

В.А. Климович (ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)
Науч. рук. **И.А. Концевой**, ст. преподаватель

ГРАДИЕНТНЫЕ СВОЙСТВА ТЕМПЕРАТУРЫ НА ФАЗОВОЙ ГРАНИЦЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО РАСПЛАВА МЕДИ

Процессы высокоскоростной кристаллизации глубоко переохлажденного расплава служат основой перспективных способов получения материалов с новыми функциональными свойствами. В настоящее время в экспериментальных условиях достигнуты скорости роста 20–70 м/с при глубине переохлаждения расплава до 300°К. В данной работе рассматривается рост кристалла из однокомпонентного переохлажденного расплава с позиций теории локально-неравновесного теплопереноса. В общей постановке трехмерная нестационарная задача очень сложна. Здесь мы применяем более простой (полуобратный) подход к проблеме, позволяющий выяснить многие существенные детали процесса формирования теплового поля на поверхности роста кристалла. А именно: рассматриваем фазовую границу стационарной геометрической формы, перемещающуюся с постоянной скоростью. Этот случай характерен для стадии установившегося во времени режима роста. Данная работа продолжает исследования [1, 2] и имеет целью изучить градиентные свойства теплового поля на линии роста.

Релаксационная модель Максвелла переноса тепла в неподвижной среде состоит из уравнения для теплового потока и уравнения баланса энергии:

$$\mathbf{q} + \gamma \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\lambda \text{grad} T, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \text{div} \mathbf{q} = q_v, \quad du(T)/dt = c,$$

где T – температура, $\mathbf{q}(q_1, q_2, q_3)$ – вектор удельного теплового потока; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; q_v – мощность внутренних источников энергии; u – плотность энергии. В трехмерном пространстве (x, y, z) фазовую границу (ФГ) кристаллизации моделируем поверхностью сильного разрыва теплового поля. На поверхности сильного разрыва $f(x, y, z, t) = 0$ условия динамической совместности получаем обычным образом:

$$N(u_j - u_*) - Q = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_j - (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_*, \quad (\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})_j = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})_*, \quad (\mathbf{q} \cdot \mathbf{b})_j = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{b})_*, \quad (1)$$

$$N = -\frac{\partial f / \partial t}{|\text{grad}f|}, \quad Q = L \left(N + \gamma_j \frac{dN}{dt} \right).$$

Здесь (1) – баланс энергии на ФГ и условия непрерывности касательных и бинормальных к ФГ компонент вектора теплового потока; L – теплота фазового перехода единицы объема вещества; $N = N\mathbf{n}$ – скорость перемещения ФГ. Звездочкой отмечены параметры расплава; индекс j указывает, что значение функции определено на правой стороне разрыва, в твердой фазе. Подробности вывода и обсуждение соотношений (1) даны в [1]. Отметим, что при записи формул (1) используется ортогональный базис \mathbf{s} , \mathbf{n} , \mathbf{b} , соответствующий касательной, главной нормали и бинормали к поверхности ФГ, рисунок 1.

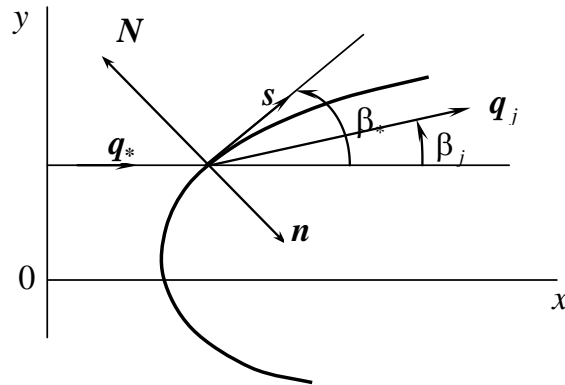


Рисунок 1 – Основные геометрические параметры фазовой границы кристаллизации

В работах [1, 2] получены в явном виде выражения нормальных производных $\partial T / \partial n$, $\partial q_n / \partial n$, $\partial q_s / \partial n$. Здесь эти формулы не приводятся.

Обсудим результаты расчетов кристаллизации меди. Были приняты следующие значения теплофизических параметров:

$$\begin{aligned} T_c &= 1357 \text{ К}; T_* = 1177 \text{ К}; L = 1.77 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3; \\ c &= 4.17 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}; U = 1.351 \text{ Дж/м}^2; \\ \lambda &= 317 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \gamma = 4.557 \cdot 10^{-8} \text{ с}. \end{aligned}$$

На рисунке 2 показаны градиентные свойства нормальной и касательной составляющих теплового потока в зависимости от поперечной координаты y (левый столбец). Правый столбец демонстрирует зависимость этих же величин от квадрата теплового числа Маха $M^2 = N^2 / w_j^2$, $w_j^2 = \lambda_j / (c_j \gamma_j)$. Верхнему/ нижнему обозначению вер-

тикальной оси соответствует верхняя/ нижняя линия графика на плоскости рисунка.

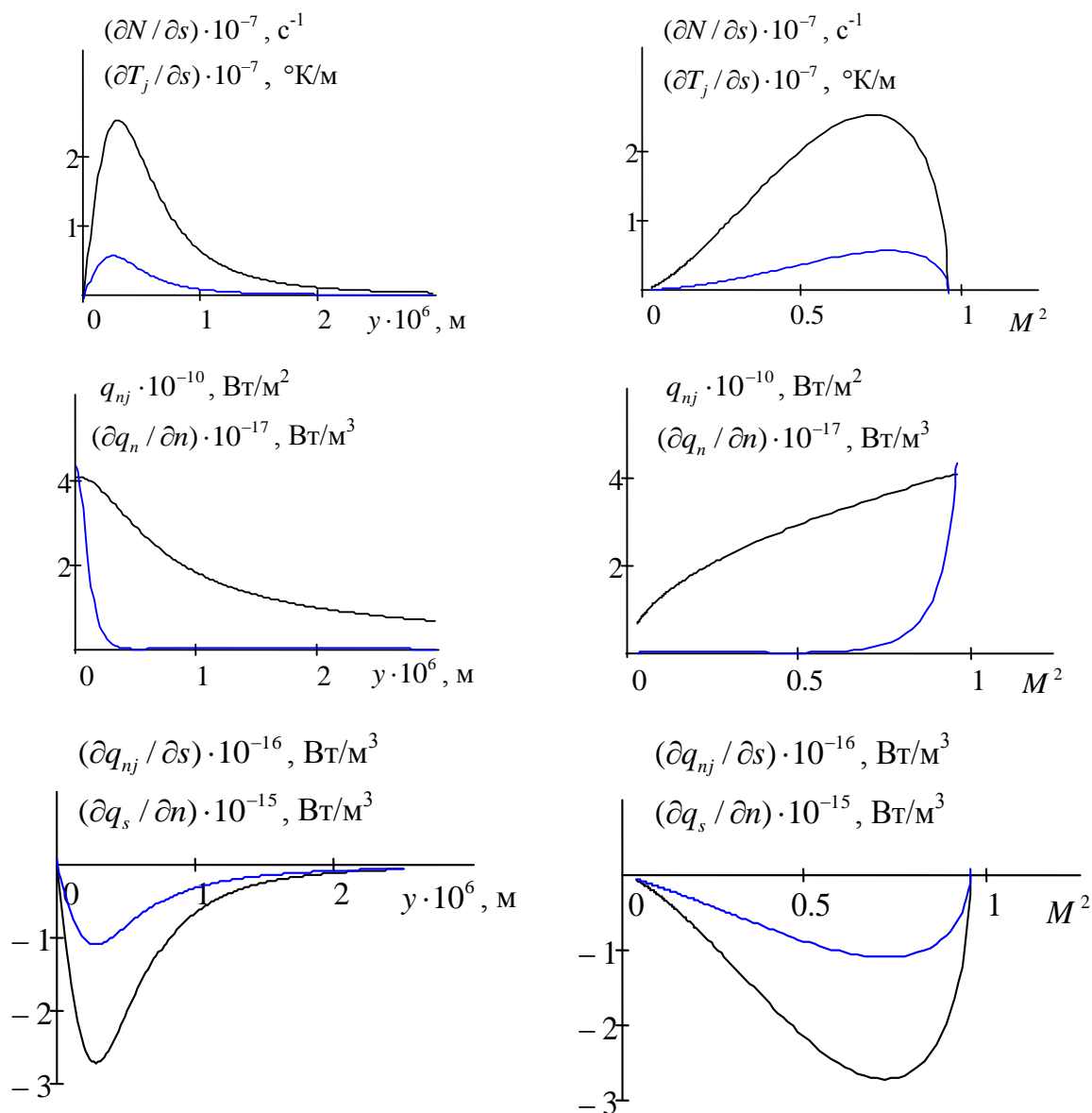


Рисунок 2 – Структура пространственной неоднородности теплового потока в конечной окрестности вершины дендрита

Числовые значения входных параметров процесса кристаллизации в значительной степени влияют на поведение теплового потока в нормальном и касательном к фазовой границе направлениях. Обнаружено, что по мере возрастания кривизны на вершине дендрита резко увеличивается нормальная к поверхности роста компонента теплового потока. Работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии». Научный руководитель проекта профессор О.Н. Шабловский.

Литература

1. Шабловский, О.Н. Тепловая градиентная катастрофа и рост двумерного свободного дендрита в переохлажденном расплаве / О.Н. Шабловский // Прикладная физика. – 2007. – №3. – С. 29–37.

2. Шабловский, О.Н. Локально-неравновесные свойства фазовой границы высокоскоростной кристаллизации переохлажденного расплава. Часть 1. Трансзвуковой переход на линии роста / О.Н. Шабловский, Д.Г. Кроль, И.А. Концевой // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого: научно-практический журнал. – 2017. – № 2. – С. 71-79.

А.Д. Коральков (МГПУ имени И.П. Шамякина, Мозырь),
Я.А. Войнова (Институт физики НАН Беларуси, Минск)
Науч. рук. **Е.М. Овсюк**, канд. физ.-мат. наук, доцент

НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЧАСТИЦА СО СТРУКТУРОЙ ДАРВИНА–КОКСА В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ, СПЕЦИАЛЬНЫЙ КЛАСС РЕШЕНИЙ

В работе обобщенное уравнение Шредингера для частицы со структурой Дарвина–Кокса, учитывающее распределение заряда частицы по сфере конечного радиуса, исследуется с учетом внешнего кулоновского поля. Опуская технические детали, касающиеся общей структуры обобщенного уравнения [1, 2] и вычислений, связанных с разделением переменных, исходим из явного вида получаемого радиального уравнения ($l = 0, 1, \dots$):

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \left[-\frac{4x^3}{x^4 + \Gamma^2} + \frac{6}{x} \right] \frac{dR}{dx} + \left[2\varepsilon + \frac{2\alpha}{x} - \frac{l(l+1)}{x^2} + \frac{4\Gamma}{x^3} + \frac{\Gamma^2(2\varepsilon - 1)}{x^4} + \frac{2\alpha\Gamma^2}{x^5} - \frac{\Gamma^2 l(l+1)}{x^6} - \frac{4x\Gamma}{x^4 + \Gamma^2} \right] R = 0, \quad (1)$$

где все величины безразмерные (Γ – параметр Кокса):

$$\varepsilon = \frac{E}{mc^2}, \quad r \frac{mc}{\hbar} = x, \quad \frac{1}{mc^2} \frac{e^2}{r} = \frac{\alpha}{x}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}, \quad \gamma \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} = \Gamma.$$

В (1) имеем уравнение с 4 регулярными особыми точками:

$$e^{+i\pi/4} \sqrt{\Gamma} = \sigma, \quad -e^{+i\pi/4} \sqrt{\Gamma}, \quad e^{-i\pi/4} \sqrt{\Gamma}, \quad -e^{-i\pi/4} \sqrt{\Gamma}$$