10 Концевой, Ю. А. Пластичность и прочность полупроводниковых материалов и структур / Ю. А. Концевой, Ю. М. Литвинов, Э. А. Фаттахов. – М. : Радио и связь, 1982. – 240 с.

П. С. Шаповалов, В. И. Дробышевский
г. Гомель, ГГТУ им. П. О. Сухого

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Часто, при обработки и передачи информации, наблюдается одновременное распространение нескольких мощных лазерных пучков, способных инициировать нелинейные эффекты. Их изучению посвящен ряд работ [1; 2; 3; 4]. Так, в статье [1, с. 97] исследуется взаимодействие двух соосных ортогонально поляризованных гауссовых пучков света в кубически нелинейной среде. Рассматриваемая там задача сводится вариационным методом к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, анализ которых проводится численно. В работах [2, с. 549] изучается взаимодействие параллельных световых пучков. При этом случай совпадения их осей исследуется аналитически, но приводится к задаче о распространении одинаковых пучков, что не представляется интересным. Данная работа посвящена исследованию взаимодействия двух взаимнонекогерентных гауссовых пучков света, разной мощности, распространяющихся в нелинейной среде с квадратичной неоднородностью.

Для описания взаимодействия световых пучков будем исходить из системы нелинейных параболических уравнений [2], записанных в цилиндрической системе координат (r, φ, z):

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}-2ik_1\frac{\partial U_1}{\partial z}-k_1^2\alpha(x^2+y^2)U_1+k_1^2\beta\left(|U_1|^2+2|U_2|^2\right)U_1=0\,, \\ &\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}-2ik_2\frac{\partial U_2}{\partial z}-k_2^2\alpha(x^2+y^2)U_2+k_2^2\beta\left(|U_2|^2+2|U_1|^2\right)U_2=0\,. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь для j-го пучка (j=1, 2) U_j – комплексная амплитуда электромагнитного поля на круговой частоте колебаний ω_j, $k_j=\sqrt{\varepsilon_j}\omega_j$ – волновое число, ε_j – линейная диэлектрическая проницаемость среды, α и β – ее коэффициент квадратичной неоднородности и коэффициент нелинейности. Система (1) описывает взаимодействие лазерных пучков в диапазоне частот, где временна́я дисперсия среды пренебрежимо мала.

Решение данной системе уравнений (1) проведем вариационным методом [3, с. 87; 4, с. 115] в классе круговых гауссовых функций [5, с. 27]:

$$U_i=\sqrt{I_i}\exp\left\{-P_i-iQ_i-\frac{x^2}{w_{xi}^2}-\frac{y^2}{w_{yi}^2}-\frac{ik_ix^2}{2R_{xi}}-\frac{ik_iy^2}{2R_{yi}}\right\}, \tag{3}$$

где $i=1,2$, I_i – интенсивность света на оси i-го пучка, w_{xi}, w_{yi} – полуоси эллипса светового пятна, R_{xi}, R_{yi} – радиусы кривизны фазовой поверхности.

Подставляем (3) в (2) и интегрируем по координатам x и y. Из условия экстремума функционала, т. е. из равенства нулю вариации $\delta J=0$, получим систему двенадцати обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров двух пучков. Из этой системы можно выделить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающие параметры пучков,

$$w_{x1}^3\frac{\partial^2 w_{x1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{x1}}{w_{y1}}-\alpha w_{x1}^4-\frac{32\mu_2 w_{x1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}}\ ,$$

$$w_{y1}^3\frac{\partial^2 w_{y1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{y1}}{w_{x1}}-\alpha w_{y1}^4-\frac{32\mu_2 w_{y1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}}\ ,$$

$$w_{x2}^3\frac{\partial^2 w_{x2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{x2}}{w_{y2}}-\alpha w_{x2}^4-\frac{32\mu_1 w_{x2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}}\ , \qquad (4)$$

$$w_{y2}^3\frac{\partial^2 w_{y2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{y2}}{w_{x2}}-\alpha w_{y2}^4-\frac{32\mu_1 w_{y2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}}\ ,$$

$$\frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \qquad \frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}},$$

где $\mu_i=\beta w_{xi0}w_{yi0}I_i/8$ – эффективная мощность первого (i=1) и второго (i=2) пучка , w_{xi0}, w_{yi0} – значение полуосей светового пятна эллиптического пучка на границе нелинейной среды z=0.

Умножая первое и второе уравнения системы (4) на μ_1, а третье и четвертое – уравнения на μ_2, дифференцируя их по z и складывая, получим соотношение

$$\frac{d^3A}{dz^3}+4\alpha\frac{dA}{dz}=0\ ,$$
$$A=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)\ . \qquad (5)$$

Общее решение уравнения (5), в случае однородной среды ($\alpha=0$), имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=C_2z^2+C_1z+C_0\ . \qquad (6а)$$

Для квадратично неоднородной среды ($\alpha\neq 0$) решение имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=S_2\sin(2\sqrt{\alpha}z)+S_1\cos(2\sqrt{\alpha}z)+S_0\ . \qquad б)$$

Постоянные интегрирования C_2, C_1, C_0, S_2, S_1, S_0 находятся из граничных условий при z=0 и системы уравнений (4).

Численный счет системы уравнений (4) показывает, что поведение взаимодействующих пучков в нелинейной среде достаточно сложно. Размер взаимодействующих пучков может или одновременно возрастать, или уменьшаться. Как следует из формулы (6), в случае распространения двух эллиптических гауссовых пучков в нелинейной среде, величина $2w_{эф}^2=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)$ изменяется, в однородной среде, по параболическому закону, а в квадратично неоднородной среде – по гармоническому закону, аналогичному закону изменения радиуса светового пятна кругового пучка, распространяющегося в такой среде. Следовательно, при распространении двух эллиптических пучков в среде с кубической нелинейностью им можно поставить в соответствие эффективный круговой пучок. Полуоси эллипсов световых пятен пучков будут осциллировать около эффективного значения $w_{эф}$.

По типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить три режима распространения взаимодействующих пучков в однородной среде в зависимости от величины B, равной

$$B=\frac{\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2}+\frac{1}{w_{y10}^2}\right)+\frac{\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2}+\frac{1}{w_{y20}^2}\right)-\frac{2\mu_1^2}{w_{x10}w_{yx10}}-$$
$$-\frac{2\mu_2^2}{w_{x20}w_{yx20}}-\frac{16\mu_1\mu_2}{\sqrt{\left(w_{x10}^2+w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2+w_{y20}^2\right)}}\ .$$

При B>0 эффективный размер пучков $w_{эф}$ будет увеличиваться с ростом продольной координаты z. В случае B=0 наблюдается квазиволноводный режим распространения, т.е. эффективный размер $w_{эф}$ не изменяется с изменением z, а размеры полуосей эллипса светового пятна будут испытывать периодические осцилляции. При B<0 наблюдается схлопывание пучков в точку.

В неоднородной среде по типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить, в отличии от однородной среды, четыре режима распространения пучков. Причем, как и в однородной среде, схлопывание пучков наблюдается при B<0.

Из численных расчетов следует, что при большом отличии мощностей или поперечных размеров пучков влияние их друг на друга при распространении в нелинейной среде незначительно. При близком значении мощности пучков и их поперечных размеров нелинейное взаимодействие пучков существенно влияет на их геометрию и его необходимо учитывать при расчетах оптических устройств.

Список использованных источников

1 Lopes, Lago E. Copropagation of two waves of different frequencies and arbitrary initial polarization states in an isotropic Kerr medium / E. Lago Lopes, R. de Fuente // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60, № 1. – P. 549–558.

2 Berge, L. Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves / L. Berge // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 58, № 5. – P. 6606–6625.

3 Bang, O. Fusion, collapse, and stationary bound states of incoherently coupled waves in bulk cubic media / O. Bang, L. Berge // Phys. Rev. E. – Vol. 59, № 4. –P. 4600–4613.

4 Гончаренко, А. М. К теории взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в нелинейных средах / А. М. Гончаренко, П. С. Шаповалов // Доклады НАНБ. – 2003. – Т. 22, № 2. – С. 323–325.

5 Гончаренко, А. М. Гауссовы пучки света / А. М. Гончаренко // Наука и техника. – 1977.

В. Ф. Шолох
г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ОДНООСНОЙ СРЕДЕ

При исследовании распространения электромагнитных волн в среде и изучении их трансформации на движущихся границах раздела, существенное значение имеет информация о поведении векторов фазовой и групповой скоростей этих волн [1; 2]. В данной работе получены выражения для фазовой и групповой скоростей электромагнитных волн в движущейся среде, описываемой одноосным тензором диэлектрической проницаемости в системе ее покоя. Показано, что для необыкновенной волны коэффициент увлечения Френеля является тензором второго ранга. Определены границы черенковской области для e-волны и рассмотрены возможные варианты взаимной ориентации конуса групповых скоростей и поверхности показателей преломления e-волны, в зависимости от ориентации скорости движения среды относительно ее оптической оси в собственной системе покоя.

Используя решения уравнения нормалей [3] для электромагнитных волн в движущейся среде, описываемой одноосным тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_o + (\varepsilon_e - \varepsilon_o)\vec{c} \circ \vec{c}$ в системе ее покоя, и известные методы расчета [1] для векторов фазовой и групповой скоростей e-волны были получены следующие выражения:

$$\vec{V}^{(\mathrm{e})}_{\text{ф}1,2} = c\,\frac{\beta\vec{h}(\varepsilon_o\varepsilon_e - \varepsilon)\vec{\tau} \pm \sqrt{\beta^2(\vec{n}\varepsilon\vec{\tau})^2 - \beta^2\vec{n}\varepsilon\vec{n} \circ \vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau} + \varepsilon_o\varepsilon_e\vec{h}\xi\varepsilon\xi\vec{h}}}{\gamma(\varepsilon_o\varepsilon_e - \beta^2\vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau})}\,\vec{n}\,. \tag{1}$$

$$\vec{V}^{(e)}_{g1,2} = c\,\frac{\varepsilon\vec{m} + ((\gamma-1)\vec{m}\vec{\tau} - \gamma\beta)\varepsilon\vec{\tau} + W\vec{\tau}}{\gamma\beta\vec{m}\varepsilon\vec{\tau} + \gamma\beta(\gamma-1)\vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau} \circ \vec{m}\vec{\tau} - \gamma^2\beta^2\vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau} + \gamma^2\varepsilon_o\varepsilon_e(1-\beta\vec{m}\vec{\tau})} \tag{2}$$

В выражениях (1) и (2) использованы следующие общепринятые обозначения: $\beta = V/c$ – отношение скорости движения среды к скорости света в вакууме; $\gamma = \sqrt{1-\beta^2}$; $\vec{m} = n_e\vec{n}$ – вектор рефракции необыкновенной волны; $\vec{\tau}$ – единичный вектор скорости движения среды; $\vec{a}\circ\vec{b} = a_i b_j$ – диада построенная из векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Другие величины, входящие в выражения (1) и (2), определены равенствами:

$$\vec{h} = \vec{n} + (\gamma-1)\vec{n}\,\vec{\tau}\circ\vec{\tau}\,; \quad \xi = 1-\beta^2\vec{\tau}\circ\vec{\tau}\,;$$

$$W = (\gamma-1)\vec{m}\varepsilon\vec{\tau} + (\gamma-1)^2\vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau}\circ\vec{m}\,\vec{\tau} - \gamma\beta(\gamma-1)\vec{\tau}\varepsilon\vec{\tau} + \gamma^2\beta\varepsilon_o\varepsilon_e(1-\beta\vec{m}\,\vec{\tau}).$$

Сохраняя в выражениях (1) и (2) члены первого порядка малости по β, запишем выражения для фазовой и групповой скоростей необыкновенной волны, справедливые при нерелятивистских скоростях движения среды

$$\vec{V}^{(\mathrm{e})}_{\text{ф}1,2} = \pm c\left(\sqrt{\frac{\vec{n}\varepsilon\vec{n}}{\varepsilon_o\varepsilon_e}} \pm \frac{\vec{n}(\varepsilon_o\varepsilon_e-\varepsilon)\vec{\tau}}{\varepsilon_o\varepsilon_e}\beta\right)\vec{n}\,, \tag{3}$$

$$\vec{V}^{(e)}_{g1,2} = \pm c\frac{\varepsilon\vec{n}}{\sqrt{\varepsilon_o\varepsilon_e\vec{n}\varepsilon\vec{n}}} + \left(1-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o\varepsilon_e}\right)\beta\vec{\tau}\,. \tag{4}$$

Из (4) видно, что коэффициент увлечения Френеля для необыкновенной волны $\chi^{(e)} = 1-\varepsilon/\varepsilon_o\varepsilon_e$ является тензором второго ранга. Это означает, что энергия электромагнитной волны увлекается движущейся анизотропной средой не только в направлении ее движения, но и вдоль оптической оси.

При $\varepsilon_o = \varepsilon_e$ выражения (1) и (2) принимают вид

$$\vec{V}^{(\mathrm{o})}_{\text{ф}1,2} = c\frac{\gamma^2\beta(\varepsilon_o-1)\vec{n}\,\vec{\tau} \pm \sqrt{1+(\varepsilon_o-1)\gamma^2(1-\beta^2\vec{n}\,\vec{\tau}\circ\vec{\tau}\vec{n})}}{1+\gamma^2(\varepsilon_o-1)}\,, \tag{5}$$

$$\vec{V}^{(o)}_{g1,2} = c\frac{n^{(o)}_{1,2}\vec{n} + \beta\gamma^2(\varepsilon_o-1)(1-\beta n^{(o)}_{1,2}\vec{n}\,\vec{\tau})\vec{\tau}}{\gamma^2(\varepsilon_o(1-\beta n^{(o)}_{1,2}\vec{n}\,\vec{\tau}) - \beta^2 + \beta n^{(o)}_{1,2}\vec{n}\,\vec{\tau})} \tag{6}$$

и совпадают с известными выражениями для фазовой и групповой скоростей волны в движущейся изотропной среде [1].

Фазовая и групповая скорости необыкновенной волны не совпадают по направлению, но, как и в случае движущейся изотропной среды [1], проекция групповой скорости на фазовую равна фазовой скорости

$$\vec{V}^{(\mathrm{e})}_{\text{ф}}\vec{V}^{(e)}_{g} = \vec{V}^{(\mathrm{e})2}_{\text{ф}}\,. \tag{7}$$

В движущихся анизотропных средах вектор групповой скорости направлен по нормали к поверхности показателей преломления [4]. При досветовых скоростях движения среды возможны любые направления групповой скорости необыкновенной волны, а при сверхсветовых скоростях движения $\vec{V}^{(e)}_g$ лежат внутри конуса, образующие которого перпендикулярны к соответствующим образующим конической поверхности, «сотканной» из асимптот гипербол, возникающих в результате сечения поверхности показателей преломления *e*-волны плоскостями, проходящими через прямую, вдоль которой движется среда. Уравнение последней, позволяющее сделать некоторые выводы о конусе групповых скоростей, можно получить из условия обращения в ноль знаменателя в выражении определяющем показатель преломления необыкновенной волны в движущейся одноосной среде [3]:

$$\vec{r}(1+(\gamma-1)\vec{\tau}\circ\vec{\tau})(\varepsilon-\varepsilon_o\varepsilon_e\beta^2\vec{\tau}\circ\vec{\tau})(1+(\gamma-1)\vec{\tau}\circ\vec{\tau})\vec{r} = \vec{r}\sigma\vec{r} = 0\,, \tag{8}$$

где $\vec{r}$ – переменный радиус-вектор, совпадающий по направлению с вектором волновой нормали $\vec{n}$.

Проанализируем уравнение (8), считая ε_o и ε_e положительными величинами.

1. *Среда движется вдоль оптической оси* $\vec{c}$. Тензор σ в выражении (8) принимает вид

$$\sigma = \varepsilon_o + \gamma^2\beta^2\varepsilon_o(1-\varepsilon_o)\vec{\tau}\circ\vec{\tau}$$

и является одноосным. $\vec{\tau}$ – собственный вектор тензора σ, а $\lambda_1 = \varepsilon_o\gamma^2(1-\beta^2\varepsilon_o)$ – отвечающее ему собственное значение. Два других собственных вектора могут быть выбраны произвольно, но взаимно ортогонально в плоскости перпендикулярной вектору $\vec{\tau}$. Им соответствуют собственные значения $\lambda_2 = \lambda_3 = \varepsilon_o$. Коническая поверхность возникает при значениях $\beta^2 > 1/\varepsilon_o$ называемых границей черенковской области [5]. Ось конуса направлена вдоль вектора $\vec{\tau}$. Сечение конуса плоскостью ортогональной направлению движения среды является окружностью.

2. *Среда движется перпендикулярно оптической оси* $\vec{c}$. В этом случае

$$\sigma = \varepsilon_o + (\varepsilon_e-\varepsilon_o)\vec{c}\circ\vec{c} + \gamma^2\beta^2\varepsilon_o(1-\varepsilon_e)\vec{\tau}\circ\vec{\tau}.$$

Собственные векторы тензора σ: $\vec{\tau}$, $\vec{c}$ и $[\vec{c}\,\vec{\tau}\,]$; отвечающие им собственные значения равны соответственно $\lambda_1 = \gamma^2\varepsilon_o(1-\beta^2\varepsilon_e)$, $\lambda_2 = \varepsilon_e$, $\lambda_3 = \varepsilon_o$. Конус, с осью направленной по $\vec{\tau}$, образуется при значениях $\beta^2 > 1/\varepsilon_e$. Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, есть эллипс с отношением осей $\rho = \sqrt{\varepsilon_o/\varepsilon_e}$ и осями направленными вдоль векторов $\vec{c}$ и $[\vec{c}\,\vec{\tau}\,]$.

3. *Среда движется под углом* φ *к оптической оси* $\vec{c}$ $(\varphi \neq 0;\ \varphi \neq \pi/2)$.

Векторы $[\vec{c}\,\vec{\tau}\,]$, $\vec{P}_\pm = \vec{\tau} + (2\gamma-1)(\varepsilon_e-\varepsilon_o)(\lambda_\pm - \varepsilon_e - 2(\gamma-1)(\varepsilon_e-\varepsilon_o)(\vec{c}\,\vec{\tau})^2)^{-1}\vec{c}\,\vec{\tau}\circ\vec{c}$ – собственные векторы тензора σ. Собственные значения равны $\lambda_1 = \varepsilon_o$,

$$2\lambda_\pm = G \pm \sqrt{G^2 - 4\gamma^2\varepsilon_o\varepsilon_e(1-\beta^2\varepsilon_o(\vec{c}\,\vec{\tau})^2 - \beta^2\varepsilon_e[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2) - 4(\gamma-1)^2(\varepsilon_e-\varepsilon_o)^2(\vec{c}\,\vec{\tau})^2[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2}$$

где $G = (\varepsilon_e+\gamma^2\varepsilon_o)[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2 + (\varepsilon_o+\gamma^2\varepsilon_e)(\vec{c}\,\vec{\tau})^2 - \gamma^2\beta^2\varepsilon_o\varepsilon_e$. Так как $\varepsilon_o > 0$, то $\lambda_\pm$ должны иметь разные знаки, что возможно, если

$$\gamma^2\varepsilon_o\varepsilon_e(1-\beta^2\varepsilon_o(\vec{c}\,\vec{\tau})^2 - \beta^2\varepsilon_e[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2) + (\gamma-1)^2(\varepsilon_e-\varepsilon_o)^2(\vec{c}\,\vec{\tau})^2[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2 < 0.$$

При этом $\lambda_- < 0$, то есть ось конуса, в котором заключены все возможные векторы $\vec{V}_g^{(e)}$, параллельна вектору $\vec{P}_-$. Конус возникает при значениях $\beta^2 > (\varepsilon_o(\vec{c}\,\vec{\tau})^2 + \varepsilon_e[\vec{c}\,\vec{\tau}]^2)^{-1}$. Вводя тройку векторов $[\vec{c}\,\vec{\tau}]^*$, $\vec{P}_\pm^*$, обратных собственным векторам тензора σ, запишем уравнение эллипса, полученного в результате сечения конуса плоскостью перпендикулярной его оси

$$\vec{R}(\varepsilon_o[\vec{c}\,\vec{\tau}]\circ[\vec{c}\,\vec{\tau}]^* + \lambda_+\vec{P}_+\circ\vec{P}_+^*)\vec{R} = const.$$

Здесь $\vec{R}$ – двумерный радиус-вектор, удовлетворяющий условию $\vec{R}\vec{P}_- = 0$. Оси эллипса направлены вдоль векторов $[\vec{c}\,\vec{\tau}]$ и $\vec{P}_+$, а эллиптичность $\rho = \sqrt{\lambda_+/\varepsilon_o}$.

Проведенный анализ совместно со сведениями о поверхности показателей преломления [3] позволяет построить конус, содержащий векторы групповой скорости необыкновенной волны $\vec{V}_g^{(e)}$. На рисунке 1 приведено соответствующее построение для случая $[\vec{c}\,\vec{\tau}] = 0$.

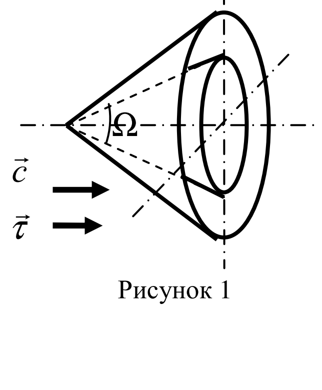

Рисунок 1

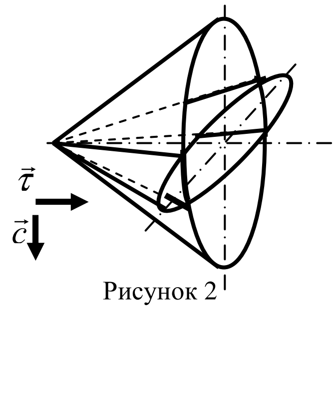

Рисунок 2

С ростом β, от значения $1/\sqrt{\varepsilon_o}$ до 1, угол раствора Ω асимптотического конуса гиперболоида показателей преломления стремиться к π, а угол раствора конуса групповых скоростей стремиться к 0. При $\Omega = \pi / 2$ оба конуса совпадают. Если угол $\Omega < \pi / 2$, то конус из асимптот содержится внутри конуса групповых скоростей, если $\Omega > \pi / 2$, то наоборот. В случае движения среды в направлении перпендикулярном ее оптической оси эллипсы, полученные при сечении конусов плоскостью ортогональной $\vec{\tau}$, ориентированы перпендикулярно друг другу. Один из возможных случаев взаимного расположения этих конусов приведен на рисунке 2.

Список использованных исчтоников

1 Болотовский, Б. М. Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды) / Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров // Эйнштейновский сборник. – М. : Наука, 1976. – С. 179–275.

2 Столяров, С. Н. Граничные задачи электродинамики движущихся сред / С. Н. Столяров // Эйнштейновский сборник. – М. : Наука, 1978. – С. 152–215.

3 Шолох, В. Ф. Плоские электромагнитные волны в движущейся одноосной среде / В. Ф. Шолох, В. В. Вергун. – М., 1981. – Деп. в ВИНИТИ 4.03.81. – №1004–81. – 12 с.

4 Глинский, Г. Ф. Уравнение лучевой поверхности и принцип Ферма в движущихся анизотропных средах / Г. Ф. Глинский // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1980. – Т. 23, № 1. – С. 90–95.

5 Cheng, D. E. Time-harmonic fields in source-free bianisotropic media / D. E. Cheng, J. A. Kong // J. Appl. Phys. – 1968. – Vol. 39, № 12. – P. 5792–5796.