Доклады Академии Наук СССР
1937. Том XV, № 8

ФИЗИКА

Н. АКУЛОВ

К ТЕОРИИ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛОВ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 17 IV 1937)

Согласно современным представлениям ферромагнитные кристаллы состоят из областей спонтанного намагничения (1). Структура этих областей до сих пор остается однако неясной.

Следующая простая модель «мозаичного» строения этих областей позволяет сделать очень серьезный сдвиг в построении теории температурной зависимости ферромагнитных явлений.

1. Каждая область спонтанного намагничения с результирующим спином J_t (на 1 см^3) разбивается в свою очередь на группу областей, имеющих момент J_0 (на 1 см^3) больший, чем J_t.

В первом приближении можно считать, что J_t равен насыщению при данной температуре, в то время как J_0 равен насыщению при абсолютном нуле.

2. Спины J_0 прецессируют вокруг J_t под различными углами ϑ_m, являющимися функциями температуры, таким образом

$$J_t = J_0 \sum W_m \cos \vartheta_m, \tag{1}$$

где W_m — вероятность прецессии под углом ϑ_m.

Пусть α есть некоторый параметр, характеризующий при абсолютном нуле какое-нибудь из электрических, или магнитных, или механических свойств металла (например электропроводность, энергия и т. п.) и зависящий от направления вектора спина J_0 по отношению к осям кристалла. Наша модель позволяет тогда найти значение этого параметра при любой температуре между абсолютным нулем и точкой Кюри.

Действительно, для этого нужно лишь:

1) усреднить значение α для всех положений, которые принимает вектор J_0 во время прецессии вокруг J_t под углом ϑ_m:

$$\alpha_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \alpha \, d\varphi, \tag{2}$$

где φ — угол между плоскостью, проходящей через J_0, J_t, и какой-нибудь неподвижной плоскостью, проходящей через J_t;

2) усреднить по всем значениям углов прецессии ϑ_m

$$\alpha_t = \sum W_m \overline{\alpha}_m, \tag{3}$$

или в тех случаях, когда ϑ изменяется непрерывно:

$$\alpha_t = \int_0^\pi \alpha \, dW. \tag{3'}$$

Что касается зависимости при абсолютном нуле таких величин, как электропроводность, коэффициент термоэлектродвижущей силы, магнитострикции и др. от направления J_0, то она дается законом анизотропии, найденным нами из теории решетки кристалла ([2]) и независимо из условий кристаллической симметрии ([3]):

$$\alpha = a_0 + a_1 \sum_i \sigma_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} \sigma_i \sigma_j g_i g_j \qquad (i = 1,\ 2,\ 3), \tag{4}$$

где σ_1, σ_2, σ_3 — косинусы, определяющие направление J_0, а g_1, g_2, g_3 — косинусы, определяющие направление градиента приложенного электрического потенциала или температурного спада $(T_1 - T_2)$.

Величины a_1 и a_2 (параметры анизотропии) относятся к абсолютному нулю и таким образом от температуры не зависят.

Произведя операцию усреднения по углу φ, найдем ([2]):

$$\overline{\alpha}_m = a_0' + \left(a_1 \sum_i s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} s_i s_j g_i g_j \right) P_2(\cos \vartheta_m), \tag{5}$$

где вместо σ_1, σ_2, σ_3 теперь стоят косинусы s_1, s_2, s_3, определяющие направление J_t, а общим множителем стоит второй полином Лежандра:

$$P_2(\cos \vartheta_m) = \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta_m - \frac{1}{2}.$$

Поскольку J_0 состоит из сравнительно большого числа параллельно расположенных спинов, вероятность W может быть определена с помощью классической статистики, т. е. можно взять формулы Ланжевена-Вейсса:

$$dW = \frac{\beta}{e^\beta - e^{-\beta}} e^{-\beta \cos \vartheta} \sin \vartheta \, d\vartheta, \tag{6}$$

где $\beta = \dfrac{3\theta}{T} \dfrac{J_t}{J_0}$.

Формулы (3) и (6) дают возможность найти среднее значение по всевозможным значениям угла прецессии любой величины. В частности для J_t согласно (1) будем иметь:

$$J_t = J_0 \frac{3}{e^{\beta} - e^{-\beta}} \int_0^{\pi} P_1(\cos\vartheta_m) \sin\vartheta \, d\vartheta, \tag{7}$$

где $P_1(\cos\vartheta) = \cos\vartheta$ есть первый полином Лежандра.

Аналогично для среднего значения α будем иметь согласно (5) и (3):

$$\alpha_t = \overline{a_0'} + \left(a_1 \sum s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum s_i s_j g_i g_j\right) \frac{\beta}{e^{\beta} - e^{-\beta}} \int_0^{\pi} P_2(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{8}$$

Сравнивая (7) и (8), мы видим, что нахождение величины насыщения требует усреднения первого полинома Лежандра, в то время как нахождение величины четных эффектов связано с усреднением $P_2(\cos\vartheta)$, т. е. второго полинома Лежандра.

Произведя интеграции, мы получим из (7) уравнение Вейсса для насыщения:

$$J_t = J_0 \left(\operatorname{ctg} h\beta - \frac{1}{\beta}\right), \tag{9}$$

а из (8) найдем следующее уравнение для четных эффектов:

$$\alpha_t = \overline{a_0'} + \left(a_1 \sum_i s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} s_i s_j g_i g_j\right) \left(1 + \frac{3}{\beta^2} - \frac{3}{\beta} \operatorname{ctg} h\beta\right). \tag{10}$$

После исключения $\operatorname{ctg} h\beta$ из (9) и (10) получается для α_t следующее общее выражение для температурной зависимости анизотропии четных эффектов:

$$\alpha_t = \overline{a_0'} + \left(1 - \frac{T}{\theta}\right) \left(a_1 \sum s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum s_i s_j g_i g_j\right). \tag{11}$$

Таким образом проблему нахождения закона анизотропии для любой температуры по заданному закону анизотропии для абсолютного нуля можно считать нормальной.

Уравнение (11) позволяет сделать ряд весьма важных выводов.

Зная α_t, можно найти величину четных эффектов (изменение электропроводности, термоэлектродвижущей силы, магнитострикции, механострикции, хода кривых намагничения и т. п.) для любой температуры. В частности в результате усреднения для всех возможных направлений вектора по отношению к осям кристалла мы найдем значения коэффициентов четных эффектов при намагничении кристалла до насыщения:

$$\overline{\alpha}_{t\infty} = \overline{\alpha}_{\infty 0} \left(1 - \frac{T}{\theta}\right). \tag{12}$$

Эта формула, применимая ко всем четным эффектам, показывает:

1. Изменение электропроводности (гальваномагнитный эффект), изменение формы металла (эффект Джоуля), а также изменение теплопроводности должны иметь одинаковые температурные характеристики, именно: во всем температурном интервале от абсолютного нуля до точки Кюри они должны быть пропорциональны $\theta - T$.

2. Изменение термоэлектродвижущей силы термопары при намагни-

чении (термомагнитный эффект) должно иметь отличную от гальваномагнитного эффекта характеристику.

Действительно, формула (12) в случае термомагнитного эффекта α_t даст изменение коэффициента термоэлектродвижущей силы в данной точке термопары. После интегрирования по T будем иметь для изменения термоэлектродвижущей силы всей термопары:

$$E = \int\limits_{T_1}^{T_2} \alpha_{0\infty} \left(1 - \frac{T}{\theta}\right) dT, \tag{13}$$

где T_1 и T_2—температуры спаев. Из (13) следует:

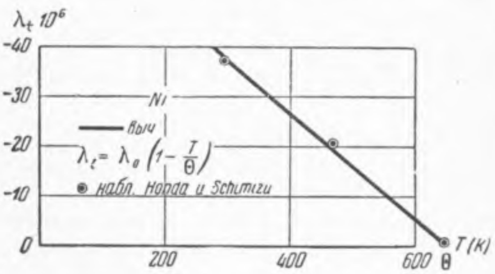
$$E = \frac{\alpha_{0\infty}}{\theta} [2\theta - (T_2 + T_1)] (T_2 - T_1). \tag{14}$$

Найденные закономерности (12) и (14) находятся для Ni в количественном согласии с результатами опытов, имеющихся в литературе, а также проведенных в последнее время в магнитной лаборатории Московского государственного университета. [Фиг. 1 — для магнитострикции ([4]) и фиг. 2 — для гальваномагнитного эффекта ([5])].

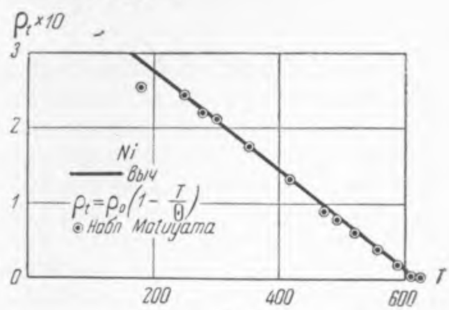
Что касается термомагнитного эффекта, то формула (14) с формулой, эмпирически установленной Broili ([6]) в 1932 г. на основе опытов для Fe и Ni:

$$E = C [2\theta - (T_2 + T_1)] (T_2 - T_1), \tag{15}$$

где C — постоянная, не зависящая от температуры.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Посмотрим теперь, что может дать рассмотренный метод для расчета температурной зависимости **энергии анизотропии** кристалла и **хода кривых намагничения**.

При абсолютном нуле имеем для энергии анизотропии:

$$U = U_0 + 2K_0 \sum_{i \neq j} \sigma_i^2 \sigma_j^2, \tag{16}$$

где K_0 — константа анизотропии при $T = 0$.

Проведя операцию усреднения по углу φ, получим:

$$\overline{U}_{tm} = U'_{0m} + 2K_0\Bigl(\sum_{i \neq j} s_i^2 s_j^2\Bigr) P_4(\cos\vartheta_m), \tag{17}$$

где $P_4(\cos\vartheta)$ есть четвертый полином Лежандра:

$$P_4(\cos\vartheta) = \frac{1}{8}(35\cos^4\vartheta - 30\cos^2\vartheta + 3).$$

Усредняя теперь $\overline{U}_{tm}$ по $\left(U_t = \int_0^\pi \overline{U}_{tm}\, dW\right)$, получим для энергии при данной температуре:

$$U_t = \overline{U}_{0m} + K_0\Bigl(\sum_{i \neq j} s_i^2 s_j^2\Bigr)\left[1 + \frac{45}{\beta^2} + \frac{105}{\beta^4} - \left(\frac{10}{\beta} + \frac{105}{\beta^3}\right)\operatorname{ctg} h\beta\right]. \tag{18}$$

При низких температурах, когда β велико (порядка 5 и выше), выражение, стоящее в квадратных скобках, стремится к $\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^{10}$, в то время как $\frac{J_t}{J_0}$ в этом случае дает $1 - \frac{1}{\beta}$. Таким образом при низких температурах

$$U_t = \text{const} + K_0\left(\frac{J_t}{J_0}\right)^{10} \sum s_i^2 s_j^2. \tag{19}$$

Аналогично для высоких температур найдем:

$$U_t = \text{const} + K_0\left(\frac{J_t}{J_0}\right)^{4} \sum s_i^2 s_j^2. \tag{20}$$

Эти закономерности находятся в количественном согласии с результатами опытов Титова (7) и Киренского для хода кривых намагничения как параллельной, так и нормальной составляющих.

В частности они позволяют рассчитать ход кривых намагничения в зависимости от температуры (как параллельную, так и нормальную составляющую), а также работу намагничения как монокристаллов, так и поликристаллов.

Таким образом мы видим, что данный метод позволяет вывести закономерности для температурной зависимости всех важнейших ферромагнитных свойств металла, именно:

1. Ход кривых намагничения кристаллов (параллельная и нормальная составляющая).
2. Магнитострикции.
3. Механострикции.
4. ΔE-эффекта.
5. Влияния натяжений на ход кривых намагничения.
6. Эффекта Томсона-Нернста.
7. Гальваномагнитного эффекта и др.

В заключение следует отметить, что данный здесь метод позволяет доказать также справедливость принципа эквивалентности, введенного нами в одной из предыдущих работ для случая низких температур.

Магнитная лаборатория.
Физический институт.
Московский государственный университет.

Поступило
17 IV 1937.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] P. Weiss, Journ. de Phys., (4), **6**, 601 (1907); J. Dorfman u. J. Frenkel, ZS. f. Phys., **49**, 31 (1928); W. Heisenberg, ZS. f. Phys., **49**, 619 (1928), **69**, 297 (1931); R. H. Fowler a. P. L. Kapitza, Proc. Roy. Soc., **124**, 1 (1929); E. Stoner, Phil. Mag., **10**, 27 (1930); R. Becker, ZS. f. Phys., **62**, 253 (1930); Phys. ZS., **33**, 905 (1932); K. Sixtus a. L. Tonks, Phys. Rev., **37**, 930 (1931); N. Akulov, ZS. f. Phys., **52**, 389 (1928), **67**, 794 (1931), **69**, 78 (1931). [2] N. Akulov, ZS. f. Phys., **52**, 389 (1928). [3] N. Akulov, ZS. f. Phys., **87**, 768 (1934). [4] Honda a. Schimizu, см. Int. crit. tables. [5] Matuyama, Sciences Rep. of Tôhoku Univ. (1936). [6] H. Broili, Ann. d. Phys., **14**, 259 (1932). [7] E. Titow, Phys. ZS. d. Sow. Un., **10**, 337 (1936). [8] N. Akulov, ZS. f. Phys., **100**, 197 (1936).