

Поведение асимметрии  $A_{+,d}^{\pi^+\pi^-}$  и  $A_{-,d}^{\pi^+\pi^-}$  (рисунок 3) практически одинаковое, за исключением области малых  $x$ , где их разница составляет около 10 %.

**Заключение.**

В данной работе выполнен численный анализ наблюдаемых величин – асимметрий полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния лептонов на дейтронах. Преимуществом рассматриваемых асимметрий является их независимость от функций фрагментации. С помощью этих асимметрий можно получить вклады  $u$ -,  $d$ -кварков в спин нуклона.

**Список использованных источников**

1. Forte S., Goto Y. Spin physics / S. Forte, Y. Goto. 2006. 15p. (ArXiv: hep-ph / 0609127).
2. Boer D. [et al.] Spin physics: session summary / D. Boer. 2007. 17 p. (ArXiv: hep-ph / 0707.1259).
3. Sissakian, A. N. [et al.] NLO QCD procedure of the SIDIS data analysis with respect to light quark polarized sea, – 2004. – 20 p. (ArXiv: hep-ph / 0312084).
4. Christova, E. A strategy for the analysis of semi-inclusive deep inelastic scattering / E. Christova, E. Leader. – 2001. – 26 p. – [ArXiv: hep-ph / 0007303].

## **ФОРМФАКТОР ДВУХЧАСТИЧНОЙ СИСТЕМЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ: СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНЫХ МАСС**

**Ю.Д. Черниченко**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П.О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

**Введение**

Для описания широкого круга вопросов физики электромагнитных взаимодействий адронов успешно используются различные полюсные векторно-доминантные модели, в частности, для расчета упругих электромагнитных адронных формфакторов, которые

дают нам представление об их пространственной структуре [1] – [4]. Задача ковариантного описания формфакторов адронов во всей, а не только асимптотической, области энергий в рамках релятивистской кварковой модели, учитывающей внутреннюю (кварковую) структуру адронов (ядерный кор), в том числе различие масс составляющих их кварков, продолжает оставаться актуальной и в настоящее время. Для этого необходимо более детально знать динамику взаимодействующих кварков, в частности, знать ковариантные волновые функции их относительного движения. Для нахождения ковариантных волновых функций относительного движения в квантовой теории поля широко используются релятивистские ковариантные двухчастичные квазипотенциальные уравнения Логунова–Тавхелидзе [5] и Кадышевского [6].

В настоящей работе в рамках релятивистского квазипотенциального (РКП) подхода на основе гамильтоновой формулировки квантовой теории поля [6] путем перехода к релятивистскому конфигурационному представлению [7], [8] для случая взаимодействия двух релятивистских бесспиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$  найдены выражения для упругих формфакторов релятивистской двухчастичной связанной системы для случая скалярного и векторного токов.

### Основная часть

В основу рассмотрения положено полностью ковариантное РКП-уравнение в конфигурационном представлении [7], [8] для волновой РКП-функции  $\psi_M(\mathbf{r})$  для случая взаимодействия двух релятивистских частиц произвольных масс  $m_1, m_2$ . Это уравнение имеет вид ( $\hbar = c = 1$ )

$$(2\Delta_{q', m'\lambda}^0 - \hat{H}_0)\psi_M(\mathbf{r}) = \frac{2\mu}{m'} V(r, \Delta_{q', m'\lambda}^0) \psi_M(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где оператор

$$\hat{H}_0 = 2m' \left[ \text{ch} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{i\lambda'}{r} \text{sh} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\lambda'^2}{2r^2} \Delta_{\theta, \varphi} \exp \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \quad (2)$$

– оператор свободного гамильтониана, являющийся конечно-разностным оператором, построенным из операторов сдвига  $\exp(\pm i\lambda' \partial / \partial r)$ , в то время как  $\Delta_{\theta, \varphi}$  – его угловая часть;  $\lambda' = 1/m' -$  комптоновская длина волны, связанная с эффективной релятивистской частицей массы  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$ , выступающей в качестве

двухчастичной системы, концепция которой возникает в рассматриваемом РКП-подходе [7], [8], а  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  – обычная приведенная масса двух релятивистских частиц произвольных масс  $m_1, m_2$ ; квазипотенциал  $V(r; \Delta_{q', m' \lambda}^0)$  в  $r$ -представлении является локальным в смысле геометрии Лобачевского и в общем случае зависит параметрически от энергии  $\Delta_{q', m' \lambda}^0$  одной эффективной релятивистской частицы массы  $m'$ . Полная энергия частиц в с.д.и.  $\sqrt{s}$  пропорциональна энергии  $\Delta_{q', m' \lambda}^0$  одной эффективной релятивистской частицы массы  $m'$  [7], [8]:

$$\sqrt{s} = M = \sqrt{m_1^2 + \Delta_{q', m' \lambda}^2} + \sqrt{m_2^2 + \Delta_{q', m' \lambda}^2} = \frac{m'}{\mu} \Delta_{q', m' \lambda}^0, \quad (3)$$

причем теперь все 4-импульсы  $\Delta_{q', m' \lambda} = (\Delta_{q', m' \lambda}^0; \Delta_{q', m' \lambda})$  из пространства Лобачевского принадлежат верхней полке массового гиперболоида

$$\Delta_{q', m' \lambda}^{02} - \Delta_{q', m' \lambda}^2 = m'^2, \quad (4)$$

которая погружена в 4-мерное импульсное пространство, и служит моделью релятивистского неевклидова пространства импульсов. На поверхности массового гиперболоида (4) группа Лоренца является его группой движений. Для чистого преобразования Лоренца  $\Lambda_\lambda^{-1}$ , соответствующего 4-скорости составной частицы  $\lambda = /M$

$= (\lambda^0; \lambda)$   $(\Lambda_\lambda^{-1} Q = (M; \mathbf{0}), Q = (Q_0; \mathbf{Q}))$ , для компонент 4-вектора  $\Delta_{q', m' \lambda}$  из пространства Лобачевского справедливы преобразования Лоренца

$$\Delta_{q', m' \lambda}^0 = (\Lambda_\lambda^{-1} q^0)^0 = q_0^0 \lambda^0 - \mathbf{q}' \cdot \boldsymbol{\lambda} = \sqrt{m'^2 + \Delta_{q', m' \lambda}^2} = m' \operatorname{ch} \chi, \quad (5)$$

$$\Delta_{q', m' \lambda} = \Lambda_\lambda^{-1} \mathbf{q}' = \mathbf{q}'(-)m' \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{q}' - \boldsymbol{\lambda} \left( q_0^0 - \frac{\mathbf{q}' \cdot \boldsymbol{\lambda}}{1 + \lambda^0} \right) = m' \operatorname{sh} \chi \mathbf{n}_{\Delta_{q', m' \lambda}}, \quad |\mathbf{n}_{\Delta_{q', m' \lambda}}| = 1,$$

где  $\chi$  – быстрота, которая параметризует импульс и энергию.

Собственно преобразования Лоренца означают трансляцию в пространстве Лобачевского, а роль плоских волн, соответствующих этим трансляциям, играют функции

$$\xi(\Delta_{q', m' \lambda}, \mathbf{r}) = \left( \frac{\Delta_{q', m' \lambda}^0 - \Delta_{q', m' \lambda} \cdot \mathbf{n}}{m'} \right)^{-1 - i m' \chi}, \quad |\mathbf{n}| = 1.$$

Функции  $\xi(\Delta_{q',m'\lambda}, \mathbf{r})$  соответствуют главной серии унитарных неприводимых представлений группы Лоренца и удовлетворяют условиям полноты и ортогональности

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{q',m'\lambda}} \xi(\Delta_{q',m'\lambda}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{q',m'\lambda}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}),$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{r} \xi(\Delta_{q',m'\lambda}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda}, \mathbf{r}) = \frac{\Delta_{q',m'\lambda}^0}{m'} \delta(\Delta_{p',m'\lambda} - \Delta_{q',m'\lambda}),$$

а также уравнению в терминах конечных разностей

$$(2\Delta_{q',m'\lambda}^0 - \hat{H}_0) \xi(\Delta_{q',m'\lambda}, \mathbf{r}) = 0.$$

В рассматриваемом РКП-подходе упругий ( $M = M = M$ ) релятивистский формфактор  $F(t)$  двухчастичной связанной системы для скалярного тока и компоненты  $F^{(\pm)}(t)$  формфактора для векторного тока можно выразить в виде релятивистских фурье-образов от функций  $\psi_M(\mathbf{r})$  – ковариантных волновых РКП-функций в конфигурационном представлении (см. работы [9] и [10]). При этом квадрат переданного 4-импульса  $Q^2 = -t = (-)^2$  связан с вектором передачи импульса  $\Delta$ , соотношением

$$Q^2 = -t = -2M^2 + 2M\sqrt{M^2 + \Delta^2} = 2M^2(\text{ch } \chi_\Delta - 1), \quad (6)$$

где  $\Delta$  – пространственная компонента 4-вектора  $\Delta = \Lambda^{-1} \Delta_0$  – 4-вектора передачи импульса составной частицы из пространства Лобачевского с 4-импульсами  $\Delta_0 = (0; \mathbf{Q})$  – до взаимодействия системы и  $\mathcal{P} = (\mathcal{P}_0; \mathbf{P})$  – после взаимодействия системы, подчиняющегося преобразованиям Лоренца (5), а  $\chi_\Delta$  – быстрота, которая параметризует компоненты 4-вектора  $\Delta = \Lambda^{-1} \Delta_0$ .

Отметим, что в случае связанной системы двух частиц равных масс ( $m_1 = m_2 = m$ ) выражения, полученные в работах [9] и [10], совпадают с аналогичными выражениями, найденными в работах [11] и [12].

Установлено, что если волновая РКП-функция  $\psi_M(\mathbf{r})$  является вещественной функцией переменной  $r$  и отвечает вещественному квазипотенциалу  $V(r)$ , то в этом случае и при равных массах ( $m_1 = m_2$ ) поперечная компонента  $F^{(-)}(t)$  упругого формфактора обращается в нуль. Более того, для  $s$ -состояния составной системы ( $l=0$ ) в случае вещественности радиальной волновой функции  $\varphi_0(r, \chi)$ , которая

отвечает вещественному квазипотенциалу  $V(r)$ , поперечная компонента  $F^{(-)}(t)$  упругого формфактора для  $s$ -состояния даже при неравных массах ( $m_1 \neq m_2$ ) также обратится в нуль.

Были найдены выражения для инвариантного среднеквадратического радиуса составной системы в  $s$ -состоянии для случаев скалярного и векторного токов. Анализ выражений для инвариантного среднеквадратического радиуса составной системы в  $s$ -состоянии для случаев скалярного и векторного токов позволил установить, что составную частицу необходимо рассматривать как диполь, волновая функция  $s$ -состояния которой описывает не всю ее структуру, а только область, лежащую на расстояниях, больших ее комптоновской длины волны  $1/M$ . При этом центральной сфере радиуса  $r_0 = 1/M$  и несингулярному потенциалу  $V(r)$  ( $V(0) < \infty$ ) соответствует функция пространственного распределения вида  $|\varphi_0(r, \chi)|^2 = \delta(r)/4\pi$ , которая приводит к величине вклада в формфактор от этой сферы, пропорционального релятивистскому геометрическому фактору  $\chi_\Delta / \text{sh } \chi_\Delta$ , который в нерелятивистском пределе стремится к 1.

Отметим, что полученные выражения для формфакторов и среднеквадратических радиусов составной системы, как в случае скалярного, так и векторного токов, содержат не только центральную сферу радиуса  $r_0 = 1/M$ , в которой происходит относительное движение составляющих ее кварков, но и слагаемые, обусловленные как различием масс кварков, так и их констант взаимодействия. При  $m_1 = m_2$  эти слагаемые обращаются в нуль.

В качестве приложения полученных результатов были вычислены значения формфакторов составной системы в  $s$ -состоянии в случае кулоновского поля притяжения. Это означает, что внутри адрона взаимодействие между кварками осуществляется путем обмена безмассовым скалярным или векторным глюоном, пропагатору которого в РКП-подходе в конфигурационном представлении отвечает на расстояниях  $r > 1/m'$  кулоновский квазипотенциал  $V(r) = -\alpha/r$ . Показано, что формфактор составной системы в  $s$ -состоянии и для основного уровня ( $n=0$ ) в случае кулоновского поля притяжения при больших значениях  $-t = Q^2$  ведет себя следующим образом:  
для случая скалярного тока

$$F_{l=0, n=0}^{(2)}(Q^2) \sim \frac{1}{(Q/M_0)^2 [\ln(Q/M_0)^2]^3},$$

т.е. также как и в работе [11], а для случая векторного тока

$$F_{l=0, n=0}^{(+)}(Q^2) \sim \frac{1}{(Q/M_0)^2 \ln(Q/M_0)^2},$$

т.е. также как и в работе [12].

Заметим, что такое поведение формфактора при больших  $-t = Q^2$  согласуется с убыванием формфактора  $\pi$ - мезона по закону  $F_\pi \sim t^{-1}$ , который предсказывается правилом размерного кваркового счета [1].

### Заключение

1. Найдены новые ковариантные выражения для упругих формфакторов релятивистской двухчастичной связанной системы для случаев скалярного и векторного токов в виде релятивистских фурье-образов от ковариантных волновых РКП-функций в конфигурационном представлении, как функции инвариантной переменной  $\Delta^2$ , – квадрата вектора передачи импульса в пространстве Лобачевского.

2. Установлено, что если волновая РКП-функция в конфигурационном представлении является вещественной функцией переменной  $r$  и отвечает вещественному квазипотенциалу, то при равных массах ( $m_1 = m_2$ ) поперечная компонента  $F^{(-)}(t)$  упругого формфактора обращается в нуль. Также установлено, что для  $s$ -состояния составной системы в случае вещественности радиальной волновой функции, отвечающей вещественному квазипотенциалу, поперечная компонента упругого формфактора для  $s$ -состояния даже при неравных массах также обратится в нуль.

3. Для  $s$ -состояния составной системы получены выражения релятивистских упругих формфакторов и инвариантных среднеквадратических радиусов двухчастичной связанной системы для скалярного и векторного токов. Установлено, что волновая функция  $s$ -состояния описывает не всю структуру составной частицы, а только область, лежащую на расстояниях, больших комптоновской длины волны составной частицы  $1/M$ .

4. Выполненный анализ показал, что основной вклад в структуру составной частицы от центральной сферы радиуса  $1/M$

пропорционален  $\chi_{\Delta}/\text{sh } \chi_{\Delta}$ , а поправочные члены соответствуют дипольному вкладу, обусловленному как различием масс составляющих ее частиц, так и их констант взаимодействия. Показано, что полученные выражения для релятивистских упругих формфакторов и инвариантных среднеквадратических радиусов составной системы позволяют учесть влияние различия масс и констант взаимодействия на эти величины. В нерелятивистском пределе релятивистский геометрический фактор  $\chi_{\Delta}/\text{sh } \chi_{\Delta}$  стремится к 1, а поправочные члены, как в выражениях для упругих формфакторов, так и среднеквадратических радиусов составной системы, при равных массах обращаются в нуль.

5. На примере кулоновского поля притяжения получены выражения для формфактора системы двух релятивистских частиц произвольных масс, отвечающие случаю скалярного и векторного токов. Установлено, что ковариантная волновая РКП-функция кулоновского поля притяжения при больших переданных импульсах  $t$  приводит к поведению формфактора для скалярного и векторного токов, которое согласуется с предсказанием правила размерного кваркового счета – убыванием типа  $1/t$ .

### Литература

1. Matveev, V. A. Automodelity in strong interactions / V. A. Matveev, R. M. Muradyan, and A. N. Tavkhelidze // *Lett. Nuovo Cimento*. – 1972. – Vol. 5. – P. 907 – 912.
2. Körner, J. G.  $e^+e^-$  – annihilation into baryon-antibaryon pairs / J. G. Körner and M. Kuroda // *Phys. Rev. D*. – 1977. – Vol. 16. – P. 2165 – 2175.
3. Dubnička, S. Comment on the Prediction of the  $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$  Cross-Section to Be Remarkably Larger the  $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$  / S. Dubnička // *Nuovo Cimento A*. – 1990. – Vol. 103, № 10. – P. 1417–1426.
4. Биленькая, С. И. Электромагнитный форм-фактор протона в модели векторной доминантности, модифицированной на малых расстояниях / С. И. Биленькая, Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов // *ЯФ*. – 1977. – Т. 26, вып. 5. – С. 1051 – 1057.
5. Logunov, A. A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A. A. Logunov and A. N. Tavkhelidze // *Nuovo Cimento*. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380 – 399.

6. Kadyshevsky, V. G. Quasi-Potential Type Equation for the Relativistic Scattering Amplitude / V. G. Kadyshevsky // Nucl. Phys. B. – 1968. – Vol. 6, № 2. – P. 125 – 148.
7. Кадышевский, В. Г. О трехмерных релятивистских уравнениях для системы двух частиц с неравными массами / В. Г. Кадышевский, М. Д. Матеев, Р. М. Мир-Касимов // ЯФ. – 1970. – Т. 11, вып. 3. – С. 692 – 700.
8. Кадышевский, В. Г. Трехмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, вып. 3. – С. 635 – 690.
9. Черниченко, Ю. Д. Формфактор двухчастичной системы в релятивистском квазипотенциальном подходе: случай произвольных масс и скалярного тока / Ю. Д. Черниченко // ЯФ. – 2014. – Т. 77, № 2. – С. 251 – 264.
10. Черниченко, Ю. Д. Формфактор двухчастичной системы в релятивистском квазипотенциальном подходе: случай произвольных масс и векторного тока / Ю. Д. Черниченко // ЯФ. – 2015. – Т. 78, № 3-4. – С. 226 – 239.
11. Скачков, Н. Б. Формфакторы мезонов и ковариантная трехмерная формулировка составной модели / Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов // ЯФ. – 1979. – Т. 30, вып. 4. – С. 1079 – 1088.
12. Скачков, Н. Б. Описание форм-фактора релятивистской двухчастичной системы в ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля / Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов // ТМФ. – 1980. – Т. 43, № 3. – С. 330 – 342.