

**В. С. Монахов**  
г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

### О НОРМАЛЬНО ВЛОЖЕННЫХ ПОДГРУППАХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Adolfo Ballester-Bolinches и ShouHong Qiao [1] отвечая на вопрос из [2] описали класс  $X$ , состоящий из всех конечных групп  $G$ , в которых существует нормальная подгруппа с холловой подгруппой порядка  $|B|$  для каждой  $B \leq G$ . Запись  $H \leq G$  означает, что  $H$  – подгруппа группы  $G$ .

**Теорема.** [1] *Конечная группа  $G$  принадлежит  $X$  тогда и только тогда, когда  $G$  разрешима и ее нильпотентный корадикал является циклической группой свободного от квадратов порядка.*

Мы дадим короткое доказательство этой теоремы.

**Лемма.** *Пусть  $G$  — конечная группа,  $|G| = p^a m$ ,  $p$  не делит  $m$ . Если  $G \in X$ , то существует нормальная подгруппа порядка  $pm$ .*

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.** Так как  $G \in X$ , то существует нормальная подгруппа  $U$  с силовской подгруппой порядка  $p$ . Выберем  $U$  максимального порядка. Пусть  $q \in \pi(G) \setminus \{p\}$  и  $Q$  – силовская  $q$ -подгруппа из  $G$ . Тогда  $UQ$  – подгруппа с силовской подгруппой порядка  $p$ . Так как  $G \in X$ , то существует нормальная подгруппа  $V$  с холловой подгруппой порядка  $|UQ|$ . Силовская  $p$ -подгруппа в  $V$  имеет порядок  $p$ . Кроме того,  $|U| \leq |UQ| \leq |V|$ . По выбору подгруппы  $U$  получаем, что  $|U| = |V|$ . Поэтому  $Q \subseteq U$ . Так как  $q$  – любое,  $q \neq p$ , то  $m$  делит  $|U|$  и  $|U| = pm$ .

**Доказательство теоремы.** Пусть  $G \in X$ ,  $|G| = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$ . По лемме группа  $G$  содержит нормальную подгруппу  $N_i$  порядка  $p_i m_i$ , где  $m_i = |G| / p_i^{a_i}$ . Фактор-группа  $G/N_i$  является  $p_i$ -группой, поэтому  $G^N \subseteq \bigcap_{i=1}^k N_i = N$ . Здесь  $G^N$  – нильпотентный корадикал. Подгруппа  $N$  имеет порядок свободный от квадратов. Поэтому группа  $G$  сверхразрешима. Теперь  $N$  нильпотентна, значит,  $N$  циклическая.

Обратное утверждение очевидно.

#### Список использованных источников

- 1 Ballester-Bolinches, A. On a problem posed by S. Li and J. Liu / A. Ballester-Bolinches, Qiao ShouHong // Arch. Math. – 2014. – Vol. 102. – P. 109–111.
- 2 Li Shirong. On Hall subnormally embedded and generalized nilpotent groups / Li Shirong, Liu Jianjun // J. Algebra. – 2013. – Vol. 388. – P. 1–9.

**А. Н. Осипенко, Н. Б. Осипенко**  
г. Гомель, ГГТУ им. П. О. Сухого,  
г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

### МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ГИПОТЕЗ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ФАКТОРОВ РАННЕЙ СМЕРТНОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

В работе [1] авторы построили регрессионную модель для оценки влияния факторов генетического потенциала человека на продолжительность его жизни. В качестве исходных признаков были взяты значения психоматрицы, рассчитанные по известному алгоритму квадрата Пифагора (КП) [2]. Несмотря на имеющийся в научных кругах скепсис по поводу связи даты рождения с предрасположенностью к определенным видам деятельности, было решено проверить прогностические и интерпретационные возможности этой гипотезы на конкретном статистическом материале. Отметим, что многие практикующие психологи с успехом используют алгоритм квадрата Пифагора для экспресс-диагностики характера человека, не слишком переживая по поводу его «псевдонаучности», в частности, из-за расплывчатости терминологии и

неоднозначности интерпретации. В целом этот эвристический метод позволяет психологу настроиться на индивидуальные особенности человека и сфокусироваться (при попытке трансформации проблемных ситуаций) на их наиболее сильных и слабых сторонах.

Надо сказать, что в последние десятилетия в сфере социальных наук (психология, педагогика, социология, экономика, медицина) наметилось устойчивое расхождение во взглядах между классическими теоретиками и практиками, использующими те или иные «некорректные» эвристические методы или приемы работы. В чем видится суть проблемы? Прежде всего, в абсолютизации принципа Оккама (не порождает лишних априорных сущностей, конструируйте сложные модели из простых). Эта физикалистская парадигма науки применительно к активным (живым) системам явно не оправдывает своих ожиданий. В качестве примеров можно привести теорию эволюции Дарвина, различного рода теории социально-экономического развития, модели симптомо-ориентированного реагирования в психологии и медицине. В работе [3] по этому поводу отмечалось, что одним из перспективных направлений представляется концепция построения теории системного функционирования с существенно более богатой априорной схемой-ядром, способной развиваться в полноценное содержательное описание всей системы в результате поэтапных конкретизаций-интерпретаций и модельных экспериментов. Один из важнейших вопросов состоит в том, какова должна быть математико-лингвистическая форма для представления априорных метафизических знаний. Традиционные теоретико-множественные и динамические конструкции уже по своему построению ориентированы на описание внешних проявлений системы. Внутренние же причинно-смысловые механизмы, как правило, остаются скрытыми и судят о них только по внешним интегральным характеристикам или закономерностям.

В настоящей работе авторы опираются на постепенно вызревающую в последние полтора десятилетия парадигму мировосприятия, суть которой сводится к тому, что мир создан на структурах Сознания. У истоков этой парадигмы лежит известная работа Владимира Соловьева «Философские начала цельного знания». В ней он выстроил базовый каркас взаимосвязанных и взаимодополняющих друг друга фундаментальных понятий и категорий, который наряду с самой логикой вызревания этих понятий (каждое из других) вполне может послужить прототипом будущей теории единого Сознания. Таким образом, имея в своем распоряжении язык описания внутреннего мира живой системы, можно генерировать гипотезы о связи внутренней структуры с внешним проявлением.

Применительно к задаче данной статьи в роли априорных знаний использовался фрагмент разрабатываемого авторами варианта теории единого Сознания в виде двух таблиц систематизации тем деятельности человека: в таблице 1 приведены сферы деятельности, а в таблице 2 размерности 7\*5 (7 уровней и 5 ипостасей) описаны сами темы по 35-ти видам рабочих деятельностей и одной управляющей (36-я тема).

Таблица 1 – Сферы деятельности и соответствующие темы

№	Наименование сферы деятельности	Соответствующая пара тем	
1	Аграрно-экологическая	1.1	4.4
2	Проектирование полезных форм	3.2	2.1
3	Гуманитарная: психолого-терапевтическая	3.5	3.3
4	Гуманитарная: духовно-религиозная	7.2	7.4
5	Гуманитарная: СМИ	6.4	2.5
6	Естественнонаучная и математическая	5.1	3.4
7	Культуры и искусств	6.5	7.5
8	Медицинская	4.3	1.2
9	Общественно-научная	4.1	5.5
10	Педагогическая	3.1	5.2
11	Социальная (досуг, игровая, развивающая) сфера услуг	1.4	4.5
12	Социально-бытовая сфера услуг	2.3	2.2
13	Техническое творчество	4.2	5.3
14	Экономическая	7.1	1.5
15	Государственно-правовая	6.1	2.4
16	Материальное производство	6.3	1.3
17	Идеологическая	5.4	6.2
18	Философская	36	7.3

В качестве исходного статистического материала для исследования послужила выборка из 1376 жителей города Гомеля, умерших с ноября 2006 г. по октябрь 2007 г. По каждому человеку брались данные в виде строки: имя, день, месяц, год рождения, день, месяц и год смерти. Для обработки данных использовался пакет «Statistica». Согласно [2], цифры в квадрате Пифагора характеризуют способности: 1 – волевой потенциал, желание управлять ситуацией; 2 – энергетический потенциал, заряженность на самореализацию; 3 – нацеленность на порядок и аккуратность, рациональность, склонность к научному объяснению событий; 4 – потенциал здоровья, выносливость и терпеливость; 5 – практическая интуиция, способность предвидеть последствия решений; 6 – заземленность, тяга к физическому труду и сотрудничеству, 7 – талант, тяга к творчеству и новизне; 8 – желание быть полезным, готовность слышать других и помогать им, обязательность и ответственность перед близкими и социумом; 9 – способность к запоминанию информации и к сложным умственным операциям.

Таблица 2 – Систематизация тем деятельности и их кодировка парой цифр КП

	1	2	3	4	5
7	1,3 Проясняющее, осознающее, восстанавливающее <i>охранение</i>	2,5 Одухотворяющее, жизнеутверждающее, оживляющее <i>рождение и развитие</i>	1,6 Целеустремленная, деятельная, воплощающая <i>намеченное воля</i>	3,4 Покровительствующая, сопровождающая, подерживающая <i>надежность</i>	8,9 Облагораживающее, совершенствующее, исправляющее <i>богатство красоты</i>
6	6,7 Ценностно-ориентированная, добропорядочная, полезная <i>мотивация</i>	5,8 Развивающее, обновляющее, генерирующее <i>новации творение</i>	4,6 Созидательный, нужный людям, производящий <i>труд</i>	1,9 Притягательная, прощающая, очищающая <i>благодать</i>	2,6 Акцентирующее, сосредоточивающее, контактирующее, <i>объединение усилий</i>
5	3,9 Стратегическое, тактическое, оперативное, <i>обдумывание</i>	2,8 Доступное, доходчивое, поясняющее на примерах <i>обучение</i>	4,8 Желающие, воображающие, действующие <i>намерения самоактуализации</i>	1,4 Направляющий, поясняющий, переваривающий <i>совет</i>	5,7 Сверхчувственный, охватывающий, опознающий <i>разум сверхсознания</i>
4	6,9 Ориентирующее, успокаивающее, мобилизующее <i>информирование по новой ситуации</i>	1,7 Изобретающее, адаптирующее, усваивающее <i>освоение перспектив внешней деятельности</i>	3,6 Благотворительная, доброжелательная, помогающая <i>поддержка</i>	4,5 Обоготворяющая, принимающая, связывающая <i>признательность</i>	4,9 Свободное от предрассудков, радующее, приятное <i>впечатление от общения</i>
3	3,8 Понятное, контекстное, улавливающее в мыслях <i>самоосознание</i>	2,3 Связующее, осмысленное, оформляющее, <i>порождение речи</i>	3,5 Понимающая, внимающая, реализующая <i>заинтересованность жизнью</i>	2,7 Дедуктивное, индуктивное, продуктивное <i>логичное мышление</i>	5,9 Осредняющая, уточняющая, воспроизводящая <i>события память жизни</i>
2	4,7 Истинный, правдивый, завещанный <i>предками родной язык</i>	6,8 Спокойное, уравновешенное, сбалансированное, <i>настроение гармоничного развития</i>	1,2 Раскрывающая душу, располагающая к взаимности, симпатизирующая <i>привлекательность</i>	2,4 Благодарное, общительное, открытое <i>принятие себя и близких</i>	7,9 Воспринимающая, реагирующая, ощущающая <i>действительность непосредственность в общении</i>
1	1,5 Сигнализирующая о близости, подающая знаки внимания, сближающая <i>просветляющая кротость</i>	5,6 Креативное, регулирующее, продвигающее, <i>эволюционное изменение жизни</i>	2,9 Пробуждающее, собранное, решительное <i>состояние бодрости</i>	3,7 Обменивающаяся по возможности, соединительная, переносящая <i>циркуляция взаимодействий</i>	7,8 Отрагательный, интегрирующий, компонирующий <i>синтез</i>

Итогом регрессионного моделирования в [1] стали уравнения анализа факторов уменьшения продолжительности жизни (*ПродЖ*): 1) для женщин в выборке с  $ПродЖ \leq 55$ ,  $N=81$ ,  $R=0,63$ :

$$ПродЖ = 52,8 - 2,0 \cdot КП1(\geq 3) - 2,7 \cdot КП2(1) - 4,2 \cdot КП3(2) - 12,0 \cdot КП5(0) - 5,0 \cdot КП6(\geq 2) - 2,0 \cdot КП7(\geq 1) - 2,1 \cdot КП8(\geq 1) - 2,0 \cdot КП9(1), \quad (1)$$

и 2) для мужчин с  $ПродЖ \leq 50$ ,  $N=170$ ,  $R=0,41$ :

$$ПродЖ = 52 - 3,3 \cdot КП1(2-3) - 1,5 \cdot КП2(0-1) - 1,3 \cdot КП3(1) - 4,4 \cdot КП5(0) - 4,5 \cdot КП6(0-1) - 2,4 \cdot КП7(\geq 2) - 5,2 \cdot КП8(\geq 1) - 2,8 \cdot КП9(\geq 1) \quad (2)$$

Заметим, что коэффициенты этих уравнений отражают условный вклад признаков (в годах) в уменьшение продолжительности жизни (*ПродЖ*). На рисунке 1 проинтерпретированы направление связи (прямая и обратная) и сила (слабая, умеренная, сильная) вклада признаков *КП0, КП1, КП2, ..., КП9* на целевой показатель продолжительности жизни для пяти выделенных случаев, приведенных в вертикальной шапке таблицы рисунка.

Анализируя модель для женщин с ранними смертями (1) видим, что признаки  $\{ (КП1(\geq 3)) - \text{высокий волевой потенциал, } (КП5(0)) - \text{отсутствие практической интуиции и предвидения, } (КП8(\geq 1)) - \text{внушаемость и зависимость от других людей} \}$  вносят весомый вклад в раннюю смертность. Ранним смертям женщин способствуют также: слабый энергетический потенциал ( $КП2(1)$ ), рациональность и педантичность ( $КП3(2)$ ), существенная тяга к сотрудничеству ( $КП6(\geq 2)$ ), творческие задатки ( $КП7(\geq 1)$ ) и плохая память ( $КП9(1)$ ).

Признаки: Модели	<i>КП1</i> Воля	<i>КП2</i> Энергия	<i>КП3</i> Рациональность	<i>КП4</i> Здоровье	<i>КП5</i> Интуиция	<i>КП6</i> Физ. труд	<i>КП7</i> Творчество	<i>КП8</i> Помощь другим	<i>КП9</i> Память	<i>КП0</i> Доп. потенциал
женщины <i>ПродЖ</i> ≤ 55	(≥3) ↓	(1) ↓	(2) ↓		(0) ↓	(≥2) ↓	(≥1) ↓	(≥1) ↓	(1) ↓	
мужчины <i>ПродЖ</i> ≤ 50	(2-3) ↓	(0-1) ↓	(1) ↓		(0) ↓	(0-1) ↓	(≥2) ↓	(≥1) ↓	(≥1) ↓	

Обозначения связей в ячейках таблицы рисунка

слабая: прямая ↑, обратная ↓; умеренная (значимая): прямая ↑↑, обратная ↓↓; сильная (уверенная): прямая ↑↑↑, обратная ↓↓↓.

Рисунок 1– Направление и сила вклада признаков в изменение продолжительности жизни для двух случаев, приведенных в вертикальной шапке рисунка таблицы

У мужчин с ранними смертями картина факторов уменьшения продолжительности жизни (2) аналогична соответствующей модели у женщин (1), но при этом выраженность ролей *КП1, КП7, КП8* повышается. Единственное отличие – это хорошая память (*КП9*).

Отметим, что опираясь на эвристические знания о смысле цифр в квадрате Пифагора, регрессионная модель позволяет сделать ряд практических выводов. Прежде всего, речь может идти о создании лучших условий для самореализации людей с творческими способностями. Без такой самореализации они (особенно люди со средним и высоким волевым потенциалом, плохим предвидением, прагматичные и с высокой внушаемостью со стороны) склонны отходить от своих основных жизненных задач, попадать в «опасные» компании и в итоге «формировать» событие смерти.

Интерпретация уравнений (1) и (2) с помощью таблиц систематизации деятельности и сфер деятельности позволяет выдвинуть более конкретные гипотезы. Опираясь на тот факт, что пары цифр с большими величинами КП (таблица 2) определяют темы деятельности с повышенной значимостью для человека, а пары цифр с малыми или нулевыми величинами – темы с заниженной значимостью, обнаруживаем следующую закономерность. Основной непосредственный вклад в формирование события смерти, как у женщин, так и мужчин, вносят сферы духовно-религиозная (темы 7.4 и 7.2) и социальная (досуг, игровая, развивающая) сфера услуг (темы 1.4 и 4.5). У мужчин к ним еще добавляются идеологическая, государственно-правовая,

общественно-научная и медицинская сферы. Причем, в каждой из них одна из взаимозависимых тем деятельности сверхзначима (темы 7.4, 1.4, 5.4, 6.1, 4.1 и 4.3), а другая (темы 7.2, 4.5, 6.2, 2.4, 5.5 и 1.2) – существенно незначима. Это главный источник внутреннего конфликта. Его «подогревают», со сверхзначимой стороны у мужчин такие сферы, как техническое творчество, философская и экономическая, а у женщин – философская и экономическая (как правило, это темы миссии человека, их сверхзначимость «тянет одеяло на себя», провоцирует негативное к себе отношение и приводит к односторонности проявления и дисбалансу всей системы качеств). Со стороны существенно незначимых сфер деятельности у мужчин сказываются: прежде всего, психолого-терапевтическая, а также естественно-научная, СМИ, культура и искусство и аграрно-экологическая сферы, а у женщин – это, прежде всего, аграрно-экологическая, а также культура и искусство и психолого-терапевтическая сферы (нереализованность этих сфер хотя бы в минимально необходимом объеме не позволяет остановить разрушительные процессы).

Таким образом, опираясь на знание внутренней структуры системы человеческой деятельности, был получен ряд нетривиальных правдоподобных гипотез, требующих для своего подтверждения отдельных социально-психологических исследований.

#### Список использованных источников

1 Осипенко, Н. Б. Пример «выращивания» регрессионной модели социального явления на базе критерия правдоподобности ее интерпретации / Н. Б. Осипенко, А. Н. Осипенко, К. А. Осипенко // Проблемы физики, математики и техники. – 2013. – № 4. – С. 85–88.

2 Александров, А. Ф. Даты и судьбы: Большая книга нумерологии / А. Ф. Александров. – М. : Рипол Классик, 2006. – 1088 с.

3 Осипенко, Н. Б. О человеко-машинном моделировании активных систем / Н. Б. Осипенко, А. Н. Осипенко // Известия Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины. – 2013. – № 6. – С. 62–67.

**А. Б. Прусак**

**Ораним, Тивон, Израиль, Академический образовательный колледж**

**Шаанан, Хайфа, Израиль, Академический религиозный педагогический колледж**

#### ЗАДАЧА – ОДНА, СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ – МНОЖЕСТВО (ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ)

В педагогической литературе подчеркивается, что в процессе обучения математике очень важно, чтобы учащиеся воспринимали математику как *целостную науку*, в которой все темы (разделы) взаимосвязаны, и для глубокого понимания и решения задачи учащийся должен соединить разные области математики [1]. Поиск учащимися различных способов решения одной задачи – один из путей осуществления этой цели, развивающий математическое творчество учащихся (посредством генерации идей, гибкости, новизны) [5], а также поднимающий их математическое мышление на более высокий уровень [4]. Однако обычно в учебниках математики задачи классифицированы по темам в соответствии с учебными программами, поэтому многие ученики «точно знают», к какой теме принадлежит задача, и думают, что для каждой задачи можно найти одно единственное решение.

В Израиле, в соответствии с новой реформой школьного образования, это направление провозглашено в качестве центрального в школьном курсе математики. Сегодня на экзаменах на аттестат зрелости в израильских школах нет ограничений на использование математических тем при решении задач (например, задачу по теме «Стереометрия» ученик может решить с помощью векторов и т. п.). Причем, требование Министерства просвещения относится не только к старшим классам (10–12 классы), но и к средней школе (7–9 классы) (Якель и Кобб рекомендуют использовать этот подход, начиная с начальной школы [2]).

Ориентация на интегративные связи между разделами школьного курса математики призвана внести *изменения в подготовку студентов*, получающих педагогическое образование. На математических курсах, которые преподаю, отдельная завершающая тема – «Решение одной задачи разными способами». На экзаменах на математических курсах в качестве обязательного задания студент должен решить одну из предложенных задач двумя способами.