УДК 621.378.3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ С НАРУШЕННОЙ КРУГОВОЙ СИММЕТРИЕЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВОДАХ

П. С. ШАПОВАЛОВ, В. И. ДРОБЫШЕВСКИЙ

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

В современных оптических устройствах обработки информации происходит одновременное распространение нескольких мощных лазерных пучков, способных инициировать нелинейные эффекты. Их изучению посвящен ряд работ (например, [1]–[4] и цитированную там литературу). При распространении световых пучков в нелинейных средах принцип суперпозиции не выполняется. В связи с этим одновременное распространение нескольких пучков в нелинейных средах приводит к появлению новых и интересных, для практического применения, эффектов. Интерес к изучению взаимодействия нескольких световых пучков также связан с тем, что в приборах обработки и передачи информации часто наблюдается одновременное распространение в нелинейной среде нескольких лазерных пучков как с разной частотой, так и на одной частоте, но не взаимно когерентных. Поэтому для описания распространения нескольких световых пучков удобнее использовать, вместо одного нелинейного уравнения Шредингера, систему нелинейных уравнений Шредингера.

В данной работе рассматривается распространение и взаимодействие двух эллиптических гауссовых пучков с разной длиной волны в кубически нелинейной среде с квадратичной неоднородностью. Задача решается вариационным методом в классе эллиптических гауссовых функций нулевого порядка.

Основные соотношения

Для описания взаимодействия световых пучков в среде с кубической нелинейностью и квадратичной неоднородностью будем исходить из системы нелинейных параболических уравнений [2], записанных в декартовой системе координат (x, y, z). В данной системе уравнений интерференционное взаимодействие пучков не учитывается.

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}-2ik_1\frac{\partial U_1}{\partial z}-k_1^2\alpha(x^2+y^2)U_1+k_1^2\beta\left(\left|U_1\right|^2+2\left|U_2\right|^2\right)U_1=0;$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}-2ik_2\frac{\partial U_2}{\partial z}-k_2^2\alpha(x^2+y^2)U_2+k_2^2\beta\left(\left|U_2\right|^2+2\left|U_1\right|^2\right)U_2=0. \qquad (1)$$

Здесь для j-го пучка ($j=1,\ 2$) U_j – комплексная амплитуда электромагнитного поля на круговой частоте колебаний ω_j; $k_j=\sqrt{\varepsilon_j}\omega_j$ – волновое число; ε_j – линейная диэлектрическая проницаемость среды; α и β – ее коэффициент квадратичной неоднородности и коэффициент нелинейности. Система (1) описывает взаимодействие лазерных пучков в диапазоне частот, где временнáя дисперсия среды пренебрежимо мала.

Для системы уравнений (3) интеграл действия будет иметь вид:

$$J=\int_0^z dz\int_{-\infty}^{+\infty}dy\int_{-\infty}^{+\infty}dx\left[\frac{1}{k_1^2}\left(\left|\frac{\partial U_1}{\partial x}\right|^2+\left|\frac{\partial U_1}{\partial y}\right|^2\right)-\frac{i}{k_1}\left(U_1\frac{\partial U_1^*}{\partial z}-U_1^*\frac{\partial U_1}{\partial z}\right)+\frac{1}{k_2^2}\left(\left|\frac{\partial U_2}{\partial x}\right|^2+\left|\frac{\partial U_2}{\partial y}\right|^2\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{i}{k_2}\left(U_2\frac{\partial U_2^*}{\partial z}-U_2^*\frac{\partial U_2}{\partial z}\right)+\alpha(x^2+y^2)\left(|U_1|^2+|U_2|^2\right)-\frac{\beta}{2}\left(|U_1|^4+4|U_1|^2|U_2|^2+|U_2|^4\right)\right]. \quad (2)$$

Здесь «*» обозначено комплексное сопряжение. Решение системы (3) ищем в классе эллиптических гауссовых функций [5]:

$$U_i=\sqrt{I_i}\exp\left\{-P_i-iQ_i-\frac{x^2}{w_{xi}^2}-\frac{y^2}{w_{xi}^2}-\frac{ik_ix^2}{2R_{xi}}-\frac{ik_iy^2}{2R_{yi}}\right\}, \quad (3)$$

где $i=1,2;$ I_i – интенсивность света на оси i-го пучка; w_{xi}, w_{yi} – полуоси эллипса светового пятна; R_{xi}, R_{yi} – радиусы кривизны фазовой поверхности.

Подставляем (3) в (2) и интегрируем по координатам x и y. Из условия экстремума функционала, т. е. из равенства нулю вариации $\delta J = 0$, получим систему двенадцати обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров двух пучков. Из этой системы можно выделить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих параметры пучков:

$$w_{x1}^3\frac{\partial^2 w_{x1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{x1}}{w_{y1}}-\alpha w_{x1}^4-\frac{32\mu_2 w_{x1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}},$$

$$w_{y1}^3\frac{\partial^2 w_{y1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{y1}}{w_{x1}}-\alpha w_{y1}^4-\frac{32\mu_2 w_{y1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}},$$

$$w_{x2}^3\frac{\partial^2 w_{x2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{x2}}{w_{y2}}-\alpha w_{x2}^4-\frac{32\mu_1 w_{x2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}},$$

$$w_{y2}^3\frac{\partial^2 w_{y2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{y2}}{w_{x2}}-\alpha w_{y2}^4-\frac{32\mu_1 w_{y2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}},$$

$$\frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \qquad \frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \quad (4)$$

где $\mu_i=\beta\, w_{xi0}w_{yi0}I_i/8$ – эффективная мощность первого (i = 1) и второго (i = 2) пучка; w_{xi0}, w_{yi0} – значение полуосей светового пятна эллиптического пучка на границе нелинейной среды z = 0. Система первых четырех обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка можно рассматривать как обобщение системы уравнений Ермакова, описывающих нелинейные связанные осцилляторы, на случай четырех уравнений [6].

Умножая первое и второе уравнения системы (4) на μ_1, а третье и четвертое уравнения на μ_2, дифференцируя их по z и складывая, получим соотношение

$$\frac{d^3A}{dz^3}+4\alpha\frac{dA}{dz}=0,$$

$$A = \mu_1\left(w_{x1}^2 + w_{y1}^2\right) + \mu_2\left(w_{x2}^2 + w_{y2}^2\right). \tag{5}$$

Общее решение уравнения (5), в случае однородной среды $(\alpha = 0)$, имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2 + w_{y1}^2\right) + \mu_2\left(w_{x2}^2 + w_{y2}^2\right) = C_2 z^2 + C_1 z + C_0. \tag{6а}$$

Для квадратично неоднородной среды ($\alpha \neq 0$) решение имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2 + w_{y1}^2\right) + \mu_2\left(w_{x2}^2 + w_{y2}^2\right) = S_2 \sin(2\sqrt{\alpha} z) + S_1 \cos(2\sqrt{\alpha} z) + S_0. \tag{6б}$$

Постоянные интегрирования C_2, C_1, C_0, S_2, S_1, S_0 находятся из граничных условий при $z = 0$ и системы уравнений (4). Для случая плоских фазовых фронтов на границе нелинейной среды ($\frac{1}{R_{x10}} = \frac{1}{R_{y10}} = \frac{1}{R_{x20}} = \frac{1}{R_{y20}}$) они равны:

$$C_0 = \mu_1\left(w_{x10}^2 + w_{y10}^2\right) + \mu_2\left(w_{x20}^2 + w_{y20}^2\right), \quad C_1 = 0,$$

$$C_2 = \frac{4\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2} + \frac{1}{w_{y10}^2}\right) + \frac{4\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2} + \frac{1}{w_{y20}^2}\right) - \frac{8\mu_1^2}{w_{x10} w_{yx10}} - \frac{8\mu_2^2}{w_{x20} w_{yx20}} -$$

$$- \frac{32\mu_1\mu_2}{\sqrt{\left(w_{x10}^2 + w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2 + w_{y20}^2\right)}},$$

$$S_0 = \mu_1\left(w_{x10}^2 + w_{y10}^2\right) + \mu_2\left(w_{x20}^2 + w_{y20}^2\right) - \frac{\mu_1}{\alpha k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2} + \frac{1}{w_{y10}^2}\right) - \frac{\mu_2}{\alpha k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2} + \frac{1}{w_{y20}^2}\right) +$$

$$+ \frac{2\mu_1^2}{\alpha w_{x10} w_{yx10}} + \frac{2\mu_2^2}{\alpha w_{x20} w_{yx20}} + \frac{16\mu_1\mu_2}{\alpha\sqrt{\left(w_{x10}^2 + w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2 + w_{y20}^2\right)}},$$

$$S_1 = \frac{\mu_1}{\alpha k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2} + \frac{1}{w_{y10}^2}\right) + \frac{\mu_2}{\alpha k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2} + \frac{1}{w_{y20}^2}\right) - \frac{2\mu_1^2}{\alpha w_{x10} w_{yx10}} - \frac{2\mu_2^2}{\alpha w_{x20} w_{yx20}} -$$

$$- \frac{16\mu_1\mu_2}{\alpha\sqrt{\left(w_{x10}^2 + w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2 + w_{y20}^2\right)}}, \quad S_2 = 0.$$

Результаты анализа

Численный счет системы уравнений (4) показывает, что поведение взаимодействующих пучков в нелинейной среде достаточно сложно. Размер взаимодействующих пучков может или одновременно возрастать, или уменьшаться. Как следует из формулы (8), в случае распространения двух эллиптических гауссовых пучков в нелинейной среде величина $2w_{эф}^2 = \mu_1\left(w_{x1}^2 + w_{y1}^2\right) + \mu_2\left(w_{x2}^2 + w_{y2}^2\right)$ изменяется в однородной среде по параболическому закону, а в квадратично неоднородной среде по гармоническому закону, аналогичному закону изменения радиуса светового пятна кругового пучка, распространяющегося в такой среде. Следовательно, при распространении двух эллиптических пучков, в среде с кубической нелинейностью, им можно поставить в соответствие эффективный круговой пучок. Полуоси эллипсов световых пятен пучков будут осциллировать около эффективного значения $w_{эф}$.

По типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить три режима распространения взаимодействующих пучков в однородной среде в зависимости от величины B, равной:

$$B = \frac{\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2}+\frac{1}{w_{y10}^2}\right)+\frac{\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2}+\frac{1}{w_{y20}^2}\right)-\frac{2\mu_1^2}{w_{x10}w_{yx10}}-\frac{2\mu_2^2}{w_{x20}w_{yx20}}-\frac{16\mu_1\mu_2}{\sqrt{\left(w_{x10}^2+w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2+w_{y20}^2\right)}}.$$

При $B < 0$ эффективный размер пучков $w_{эф}$ будет увеличиваться с ростом продольной координаты z. В случае $B = 0$ наблюдается квазиволноводный режим распространения, т. е. эффективный размер $w_{эф}$ не изменяется с изменением z, а размеры полуосей эллипса светового пятна будут испытывать периодические осцилляции. При $B < 0$ наблюдается схлопывание пучков в точку.

В неоднородной среде по типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить, в отличие от однородной среды, четыре режима распространения пучков. Причем, как и в однородной среде, схлопывания пучков наблюдаются при $B < 0$.

Из численных расчетов следует, что при большом отличии мощностей или поперечных размеров пучков влияние их друг на друга при распространении в нелинейной среде незначительно. При близком значении мощности пучков и их поперечных размеров нелинейное взаимодействие пучков существенно влияет на их геометрию и его необходимо учитывать при расчетах оптических устройств.

Литература

1. Lopes Lago, E. Copropagation of two waves of different frequencies and arbitrary initial polarization states in an isotropic Kerr medium / E. Lopes Lago, R. de Fuente // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60, № 1. – P. 549–558.
2. Berge, Luc. Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves / Luc. Berge // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 58, № 5. – P. 6606–6625.
3. Bang, O. Fusion, collapse, and stationary bound states of incoherently coupled waves in bulk cubic media / O. Bang, L. Berge // Phys. Rev. E. –V. 59, № 4. – P. 4600–4613.
4. Гончаренко, А. М. К теории взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в нелинейных средах / А. М. Гончаренко, П. С. Шаповалов // Докл. НАН Беларуси. – 2003. – Т. 22, № 2. – С. 323–325.
5. Гончаренко, А. М. Гауссовы пучки света / А. М. Гончаренко // Наука и техника. − 1977.
6. Шаповалов, П. С. Системы уравнений Ермолаева в нелинейных взаимодействиях гауссовых световых пучков / П. С. Шаповалов // Материалы науч. семинара по теорет. физике, посвящ. 100-летию со дня рождения Ф. И. Федорова, Гомель, 21–22 июня 2011 г. – Гомель, 2011. – С. 45–48.

Получено 11.02.2013 г.