

С достаточной степенью точности значение y_2 может быть найдено:

$$y_2 = \frac{h^2 \cdot \rho \cdot \omega \cdot R \cdot (\rho_1 + 0.5 \cdot \eta_1 \cdot C_p \cdot (T_{кр} - T_0))}{2 \cdot \lambda \cdot (T_{кр} - T_0)} \quad (8)$$

где η_1 – поправочный коэффициент.

Высота ванны расплава незначительно влияет на высоту зоны отвода тепла перегрева при фиксированных значениях перегрева металла и объемном расходе расплава в единицу времени. Аналогичное влияние оказывает изменение диаметра валков. Наибольшее влияние на высоту данной зоны оказывают скорость вращения валков и перегрев металла. Увеличение глубины ванны расплава расширяет границу стабильного формирования ленты. Увеличение скорости вращения валков, их диаметра, повышение температуры перегрева и уменьшения высоты ванны ведет к росту глубины лунки, что может привести к нарушению сплошности получаемой ленты. Для получения качественной ленты необходимо соблюдение параметров процесса.

Литература

1. Молотилев Б.В. // Сталь. – 1990. – №12. – С. 1
2. Верещагин М.Н. // Аморфные и микрокристаллические материалы. – М., 1989. – С. 5–8
3. Степанов А.Н., Зильберг Ю.В., Неуструев А.А. Производство листа из расплава. – М., 1978. – 143 с.
4. Вейник А.И. Теория затвердевания отливки. – М.: Из-во машиностроительной литературы, 1960. – 435 с.

ГРАДИЕНТНАЯ КАТАСТРОФА В ДВУМЕРНОЙ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЕ

О. Н. Шабловский

*Гомельский государственный технический университет
им. П. О. Сухого, Республика Беларусь*

Предметом исследования являются нелинейные свойства градиента температуры на подвижных двумерных границах, которые перемещаются в среде, обладающей конечным временем релаксации теплового потока:

$$\mathbf{q} + \gamma \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\lambda \text{grad} T. \quad (1)$$

Нелинейное гиперболическое уравнение теплопроводности имеет вид:

$$c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right) = \text{div}(\lambda \text{grad} T), \quad c = c(T), \quad \gamma = \gamma(T), \quad \lambda = \lambda(T), \quad (2)$$

где T – температура; t – время; c – удельная объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока $\mathbf{q}(q_1, q_2)$; λ – коэффициент теплопроводности. Уравнение вида (2) было выведено в работах [1,2] для сред типа (1) с помощью вариационных принципов явлений нелинейного релаксационного теплопереноса.

Изучим здесь случай, когда теплофизические параметры среды таковы:

$$\lambda = \lambda_0 \exp(\beta T), \quad c / \lambda = \alpha \equiv \text{const}, \quad \gamma \equiv \text{const}, \quad \gamma c / \lambda = n^2.$$

Таким образом, располагаем исходным уравнением:

$$\alpha T_t + n^2 T_{tt} = T_{xx} + T_{yy} + \lambda [(T_x)^2 + (T_y)^2].$$

Исследуемая задача состоит в следующем. В плоскости x, y при постоянной температуре T_0 имеется неподвижная среда, в которой тепловые возмущения распространяются со

скоростью $w_0 = 1/n$. Подвижная граница области $y = y^1(x, t)$ является достаточно гладкой. В начальный момент времени $t = 0$ температура границы постоянна и равна T_0 , а затем изменяется по закону $T^1(x, t) = T^1$. Фронт температурной волны (линия слабого разрыва) при $t = 0$ совпадает с границей области $y = y^1(x, 0)$, а при $t > 0$ распространяется с нормальной скоростью w_0 . Построим температурное поле между подвижной границей и фронтом волны. Исходное уравнение трансформируем с помощью преобразования Лежандра:

$$\theta(u, v, t) = xu + yv - T(x, y, t) + Mt,$$

$$T_x = u, T_y = v, x = \partial\theta / \partial u, y = \partial\theta / \partial v, M \equiv \text{const}.$$

Области перед фронтом волны в плоскости u, v соответствует точка $(0, 0)$, поэтому удобно ввести полярные координаты $u = r \cdot \cos \varphi$, $v = r \cdot \sin \varphi$. Якобиан перехода должен быть ненулевым. Его вид, а также запись дифференциального уравнения для $\theta(r, \varphi, t)$ здесь не приводятся. Это уравнение имеет характерную поверхность $r = 0$. Переход к декартовым координатам осуществляется по формулам:

$$x(r, \varphi, t) = \theta_r \cos \varphi - r^{-1} \theta_\varphi \sin \varphi, y(r, \varphi, t) = \theta_r \sin \varphi + r^{-1} \theta_\varphi \cos \varphi.$$

Из предыдущего ясно, что при $r = 0$ эти выражения определяют закон движения фронта волны. Значит, существует предел $\lim_{r \rightarrow 0} (r^{-1} \theta_\varphi) = P(\varphi, t)$. Предполагается, что в окрестности значения $r = 0$ функция $\theta(r, \varphi, t)$ достаточное число раз дифференцируема по своим аргументам. Решение запишем в виде ряда $\theta(r, \varphi, t) = a_\delta(\varphi, t) r^\delta$, где $\delta \geq 0$ – индекс суммирования. Возьмем $a_0 = Mt - T_0$ и получим $P(\varphi, t) = \partial a_1 / \partial \varphi$. Параметрическое представление поверхности слабого разрыва $r = 0$ записывается так:

$$x = a_1 \cos \varphi - (\partial a_1 / \partial \varphi) \sin \varphi, y = a_1 \sin \varphi + (\partial a_1 / \partial \varphi) \cos \varphi.$$

Вычисление скорости перемещения этой поверхности дает уравнение $\partial a_1 / \partial t = w_0$, следовательно, $a_1(\varphi, t) = w_0 t + f(\varphi)$, где $f(\varphi)$ – произвольная периодическая функция, для которой $f(0) = f(2\pi)$. Итак, уравнение фронта температурной волны такое:

$$x_f = (w_0 t + f) \cos \varphi - \dot{f} \sin \varphi, y_f = (w_0 t + f) \sin \varphi + \dot{f} \cos \varphi, \quad (3)$$

причем выбор $f(\varphi)$ определяет первоначальный профиль границы и волны. Эффективность дальнейших аналитических построений обеспечивается удачным видом коэффициентов a_0, a_1 , [3]. Общий вид рекуррентной формулы для коэффициентов искомого ряда:

$$a_{k+2}(\varphi, t) = [\tau_0^{\frac{1}{2}} C_{k+2}(\varphi) + \int_0^t F_{k+2} \exp G_{k+2} dt] \exp(-G_{k+2}), \quad k \geq 0,$$

$$G_{k+2}(\varphi, t) = -\frac{(k+1)}{2} [\varepsilon \ln^{-2} + \ln(1 + \frac{t}{\tau_0})], \quad \tau_0 = n(f + \dot{f}) \neq 0,$$

где $C_{k+2}(\varphi)$ – произвольные периодические функции, такие, что $C_{\delta+2} r^{\delta+2}$, $\delta \geq 0$ – аналитическая функция при $r \in [0, 1)$. Выражение для $F_{k+2}(\varphi, t)$ не содержит коэффициентов разложения с номерами, большими или равными $k+2$.

Подвижную границу зададим параметрически в полярных координатах: $r = r^1(\beta, t)$, $\varphi = \varphi^1(\beta, t)$, $r^1 \in [0, 1)$, так чтобы выполнялись условия: $t = 0$, $r^1(\beta, 0) = 0$, $\varphi^1(\beta, 0) = \varphi = \beta$, а также условия периодичности: $r^1(\beta, t) = r^1(\beta + 2\pi, t)$, $\varphi^1(\beta, t) = \varphi^1(\beta + 2\pi, t)$; в остальном это произвольные, достаточное число раз дифференцируемые функции. Теперь, располагая выражением для $\theta(r, \varphi, t)$, нетрудно представить движение границы области в физической плоскости: $x = x^1(\beta, t)$, $y = y^1(\beta, t)$, причем в начальный момент времени

$$x^1(\varphi, 0) = f \cos \varphi - \dot{f} \sin \varphi, y^1(\varphi, 0) = f \sin \varphi + \dot{f} \cos \varphi,$$

что соответствует (3) при $t = 0$. Температура на границе равна

$$T^1(\beta, t) = T_0 + (x^1 \cos \varphi^1 + y^1 \sin \varphi^1) r^1 - (w_0 t + f^1) r^1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{k+2}(\varphi^1, t) (r^1)^{k+2}$$

и зависит от выбора функций $C_{k+2}(\varphi)$. Этот температурный режим и обеспечивает совпадение характеристики $r = 0$ с поверхностью слабого разрыва – температурным фронтом. Заданием $C_{k+2}(\varphi)$, $r^1(\beta, t)$, $\varphi^1(\beta, t)$ завершается построение решения поставленной задачи. Сходимость рядов типа $a_{\delta+2} r^{\delta+2}$, $\delta \geq 0$, возникающих при построении решения гиперболического уравнения по алгоритму [3], доказана в [4]. Это говорит о законности проведенных формально операций и дает возможность ограничиться в построенном разложении конечным числом членов. В дальнейших расчетах применялось выражение для температуры $T(r, \varphi, t) \cong T_0 + r^2(a_2 + 2ra_3)$, в котором опущены члены выше третьего порядка. Отметим, что влияние нелинейности среды проявляется, начиная с коэффициента a_3 . Укажем частный случай:

$$C_{k+2}(\varphi) \equiv \text{const}_{(k+2)}, k \geq 0, f(\varphi) \equiv \text{const}, r^1 = r^1(t),$$

$$T(r, t) = T, (x^2 + y^2)^{1/2} = \theta_r(r, t), T^1 = T^1(t),$$

$$(x_f^2 + y_f^2)^{1/2} = w_0 t + f, [(x^1)^2 + (y^1)^2]^{1/2} = \theta_r(r^1, t),$$

так что представленное здесь решение определяет нестационарное одномерное поле с цилиндрической симметрией. Граница области и фронт температурной волны являются в этом случае концентрическими окружностями на плоскости (x, y) .

Вычисления показывают, что в двумерном случае

$$(\partial r / \partial t)_{r=0} = -w_0 / 2a_2, a_2 = C_2(\varphi)(t + \tau_0)^{1/2} \exp(\alpha t / 2\pi^2).$$

Значит, при $f > 0$, $f + \ddot{f} > 0$, когда тепловая волна (3) – расширяющаяся, $(\partial r / \partial t)_{r=0} < \infty$, градиентная катастрофа не возникает. Если же волна сходящаяся, $f < 0$, $f + \ddot{f} < 0$, то в конечный момент времени $t_* > 0$ наступает градиентная катастрофа, причем для указанного здесь класса явлений этот эффект не зависит от тепловых нелинейностей.

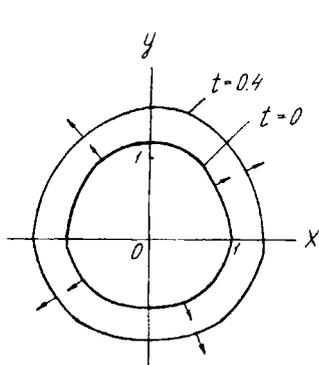


Рис. 1

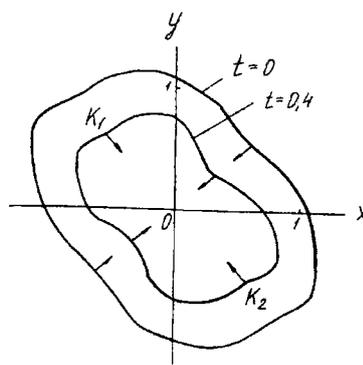


Рис. 2

На рис.1 показана в плоскости XOY расширяющаяся волна для $f = 1 + \frac{1}{5} \sin^3 \varphi$ при $t = 0; 0,4$. На рис.2 изображена сходящаяся волна ($f = -1 + \frac{1}{5} \sin 2\varphi$) в начальный момент времени и при $t_* = 0,4$, когда в точках K_1, K_2 градиент температуры становится неограниченным. Следовательно, структура пространственной неоднородности теплового поля меняется существенным образом: появляется ударная тепловая волна. Данная работа является продолжением исследований [5,6].

Литература

1. Глазунов Ю.Т. // ИФЖ. – 1981. – Т. 40. – №1. – С.134–138
2. Яворский Н.И. // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1986. – №3. – С.3–10
3. Сидоров А.Ф. // ПММ. – 1972. – Т. 36. – №3. – С. 426–434
4. Баутин С.П. // Числ.методы мех.сплошной среды. – 1973. – Т. 4. – №1. – С. 3–15
5. Шабловский О.Н. // ИФЖ. – 1999. – Т. 72. – №1. – С. 80–87
6. Шабловский О.Н. // ИФЖ. – 1997. – Т. 70. – №2. – С. 319–325

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ВЫБОРЕ МЕТОДОВ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА ОПЫТНЫХ ОБРАЗЦОВ КОРМОУБОРОЧНОЙ И ЗЕРНОУБОРОЧНОЙ ТЕХНИКИ

А. В. Петухов

Гомельский государственный технический университет
им. П. О. Сухого, Республика Беларусь

Важнейшими направлениями научных исследований при решении проблемы повышения эффективности проектирования новой кормоуборочной и зерноуборочной техники являются: разработка методов повышения качества решений, принимаемых на стадии ТПП, и создание методов повышения производительности труда проектировщика.

Первое направление связано с оптимизацией процесса ТПП, а второе – с разработкой методов сокращения сроков проектирования.

Ввиду того, что при выполнении ТПП опытных образцов реализуются несколько функций, детальное описание альтернатив выполнения каждой из них представляет собой достаточно объемную задачу, поэтому ограничимся рассмотрением наиболее значимой задачи, а именно: задачи проектирования технологических процессов.