

## ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

по дисциплине «Основы высшей алгебры»

1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»

1. Множество целых чисел (основные аксиомы и свойства).
2. Принцип математической индукции. Принцип Дирихле.
3. Делимость целых чисел. Свойства операции деления.
4. Теорема Евклида о делимости целых чисел.
5. Наибольший общий делитель (НОД). Нахождение НОД по алгоритму Евклида.
6. Наименьшее общее кратное (НОК), его свойства и вычисление.
7. Взаимно простые числа. Критерий взаимной простоты.
8. Линейные диофантовые уравнения. Понятие частного и общего решения.
9. Матричный метод решения линейных диофантовых уравнений.
10. Простые числа и их свойства.
11. Основная теорема арифметики и ее следствия.
12. Сравнение целых чисел по натуральному модулю. Основные свойства сравнений.
13. Классы вычетов по модулю. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов.
14. Функция Эйлера и ее свойства.
15. Формула для вычисления функции Эйлера. Примеры.
16. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма.
17. Сравнения первой степени. Теорема о разрешимости сравнений первой степени и ее следствия.
18. Системы сравнений первой степени. «Китайская» теорема об остатках.
19. Основные понятия криптографии. Шифры перестановки.
20. Шифры замены. Шифр Виженера.
21. Криптосистема RSA.
22. Общее определение алгебры. Сигнатура и тип алгебр. Полугруппа.
23. Определение группы. Общие свойства групп. Группы классов вычетов.
24. Определение подгруппы. Смежные классы и их свойства.
25. Теорема Лагранжа и ее следствия.
26. Циклические группы. Основные свойства циклических групп.
27. Симметрические группы. Основные свойства симметрических групп.
28. Циклы и транспозиции. Теорема о разложимости подстановок по циклам.
29. Знакопеременная подгруппа группы подстановок и ее свойства.
30. Классы сопряженных элементов группы и их свойства.
31. Нормальная подгруппа и ее свойства. Фактор-группа.
32. Гомоморфизмы групп и их свойства.
33. Ядро гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме.

34. Изоморфизмы групп. Теорема Кэли.
35. Кольца, их основные типы и свойства. Примеры колец.
36. Мультипликативная группа кольца. Делители нуля.
37. Область целостности, тело и поле. Основные свойства полей. Примеры полей.
38. Подкольца, подполя. Идеалы колец, их виды.
39. Фактор-кольца и их свойства. Примеры фактор-колец.
40. Центр кольца и его свойства.
41. Гомоморфизмы колец и их основные свойства. Примеры гомоморфизмов колец.
42. Характеристика кольца. Примеры колец различных характеристик.
43. Минимальные поля нулевой и ненулевой характеристик.
44. Линейные системы над полем.
45. Кольцо полиномов от одной переменной над полем, его свойства.
46. Делимость полиномов. НОД и НОК полиномов. Взаимно простые полиномы.
47. Неприводимость над полем и теорема о разложении на множители в кольце полиномов.
48. Каноническое разложение полинома. Корни полинома и их кратность.
49. Теорема Безу и ее следствия.
50. Основная теорема алгебры, ее следствия. Структура неприводимых полиномов над полем.