



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика и электротехника»

**ФИЗИКА.
МЕХАНИКА: Кейс-задания**

**ПРАКТИКУМ
для студентов всех специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2023

УДК 53+531(075.8)
ББК 22.3я73
Ф50

*Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 9 от 24.05.2022 г.)*

Составители: *П. А. Хило, М. А. Ревенок*

Рецензент: доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. физ.-мат. наук, доц. *Е. З. Авакян*

Физика. Механика: Кейс-задания : практикум для студентов всех специальностей днев. и заоч. форм обучения / сост.: П. А. Хило, М. А. Ревенок. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2023. – 28 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит краткие теоретические сведения и 52 кейс-задания по разделу «Механика». Для студентов всех специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 53+531(075.8)
ББК 22.3я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2023

ВВЕДЕНИЕ

Создание заинтересованного отношения к учению, остаётся актуальной проблемой на сегодняшний день. От решения этой проблемы в значительной степени зависит эффективность учебного процесса, поскольку интерес является важным мотивом познавательной деятельности, и, одновременно, основным средством ее оптимизации. Только наличие познавательного интереса у студентов позволит им развиваться в таком сложном для понимания и изучения предмете как физика. В методической литературе представлены разные пути формирования познавательного интереса, одним из которых является применение кейс-технологий в обучении (от англ. «case» – случай). Эта техника обучения, основанная на описании реальных или же приближенных к реальным ситуаций, которые студенты должны исследовать, и выбрать возможные наилучшие пути решения.

В пособии рассмотрены структурированные мини-кейсы (highly structured case) – короткое и точное изложение задачи с конкретными цифрами и данными. Они предназначены для оценки знания и/или умения использовать одну формулу (несколько формул), навыки, методику в определенной области физики.

1. Физические основы механики

1.1. Кинематика поступательного движения

В кинематике движение тел рассматривается формально, без объяснения причин, вызывающих движение.

Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени. Для описания положения тела в пространстве используется система отсчета. Она состоит из тела отсчета и системы координат. Обычно используется прямоугольная декартова система координат, состоящая из взаимно перпендикулярных осей OX , OY и OZ . Различают правую и левую систему координат. Для правой системы, которая чаще используется, если смотреть с оси OZ , переход от OX к OY происходит против часовой стрелки. Задания положения точки в пространстве в декартовой системе координат происходит указанием группы из трех чисел, x , y , z .

Положение материальной точки относительно какой-либо системы отсчета в произвольный момент времени t определяется радиусом-вектором $\vec{r} = \vec{r}(t)$, который проводится из начала координат в заданную точку пространства. Связь радиус-вектора с координатами точки выражается формулой:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (1)$$

где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – единичные орты, направленные вдоль соответствующих осей OX , OY и OZ (рис. 1).

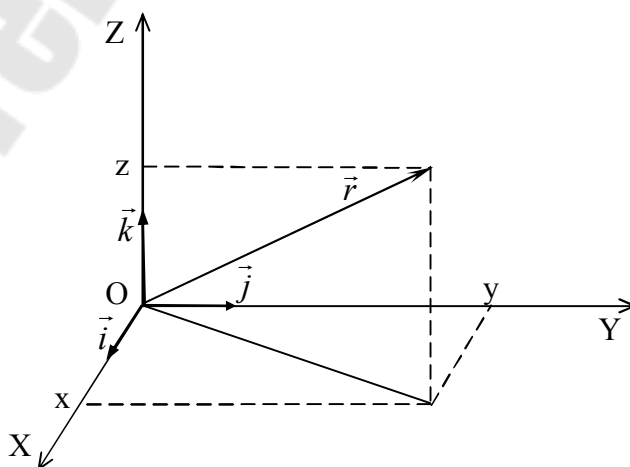


Рис. 1

Длина радиус-вектора (модуль) равна: $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Для характеристики движения используется величина: скорость движения – путь (перемещение), пройденный телом за единицу времени. Если скорость движения тела меняется с течением времени, удобнее использовать мгновенную скорость движения – скорость пути (перемещения) тела в данный момент времени. Мгновенная скорость тела находится по формулам:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}, \quad (2)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (3)$$

Здесь ΔS и $\Delta \vec{r}$ – приращение пути и перемещения соответственно за время Δt , $\frac{df}{dt}$ – означает знак производной функции f по времени.

Формула (2) – мгновенная скорость пути, (3) – мгновенная скорость перемещения.

Если $\Delta \vec{r}$ при предельном переходе сливается с касательной к траектории, то скорость направлена по касательной к траектории (рис. 2).

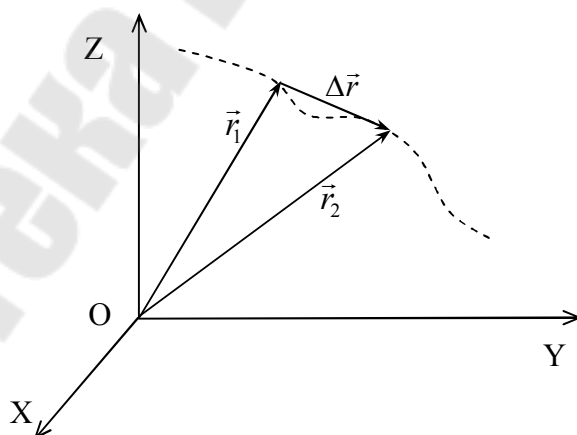


Рис. 2

Вектор скорости перемещения можно представить в следующем виде:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}, \quad (4)$$

где $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$, $v_z = dz/dt$ – скорости тела вдоль соответствующих координат x , y , z . Модуль скорости тела равен:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Если движение происходит с постоянной скоростью, то говорят, что движение является равномерным. Равномерное движение является прямолинейным. Путь, в этом случае, можно найти по формуле:

$$S = vt. \quad (5)$$

Величина ускорения движения тела – быстрота изменения вектора скорости тела со временем.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (6)$$

Модуль ускорения тела равен:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Если движение осуществляется с постоянным ускорением, то говорят, что движение является равноускоренным. Равноускоренное движение происходит по прямой линии.

Для нахождения скорости равноускоренного движения воспользуемся соотношением $dv = a dt$, интегрируя которое получим:

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt, \quad v - v_0 = at \quad \text{или} \quad v = v_0 + at \quad (7)$$

Здесь v_0 – скорость тела в момент времени $t = 0$.

Представив скорость в виде $dS = v dt = (v_0 + at) dt$, и проинтегрировав, имеем:

$$\int_0^S dS = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t dt \quad (8)$$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (9)$$

Выражения (9) – основное кинематическое уравнение равноускоренного движения. Если в уравнении (9) $a < 0$, то говорят, что движение является равнозамедленным. Наиболее часто равноускоренное движение тел встречается при свободном падении тел без учета сопротивления воздуха ($a = g = 9,8 \text{ м/с}^2$).

В случае произвольного движения тела кинематическое уравнение движения для вектора перемещения \vec{r} имеет вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \int_0^t \int_0^t \vec{a} dt dt \quad (10)$$

Здесь \vec{r}_0 – радиус-вектор начального положения тела при $t = 0$.

1.2. Кинематика вращательного движения

Ускорение, которое определяет только быстроту изменения величины скорости, и направленное вдоль вектора скорости называется тангенциальным ускорением:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \quad (11)$$

При равномерном движении тела по траектории ($v = \text{const}$) $a_\tau = 0$.

Ускорение, которое определяет только быстроту изменения направления скорости, называется нормальным ускорением. Бесконечно малое изменение вектора скорости будет направлено по радиусу к центру кривизны, так как треугольник скоростей будет равнобедренным и угол при вершине в пределе стремиться к нулю. Поэтому нормальное ускорение перпендикулярно к направлению вектора скорости. Модуль нормального ускорения равен:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (12)$$

где R – радиус кривизны траектории, ω – угловая скорость движения тела.

Модуль полного ускорения точки, движущейся по криволинейной траектории (рис. 3), согласно теореме Пифагора, равен:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (13)$$

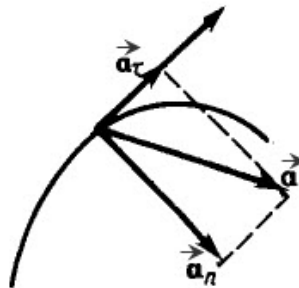


Рис. 3

При вращательном движении выражение вида $\varphi = f(t)$ называется кинематическим уравнением вращения.

Угловая скорость тела есть производная от угла поворота по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (14)$$

Угловое ускорение тела есть производная от угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (15)$$

В случае равномерного вращательного ($\vec{\omega} = const$) движения выполняются соотношения

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \omega = 2\pi\nu,$$

где T – период обращения; ν – частота вращения.

В случае равнопеременного вращательного движения ($\vec{\varepsilon} = const$)

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t, \\ \varphi &= \omega_0 \cdot t \pm \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \end{aligned}$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами выражается формулами:

– линейный путь, пройденный точкой:

$$dS = R d\varphi; \quad (16)$$

где $d\varphi$ – угловой путь точки; R – радиус вращения точки;

– линейная скорость точки:

$$v = \omega R; \quad (17)$$

– тангенциальное ускорение точки:

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad (18)$$

– нормальное ускорение точки:

$$a_n = \omega^2 R \quad (19)$$

– модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^2 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}. \quad (20)$$

1.3. Динамика материальной точки

Уравнение движения материальной точки массой m имеет вид

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (21)$$

где \vec{v} – скорость точки; $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующая на точку со стороны окружающих тел.

Произведение массы точки на ее скорость – импульс точки.

Тогда

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс точки.

Если $\vec{F} = 0$, то $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ или $\vec{p} = const$ – закон сохранения импульса.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

Запишем закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u} \quad (22)$$

Тогда скорость тел после соударений равна:

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (23)$$

Абсолютно упругий удар – удар, при котором тела полностью восстанавливают геометрические размеры и форму, а полная механическая энергия системы не изменяется.

Для абсолютно упругого удара выполняется закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

$$\begin{aligned} \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} &= \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}, \\ m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 &= m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2. \end{aligned} \quad (24)$$

Решая совместно систему уравнений (25), найдём:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Пусть на тело действует сила \vec{F} , тогда элементарная работа dA по перемещению тела на малую величину $d\vec{r}$ равна скалярному произведению этих векторов:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F dr \cos \alpha.$$

Здесь α – угол между направлением действия силы \vec{F} и перемещением тела $d\vec{r}$.

Работа переменной силы:
$$A = \int_1^2 F dr.$$

Работа, совершаемая внешними силами, действующими на тело, и изменение его кинетической энергии связаны соотношением:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{к2} - E_{к1} = \Delta E_{к} \quad (25)$$

Работа, совершаемая внешними силами, действующими на тело, и его потенциальная энергия связаны соотношением:

$$A = -\Delta E_n = E_{n1} - E_{n2}. \quad (26)$$

Потенциальная энергия упругих сил имеет вид:

$$E_n = \frac{kx^2}{2},$$

где k – жесткость пружины; x – величина абсолютной деформации.

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h :

$$E_n = mgh, \text{ если при } h = 0 \text{ } E_n = 0.$$

Кинетическая энергия – энергия движения тела равная половине произведения массы тела m на квадрат его скорости \mathcal{V} :

$$E_{к} = \frac{mv^2}{2}$$

1.4. Динамика вращательного движения

При вращательном движении все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой называемой осью вращения. Для получения вращения к телу нужно приложить силу, эффект которой определяется величиной силы и ее точкой приложения относительно оси вращения. Параметр, характеризующий силу, называется моментом силы. Моментом силы относительно точки O

является вектор равный векторному произведению вектора проведенного из точки O к точке приложения силы \vec{r} на вектор силы \vec{F} , т.е.:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \quad (27)$$

Моментом импульса \vec{L} материальной точки относительно неподвижной точки O называется векторное произведение вектора \vec{r} проведенного из точки O материальной точки на вектор импульса этой материальной точки (рис. 4), т. е.

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{u}] \quad (28)$$

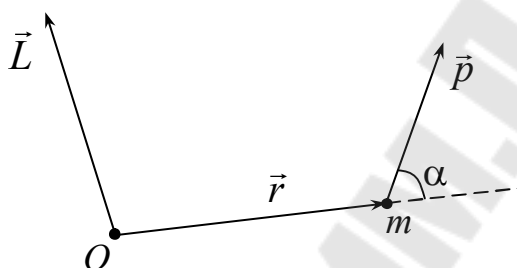


Рис. 4

Модули момента силы и момента импульса соответственно равны:

$$M = Fr \sin \alpha, \quad L = rp \sin \alpha = rmu \sin \alpha \quad (29)$$

где α – угол между направлением действия силы (импульса) и радиус-вектором \vec{r} , проведенным от центра вращения к точке приложения силы (импульса).

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (30)$$

Уравнение (30) называется уравнением динамики вращательного движения или уравнением моментов: производная по времени от момента импульса механической системы относительно неподвижной точки равна моменту всех внешних сил, действующих на систему, относительно той же точки.

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения называется произведение массы материальной точки m на квадрат расстояния до оси r :

$$J = mr^2 \quad (31)$$

Момент инерции системы материальных точек относительно некоторой оси вращения равен:

$$J = \sum_i m_i r_i^2, \quad (32)$$

где m_i – масса i -той материальной точки, r_i – расстояния от i -той точки до оси вращения.

Момент инерции твердого тела относительно оси вращения находится с помощью интеграла:

$$J = \int_{(m)} r^2 dm = \int_{(V)} \rho r^2 dV. \quad (33)$$

Интегрирование производится по всему объему тела V .

Моменты инерции некоторых тел представлены в таблице.

Моменты инерции некоторых тел

Форма тела	Положение оси	Момент инерции
Тонкое кольцо, обруч радиусом R	Перпендикулярно оси симметрии	$J = mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$J = \frac{1}{2} mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось, лежащая на образующей	$J = \frac{3}{2} mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$J = \frac{1}{12} ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$J = \frac{1}{3} ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$J = \frac{2}{5} mR^2$
Шар радиусом R	Ось лежит на поверхности шара	$J = \frac{7}{5} mR^2$

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется по теореме Штейнера:

момент инерции тела J_O относительно произвольной оси вращения O равен сумме момента инерции этого тела относительно параллельной ей оси проходящей через центр масс J_C и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями, т.е.:

$$J_O = J_C + md^2,$$

где J_O – искомый момент инерции относительно параллельной оси, J_C – известный момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела, m – масса тела, d – расстояние между указанными осями.

Из закона динамики вращательного движения следует, что если момент внешних сил действующую на механическую систему равен нулю $\vec{M} = 0$, то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \text{ и } \vec{L} = const. \quad (34)$$

Выражения (34) есть математическая запись закона сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы относительно неподвижной точки не изменяется с течением времени.

Кинетическую энергию вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$E_{\text{вращ}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i u_i^2}{2}. \quad (35)$$

Подставляя в уравнение для угловой скорости, получим:

$$E_{\text{вращ}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right). \quad (36)$$

Учитывая, что выражение, стоящее в скобках согласно формуле (32), равно моменту инерции тела, получим, что кинетическая энергия вращающегося тела равна:

$$E_{\text{вращ}} = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (37)$$

Формула (37) справедлива для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В случае плоского движения тела, например, цилиндра скатывающегося с наклонной плоскости без скольжения, энергия движения

складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$E = \frac{m u_C^2}{2} + \frac{J_C \omega^2}{2}, \quad (38)$$

где m – масса катящегося тела; u_C – скорость центра масс тела; J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр его масс; ω – угловая скорость тела.

2. Кейс-задания

1. Через открытое окно в комнату влетел жук. Расстояние от насекомого до потолка менялось со скоростью 1 м/с, расстояние до стены, противоположной окну, менялось со скоростью 2 м/с, до боковой стены – со скоростью 2 м/с. Через $\tau = 1$ с полета жук попал в угол между потолком и боковой стеной комнаты. Можно ли определить скорость полета жука и координаты отверстия в окне, через которое он влетел в комнату. Высота комнаты 2,5 м, ширина 4 м, длина 4 м (рис.1).

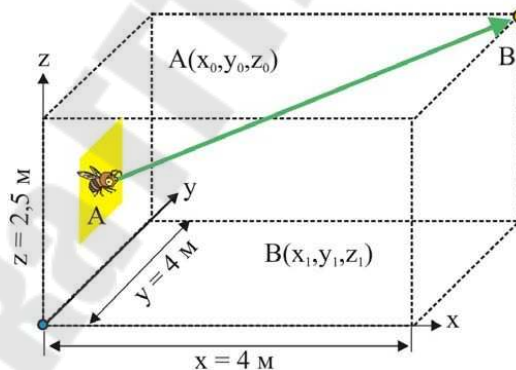


Рис. 1.

2. По прямому шоссе движется микроавтобус с постоянной скоростью u . Представьте, что вы заметили транспортное средство, когда то находилось в некоторой точке А. Из какой области около шоссе вы можете догнать этот автомобиль, если скорость вашего бега $v < u$?

Нарисуйте эту область для скорости автобуса $u = \frac{v}{2}$ (см. рис. 2).

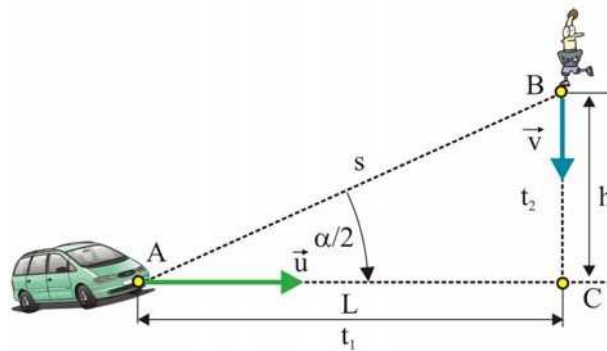


Рис. 2.

3. Нормальное ускорение частицы постоянно по модулю. Что можно сказать о форме траектории этой частицы в случаях, когда проекция тангенциального ускорения на направление движения: а) равна нулю; б) отрицательная; в) положительная?

4. Спортсмены бегут колонной длины L со скоростью U . Навстречу бежит тренер со скоростью $u < U$. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью U . Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

5. Два стержня пересекаются под углом 2α и движутся с равными скоростями U перпендикулярно самим себе. Какова скорость движения точки пересечения стержней?

6. Сосулька падает без сопротивления с крыши дома, пролетая первую половину пути за время $t_1 = 1$ с. Сколько времени ей осталось лететь до поверхности земли? Сравните скорости сосульки при прохождении первой половину пути и в момент падения на землю.

7. Оцените параметры стрельбы из одного и того же орудия на Земле и на Луне?

8. Звуковая волна удаляется от источника звука с постоянной скоростью. В воздухе скорость звука равна 330 м/с. Докажите, что гром, который длится более четырёх секунд, образован молнией длиной которой больше километра.

9. Путь длиной 120 км автобус проходит за $2,5$ часа. На пути тридцать одинаковых остановок. Между остановками автобус движется со скоростью 60 км/час. Определите продолжительность каждой остановки.

10. Число автолюбителей, перегоняющих пешехода, в $1,2$ раза меньше числа встречных автомобилей, хотя автомобили двигаются

по трассе одинаково в обоих направлениях со скоростью 65 км/час. С какой скоростью движется пешеход?

11. Частицу бросают под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В какой точке траектории угол между вектором начальной скорости и вектором текущей скорости будет максимальным. Какова величина этого угла?

12. Поезд двигался U равноускорено от станции в течении времени τ_1 с ускорением a , а затем равнозамедленно в течении времени τ_2 вплоть до полной остановки. На каком расстоянии от станции остановился поезд?

13. Спортсмен может пробежать первую половину дистанции с ускорением a , а вторую – с $2a$. Это же он может сделать наоборот: первую половину дистанции пробежать с ускорением $2a$, а вторую – с a . В каком случае он пробежит дистанцию быстрее?

14. Тело в течении времени τ двигалось с ускорением a_1 , а затем равнозамедленно с ускорением a_2 вплоть до остановки. Какое расстояние прошло тело, если вначале оно: а) было неподвижно? б) имело скорость U ?

15. Фронтовой бомбардировщик пикирует по прямой, составляющий угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. В целях безопасности экипажа бомбы должны покидать самолёт на минимальной высоте полёта 1000м. На каком расстоянии от цели необходимо начать бомбометание при скорости пикирования 850 км/час? (см. рис. 3).

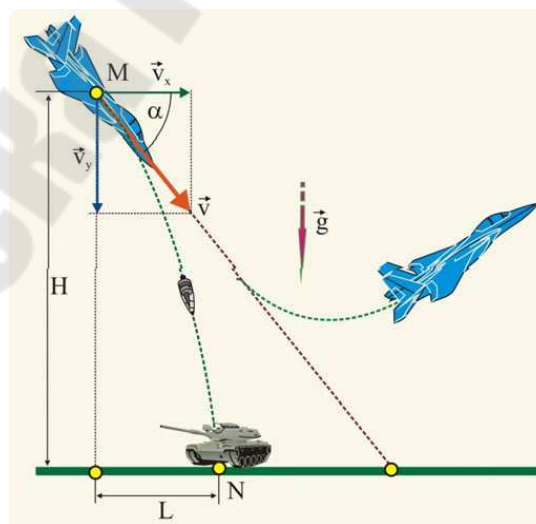


Рис. 3

16. Два корабля идут встречным курсом с одинаковой скоростью U . Дым от одного корабля остаётся под углом α , а от другого – под углом β к их общей трассе.

Определите скорость ветра над морем. Решите задачу в случае, если скорость первого корабля U_1 , а второго U_2 .

17. Ракета, запущенная вертикально, достигла максимальной высоты $H = 192$ км. Во время работы двигателя ускорение ракеты $a = 2 \text{ м/с}^2$. Сколько времени работал двигатель?

18. Сферический резервуар, стоящий на поверхности земли имеет радиус R . При какой минимальной скорости, брошенный с поверхности камень, перелетит резервуар, только коснувшись его вершины (рис.4). Сопротивление движению со стороны воздуха отсутствует.

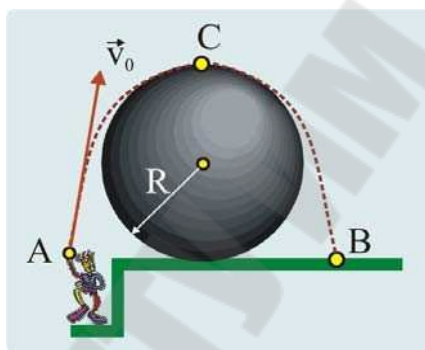


Рис. 4

19. Мальчик перебегает дорогу перед автомобилем, спотыкается и падает на дорогу перед автомобилем на расстоянии $S = 100$ м. Успеет ли водитель остановить автомобиль, если время его реакции (до нажатия на тормоз) $t = 0,5$ с, скорость автомобиля $U = 90$ км/ч, а модуль ускорения 10 м/с^2 ?

20. Первую половину времени тело движется со скоростью $U_1 = 20 \text{ м/с}$ под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к заданному направлению, а вторую половину времени – под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к том уже направлению со скоростью $U_2 = 40 \text{ м/с}$. Найдите среднюю скорость движения U_{cp} . Какова среднепутевая скорость движения?

21. Тело совершает два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $U_1 = 20 \text{ м/с}$ под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к направлению оси Ox и $U_2 = 40 \text{ м/с}$ под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к тому же на-

правлению. Найдите среднюю скорость движения U_{cp} . Какова сред-
непутевая скорость движения?

22. Между сдвоенными шинами грузового автомобиля застрял камень на расстоянии $0,8R$ от центра колеса радиусом $R = 1$ м. При скорости автомобиля 72 км/час камень покидает колесо (рис.5). На каком минимальном расстоянии от грузовика должен двигаться легковой автомобиль, чтобы в него камень не попал?

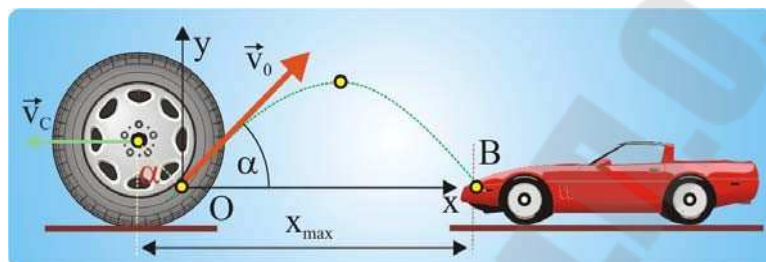


Рис. 5.

23. На обледеневшем участке шоссе, что не является большой редкостью, коэффициент трения между колесами и дорогой в десять раз меньше, чем на не обледеневшем (см. рис. 6). Во сколько раз нужно уменьшить скорость автомобиля, чтобы тормозной путь на обледеневшем участке шоссе остался прежним?

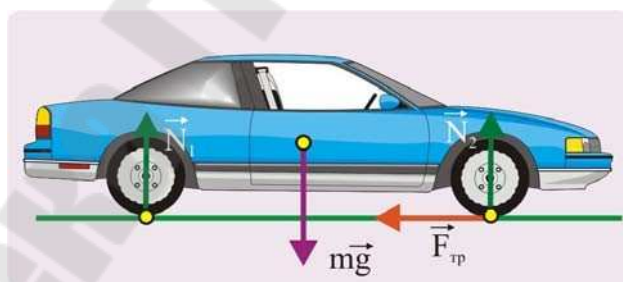


Рис. 6.

24. Парашютист массой $m = 100$ кг производит затяжной прыжок с нулевой начальной скоростью относительно самолёта. Определите закон изменения его скорости от начала прыжка и до раскрытия парашюта, считая, что сила сопротивления со стороны воздуха пропорциональна скорости в первой степени: $F_c = kv$, где $k = 20$ кг/с.

25. Космический корабль должен, изменив курс, двигаться с прежним по модулю импульсом p под углом α к первоначальному

направлению (рис. 7). На какое наименьшее время нужно включить двигатель с силой тяги F ?

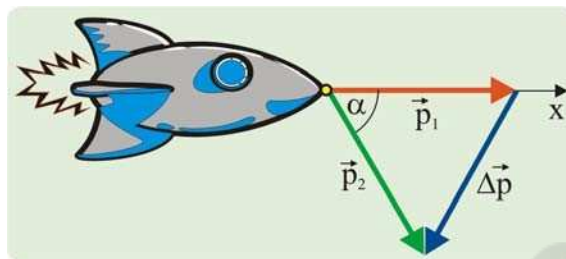


Рис. 7.

26. Деревянный шар массой $M = 1$ кг лежит на штативе, верхняя часть которого выполнена в виде кольца. Снизу в шар попадает вертикально летящая пуля массой $m = 10$ г. В момент прохождения через шар пули его центр масс поднимается на высоту $\Delta x = 0,1$ м. На какую высоту поднимется пуля над кольцом, если её скорость перед проникновением в шар была равна $U = 200$ м/с?

27. На гладком полу стоит сосуд, заполненный водой плотности ρ_0 ; объем воды V_0 . Оказавшийся на дне сосуда жук объема V плотности ρ через некоторое время начинает ползти по дну сосуда со скоростью u относительно него. С какой скоростью станет двигаться сосуд по полу? Массой сосуда пренебречь, уровень воды все время остается горизонтальным (рис. 8).

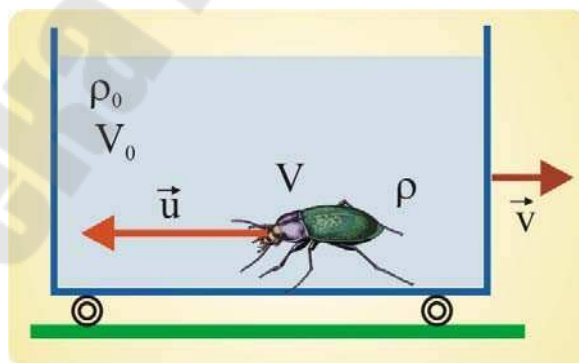


Рис. 8.

28. Две спортивные лодки массами $M_1 = 500$ кг и $M_2 = 1000$ кг, в каждой из которых находится груз массой $m = 100$ кг следуют встречными параллельными курсами со скоростями $U_1 = 3$ м/с и $U_2 =$

6 м/с. Когда лодки находятся напротив друг друга, с каждой лодки во встречную перебрасывают груз массой m . Определите, с какой скоростью после этого станут двигаться лодки (рис. 9).

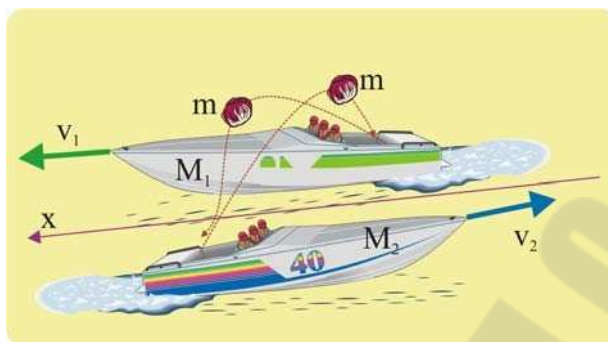


Рис. 9.

29. Хоккейная шайба массой $m_1 = 0,2$ кг отправлена в полёт силой $F = 50$ Н, направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Действие силы продолжалось $\Delta t = 0,06$ с. В конце полёта, на поверхности льда шайба попадает в комок снега массой $m_2 = 1$ кг и начинает скользить с ним по льду. Определите величину и время полного перемещения шайбы по воздуху и по льду до полной её остановки, если коэффициент трения при движении по льду равен $\mu = 0,1$. Сопротивление воздуха не учитывать.

30. Начинаящий судоводитель массой $m = 70$ кг прыгает с кормы яхты массой $M = 150$ кг с относительной скоростью $v = 5$ м/с, направленной под углом 45° к горизонту. Определите, долетит ли юный мореход до края пирса, если до него в момент прыжка было $L = 2$ м? (см. рис. 10)

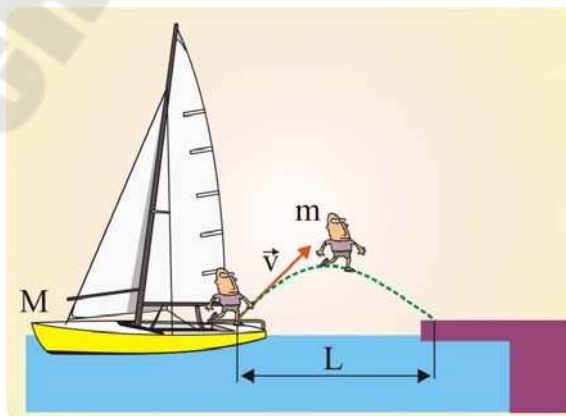


Рис. 10.

31. Лягушка массой $m = 0,1$ кг сидит на краю доски массой $M = 1$ кг длиной $L = 2$ м. Доска плавает в воде. Будучи безумно хитрой, лягушка прыгает под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту вдоль доски с начальной скоростью $U = 4$ м/с. Определите, на какое расстояние нужно прыгнуть лягушке, чтобы попасть на противоположный край доски. Определите скорость, которую имела доска в момент падения лягушки. Сила сопротивления движению доски в воде постоянна и пропорциональна скорости: $R = ku$, где $k = 1$ кг/с (рис. 11).

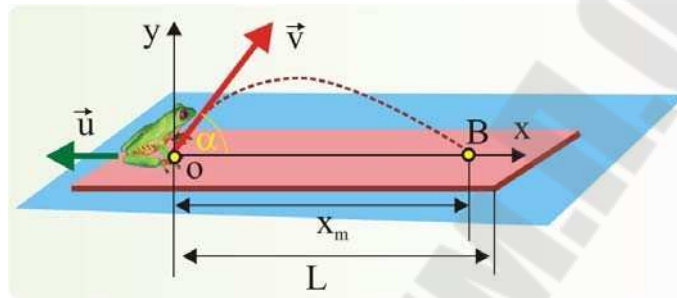


Рис. 11.

32. На каком минимальном расстоянии от места закругления склона должна располагаться стартовая площадка лыжников, чтобы они, достигнув закругления, начали свободный полет? Угол склона α , радиус его закругления R , коэффициент трения между лыжами и снегом $\mu < \operatorname{tg}\alpha$. Стартовой скоростью лыжников пренебречь (рис. 12).

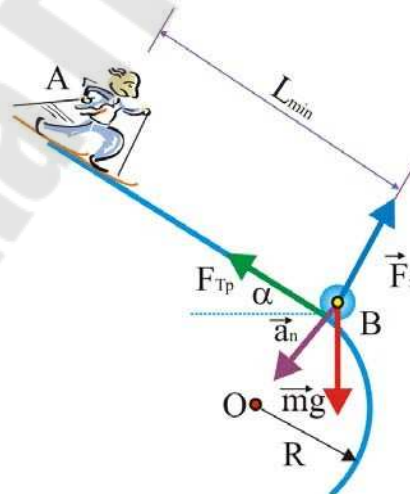


Рис. 12.

33. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге. Какую наименьшую скорость U он должен развить, чтобы, выключив мотор,

проехать по треку, имеющему форму «мертвой петли» радиусом $R = 4$ м? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

34. Человек стоит на скамье Жуковского Н.Е. (круглая, горизонтальная, вращающаяся вокруг вертикальной оси, платформа) и ловит рукой, летящий горизонтально со скоростью $v = 20$ м/с, мяч массой $m = 0,4$ кг. Полёт мяча проходит на расстоянии $r = 0,8$ м от оси вращения скамьи. Определите, с какой угловой скоростью станет вращаться скамья с человеком, если суммарный момент инерции скамьи и человека относительно оси вращения известен $J_z = 6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (рис. 13).

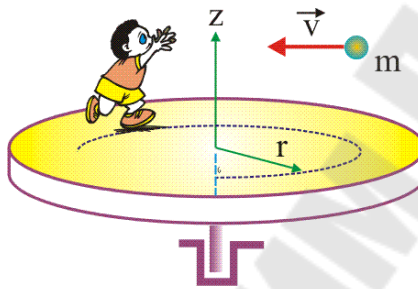


Рис. 13

35. Два человека стоят на расстоянии h_1 и h_2 от стенки и l – друг от друга. Один из них сказал слово, другой услышал конец слова, совпавшее с началом эха этого же слова. Скорость звука c . Определите длительность звучания слова.

36. Две стенки образуют угол α . Под каким углом к одной из стенок должен влететь шарик, чтобы вылететь по траектории влёта после трёх ударов о стенки? После пяти ударов? После $2n + 1$ ударов? Движение шарика происходит в плоскости, перпендикулярной стенкам. При упругом ударе угол падения шара равен углу отражения.

37. а) Из одной и той же точки вертикально вверх с интервалом времени τ выброшены два шарика скоростью v . Через какое время после вылета второго шарика они столкнутся?

б) С какой скоростью нужно выбросить второй шарик в задаче а), чтобы столкновения не произошло?

38. Нарисуйте график зависимости от времени скорости теннисного шарика, подпрыгивающего в поле тяжести над упругой горизонтальной плоскостью. Шарик отпускают без начальной скорости с высоты 1 м.

39. Мальчик начал раздувать воздушный шарик и через время t его радиус стал R . С какой скоростью в этот момент времени двигалась поверхность шарика, если считать, что шарик раздувался равномерно?

40. Дым из выхлопной трубы автомобиля, который движется со скоростью U по просёлочной дороге, стелется под углом α к ней, а дым от костра – под углом β . Определите скорость ветра.

41. На краю горизонтальной арены, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м и массой $m_1 = 240$ кг, стоит воин массой $m_2 = 80$ кг. Арена может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через её центр. Пренебрегая сопротивлением, определите, с какой угловой скоростью будет двигаться арена, если воин побежит по краю платформы со скоростью $U = 10$ м/с относительно платформы (рис. 14).

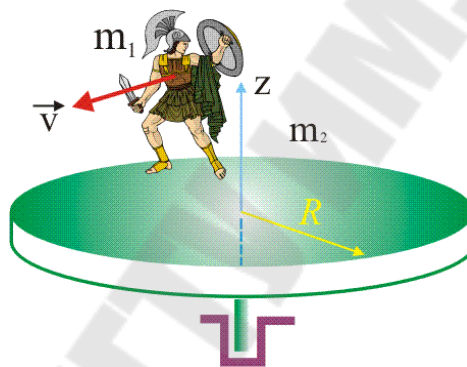


Рис. 14

42. Из брандспойта (шланг с металлическим наконечником), расположенного около поверхности земли, вырывается струя воды со скоростью $U = 10$ м/с. Брандспойт медленно вращается вокруг вертикальной оси. Одновременно с этим случайным образом меняется угол его наклона к земле. Определите максимальную площадь S_{\max} , которую можно полить этим брандспойтом

43. Сплошной диск катится без скольжения по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью U . а) Докажите, что линейная скорость вращения относительно центра O любой точки диска, лежащей на его ободе, равна скорости поступательного движения диска U . б) Определите величину и направление скоростей точек A , B , C и D , лежащих на ободе диска, относительно неподвижного наблюдателя в тот момент, когда эти точки занимают показанное на рисунке положение. в) Какие точки диска имеют относительно непод-

вижного наблюдателя ту же по абсолютной величине скорость, что и центр диска (рис. 15).

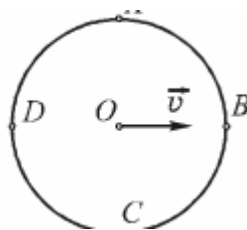


Рис. 15

44. Моменты инерции некоего тела относительно трёх осей, проходящих через точки A , B , C и перпендикулярных плоскости рисунка, равны между собой. Точки A , B , C не лежат на одной прямой. Определите посредством геометрических построений положение оси, проходящей через центр масс и параллельной указанным осям.

45. Имеются две механические системы, представляющие собой: в одном случае груз массы M , закреплённый на вертикальной оси z посредством невесомого стержня длины L ; в другом – к вертикальной оси прикреплён горизонтально расположенный стержень массы M и длины L . Оба устройства вращаются вокруг оси z с одинаковой угловой скоростью ω . Сравните: 1) моменты инерции груза и стержня относительно оси z ; 2) моменты импульсов; 3) кинетические энергии

46. Сплошной стальной цилиндр радиусом $R = 0,1$ м и высотой $h = 0,5$ м вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с вокруг вертикальной оси z , проходящей через одну из образующих цилиндра. Какие физические величины можно определить для этого цилиндра? Определите их численные значения. Как относятся скорости центра масс цилиндра, скатывающегося без проскальзывания, в нижней точке наклонной плоскости к его скорости в этой же точке в случае «чистого» скольжения. Движение в обоих случаях начинается без начальной скорости с одинаковой высоты h .

47. Два подобных маховика изготовлены из одинакового материала, причём линейные размеры первого в два раза больше, чем второго. Определите отношение их кинетических энергий для случая вращения вокруг неподвижной оси с одинаковой угловой скоростью.

48. Катушку с нитками, расположенную на горизонтальной поверхности пытаются привести в движение, последовательно прикладывая к нити силы разного направления F_1 , F_2 и F_3 . Модули сил оди-

наковы. Объясните, как станет двигаться катушка в каждом эксперименте (рис. 16).

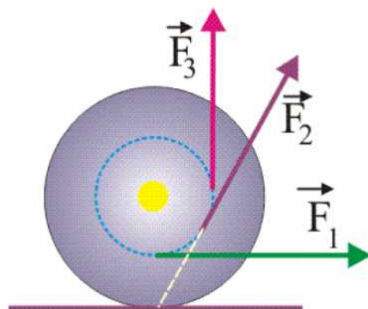


Рис. 16

49. Капля жидкости массой m первоначально находилась на одном из концов тонкого стержня длины L , а затем растеклась равномерно по всему стержню. Как изменился при этом момент инерции жидкости относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину C .

50. Книга массой $M = 1,2$ кг имеет размеры: $c = 3$ см, $a = 17$ см, $b = 25$ см. Определите отношение моментов инерции этой книги относительно осей декартовой системы координат, начало которой совпадает с центром масс книги.

51. Сравните момент импульса нашей планеты Земля в её су-

точном и годовом циклах движения, полагая радиус Земли $R_1 \cong 6400$

км, массу планеты $M \cong 6 \cdot 10^{24}$ кг, среднее расстояние от Земли до

Солнца $R_2 \cong 1,5 \cdot 10^{11}$ м.

52. Физический маятник в виде стержня массой $M = 2$ кг и длиной $Y = 1$ м подвешен за один конец и отклонён от вертикали на угол $\alpha = 90^\circ$. Будучи отпущен безначальной скорости, стержень вблизи

положения равновесия не упруго сталкивается с математическим маятником длины $l = 1$ м с массой грузика $m = 0,5$ кг. Определите величину угловой скорости системы после соударения.

Литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – Т 3. – М.: Наука.,1982. – 496 с.
2. Детлаф, А.А., Курс физики/ А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 1999. – 718 с.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики/ Т.И. Трофимова.– М.: Высшая школа, 1997. – 542 с.
4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Механика/Д.В. Сивухин – Т.4 – М.:Наука, 1979. – 756 с.
5. Яворский, Б.М. Справочник по физике/ Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
6. Исаков, А.Я. Физические основы механики. Руководство по самостоятельной работе/ А.Я Исаков. – Петропаловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2007. – 343 с.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Физические основы механики	4
1.1. Кинематика поступательного движения	4
1.2. Кинематика вращательного движения	7
1.3. Динамика материальной точки	9
1.4. Динамика вращательного движения	10
2. Кейс-задания	14
Литература	27

**ФИЗИКА.
МЕХАНИКА: Кейс-задания**

**Практикум
для студентов всех специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Составители: **Хило** Петр Анатольевич
Ревенок Марина Анатольевна

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 11.05.23.

Рег. № 37Е.

<http://www.gstu.by>