \right\}; \quad \left\{ \dot{q} \right\} = S \cdot \left\{ q \right\}; \quad (3)$$

где $S = j \cdot \omega$ – оператор Лапласа, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, ω – круговая частота колебаний.

С учетом (3) выражение (2) примет вид:

$$\left([M] \cdot S^2 + [H] \cdot S + [C] \right) \left\{ q \right\} = \left\{ F \right\} \quad (4)$$

Для исследования системы на собственные колебания, необходимо отбросить все внешние воздействия и исключить затухание колебаний. Поэтому для нахождения собственных значений выражение (4) примет вид:

$$\left([M] \cdot S^2 + [C] \right) \left\{ q \right\} = 0 \quad (5)$$

или с учетом (3)

$$\left([C] - \omega^2 \cdot [M] \right) \left\{ q \right\} = 0. \quad (6)$$

Очевидно, что данное равенство имеет нетривиальное решение в том и только в том случае, если

$$D = \det \left([C] - \omega^2 \cdot [M] \right) = 0. \quad (7)$$

Поскольку потенциальная энергия трансмиссии является положительно определенной квадратичной функцией, то корни векового уравнения (7) положительны и разделяются главными диагональными минорами определителя D.

Составим последовательность из главных диагональных миноров определителя D, дополнив ее $D_n = 1$,

$$D, D_1, D_2, D_3, \dots, D_{n-1}, 1. \quad (8)$$

Согласно теореме о разделении корней векового уравнения [1] при $\omega^2 = 0$ все члены ряда (8) положительны, а число перемен знака в последовательности равно нулю. При $\omega^2 \rightarrow \infty$ ряд (8) имеет N перемен знака. Если при заданном ω_1 количество перемен знака рядом (8) равно K_1 , а при ω_2 соответственно K_2 , то в интервале частотной оси $0 \leq \omega \leq \omega_1$ находится K_1 собственных частот, в интервале $0 \leq \omega \leq \omega_2$ – K_2 частот. Очевидно, что в интервале $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ находится $K = K_2 - K_1$ частот. Последовательно сокращая интервал $[\omega_1, \omega_2]$, можно выделить область, в которой находится единственная собственная частота. Последняя далее может быть выделена с заданной точностью. Наиболее удобным способом выделения частот является метод деления частотных интервалов пополам.

В большинстве механических трансмиссий число масс в системе больше на единицу количества степеней свободы. Это объясняется тем, что в таких системах нет замыкания на неподвижную массу. Размерность матриц в описанном методе определяется количеством масс. В этом случае при $\omega \rightarrow 0$ имеется одна смена знака, т.к. $\omega = 0$ является «фиктивной» частотой системы. Количество действительных частот для такой системы равно $N - 1$.

Описанный способ удобен не только для вычисления собственных частот трансмиссий, но и для определения их количества в заданных частотных областях. Оценка достоверности результатов, получаемых изложенным методом, проведена сравнением с аналитическими решениями. Практическая реализация предложенного алгоритма осуществлена на примере кормоуборочного комбайна КДП-3000 в агрегате с трактором Т150К. Полученные собственные частоты удовлетворительно совпали с найденными другими способами ранее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. - М.: Наука, 1968.
2. Григорьев Е.Т. Колебания и динамические качества механических систем. - Киев: Машиностроение, 1983.
3. Громыко О.В. Расчет собственных частот оболочек на основе теоремы о разделении корней векового уравнения. - Известия ВУЗов. Машиностроение, № 11, 1985, с.23-26.