

УДК 548.232.4

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВОЗМУЩЕННОЙ ЛИНИИ РОСТА ДЕНДРИТА ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ИЗ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО ЧИСТОГО РАСПЛАВА

О. Н. ШАБЛОВСКИЙ, Д. Г. КРОЛЬ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Изучено уравнение роста кристалла, содержащее информацию об отклонении температуры фазовой границы от ее равновесного значения и учитывающее неоднородность переохлаждения вдоль линии роста. Получены соотношения устойчивости начального состояния вершины дендрита, характеризующие взаимосвязь между режимом эволюции во времени линии роста и морфологическими свойствами возмущенной вершины. Вычислены скорости волн возмущения. Представлена структура изолиний параметров начального состояния носика дендрита. На вершине дендрита рассмотрены аperiodический и периодический по времени режимы возмущения скорости и кривизны линии роста. Обнаружено, что при росте частоты колебаний по времени происходит последовательная смена режимов возмущения по отношению к поперечной координате: «периодический процесс затухания» – «гармонические колебания» – «неустойчивость по резонансному типу». Даны оценки скорости волн, бегущих вдоль линии роста и возбуждающих боковую ветвь дендрита. Представлены результаты численных расчетов для чистых расплавов никеля и меди.

Ключевые слова: кристаллизация, рост дендрита, граница «твердое тело–жидкость», морфологический переход.

DYNAMIC PROPERTIES OF PERTURBED DENDRITE GROWTH LINE DURING CRYSTALLIZATION FROM SUPERCOOLED PURE MELT

O. N. SHABLOVSKY, D. G. KROL

*Educational Institution “Sukhoi State Technical University
of Gomel”, the Republic of Belarus*

The article considers the crystal growth equation containing information on deviation of phase boundary temperature from its equilibrium value and taking into account non-uniformity of supercooling along growth line. The ratios of stability of the initial state of the dendrite vertex are obtained, characterizing the relationship between the mode of evolution in time of the growth line and morphological properties of the perturbed vertex. Perturbation wave velocities are calculated. The article presents the structure of isolines of parameters of initial state of dendrite spout. Aperiodic and time-periodic modes of speed disturbance and curvature of the growth line are considered at the top of the dendrite. It was found that when the oscillation frequency increases over time, the disturbance modes in relation to the transverse coordinate are changed sequentially: “periodic attenuation process” – “harmonic oscillations” – “resonance-type instability”. Estimates of speed of waves running along growth line and exciting side branch of dendrite are given. The results of numerical calculations presented for pure melts of nickel and copper.

Keywords: crystallization, dendrite growth, solid-liquid boundary, morphological transition.

Введение

Проблема роста кристалла из переохлажденного расплава чистого вещества имеет следующий важный аспект: морфологические свойства фронта кристаллизации и возникновение боковых ветвей дендрита. Современное состояние теоретических и экспериментальных исследований дендритообразования представлено в статьях [1]–[6].

Рост поверхности свободного дендрита характеризуется высокой степенью нестационарности. По мере увеличения переохлаждения однокомпонентного расплава усиливается роль локально-неравновесного теплопереноса, поэтому при формулировке исходной задачи применяется релаксационная модель Максвелла, а математической моделью фазовой границы кристаллизации служит поверхность сильного разрыва, на которой выполнены условия динамической совместности. Предвестниками неустойчивости макроскопических форм поверхности роста служат изломы, изгибы, складки, генерирующие возмущение кривизны исходной поверхности.

Цель данной работы: проанализировать устойчивость/неустойчивость возмущенного состояния дендрита и определить взаимосвязи между пространственно-временными параметрами его вершины.

Уравнение роста дендрита

Рассмотрим двухмерный плоский случай. Фазовую границу кристаллизации (ФГК) моделируем плоской линией сильного разрыва $x - F(y, t) = 0$. Средняя кривизна этой границы равна $K = (\partial^2 F / \partial y^2) / G^3$, $G = (1 + (\partial F / \partial y)^2)^{1/2}$. Здесь координата x направлена вдоль оси симметрии в сторону твердой фазы; y – поперечная декартова координата. Для дальнейших рассуждений важное значение имеет угол θ , который образует нормаль \mathbf{n} границы с осью x : $\cos \theta = 1 / G$. Фазовая граница кристаллизации перемещается со скоростью N справа налево ($N = N\mathbf{n}$, $N < 0$), и на ее вершине $\partial F / \partial y = 0$, $\cos \theta = 1$. По мере удаления от вершины $\cos \theta$ монотонно убывает: $\cos \theta \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow \pi / 2$. Угол заострения линии роста равен $\theta_1 = (\pi / 2) - \theta$ (рис. 1).

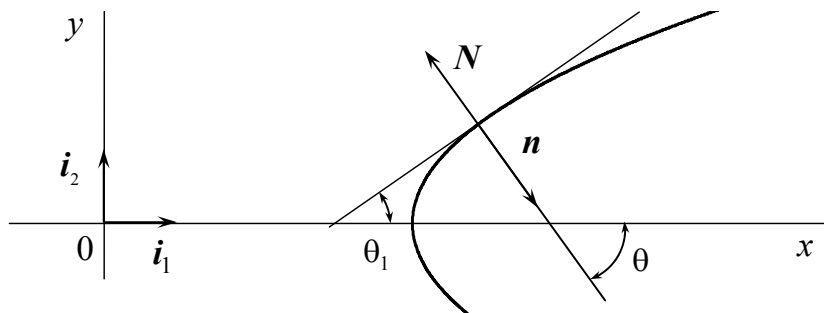


Рис. 1. Угол θ_1 заострения линии роста

На ФГК имеем следующие три условия:

I. Баланс энергии:

$$q_j = N(c_j T_j - c_* T_*) + NT_c(c_* - c_j) - Q, \quad Q = L \left(N + \gamma_j \frac{\partial N}{\partial t} \right),$$

который является следствием интегрального закона сохранения энергии. Здесь звездочкой отмечены параметры расплава перед ФГК; индекс j указывает, что значение функции определено на правой стороне сильного разрыва, в твердой фазе; c – объемная теплоемкость; q_j – нормальная к границе составляющая вектора теплового потока; расплав находится в однородном отрелаксировавшем состоянии: $q_* \equiv 0$, $T_* \equiv \text{const}$. Теплофизические свойства расплава и кристалла берем постоянными. Это допущение оправдано тем, что относится к уже сформировавшемуся сильному разрыву.

II. Известная кинетическая связь $|N| = \mu(T_e - T_j)$, $T_e = T_c[1 - (UK/L)]$, определяющая нормальный механизм роста из расплава. Здесь T_e – температура равновесия между твердой и жидкой фазами.

III. Отклонение температуры кристалла T_j от равновесного значения T_c постулируем в следующей форме [7], [8]: $(T_c - T_j) = (\cos\theta)^\delta B$, $\delta > 0$, где $B \equiv \text{const}$ либо $B = B(t)$, $t \geq 0$. Параметр δ характеризует неоднородность переохлаждения на ФГК. Для аналитических расчетов наиболее удобны целые нечетные значения δ . Данная связь означает, что проявления неравновесных свойств температуры T_j в основном локализованы в окрестности вершины $\theta = 0$. Величина $B = T_c - T_j(\theta = 0)$ – это переохлаждение на вершине дендрита. Чем больше δ , тем отчетливее проявляется переход температуры T_j к равновесному значению T_c .

Изучим вариант $\delta = 3$ для плоской фазовой границы. Уравнение роста $N \equiv (\partial F / \partial t) / G = -\mu(T_e - T_j)$ с учетом записанных выше соотношений принимает вид [8]:

$$\partial^2 F / \partial y^2 = \alpha B + \varphi(\partial F / \partial t) [1 + (\partial F / \partial y)^2], \quad \alpha = L / (UT_c), \quad \varphi = \alpha / \mu. \quad (1)$$

Числовые расчеты выполнены для никеля и меди. Входные параметры:

– никель, Ni: $\Delta T = 166$ К, $|N| = 5,3$ м/с, $T_c = 1728$ К, $L = 2,14 \cdot 10^9$ Дж/м³, $c = 5,62 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $\lambda = 69$ Вт/(м·К), $U = 1,81$ Дж/м², $\mu = 9,53$ м/(К·с);

– медь, Cu: $\Delta T = 180$ К, $|N| = 11,0$ м/с, $T_c = 1357$ К, $L = 1,77 \cdot 10^9$ Дж/м³, $c = 4,17 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $\lambda = 317$ Вт/(м·К), $U = 1,35$ Дж/м², $\mu = 10,056$ м/(К·с).

Масштабы величин: $y_b = 10^{-6}$ м, $t_b = 10^{-7}$ с. Расчеты проведены в безразмерных переменных.

Возмущенное состояние вершины дендрита

Построим на основе (1) плоский стационарный контур, скорость перемещения которого не зависит от времени:

$$F(y, t) = A_1 t + A_2(y), \quad A_1 \equiv \text{const} < 0, \quad (2)$$

$$A_2(y) = \frac{1}{a^2} \ln \left(\frac{1+E}{2} \right) - \frac{b}{a} y, \quad E = \exp(2aby), \quad \frac{dA_2(y)}{dy} \equiv A(y) = \frac{b(E-1)}{a(E+1)},$$

$$a = (-\varphi A_1)^{1/2} > 0, \quad b = (\alpha B + \varphi A_1)^{1/2} > 0, \quad -\mu B < A_1 < 0.$$

Это решение удовлетворяет условиям на оси симметрии $y = 0$: $A_2 = 0$, $dA_2 / dy = 0$.

Выполнив линеаризацию

$$F(y, t) = A_1 t + A_2(y) + f(y, t),$$

где $f(y, t)$ – малое возмущение стационарного контура, получаем на основе (1), (2) уравнение

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \varphi(1 + A^2) \frac{\partial f}{\partial t} + 2A_1 \varphi A \frac{\partial f}{\partial y}.$$

Решение строим в виде

$$f(y, t) = [B_2(y) \sin kt + D_2(y) \cos kt] \exp(rt), \quad t \geq 0; \quad r < 0, \quad k \geq 0, \quad y \geq 0; \quad (3)$$

$$\frac{1}{\varphi} \frac{d^2 B_2}{dy^2} = (1 + A^2)(B_2 r - D_2 k) + 2A_1 A \frac{dB_2}{dy}; \quad (4)$$

$$\frac{1}{\varphi} \frac{d^2 D_2}{dy^2} = (1 + A^2)(B_2 k + D_2 r) + 2A_1 A \frac{dD_2}{dy}. \quad (5)$$

Обсудим поведение решения системы (4), (5) в окрестности вершины $y = 0$, где $E(y)$ мало отличается от единицы, и тогда $A(y) \cong 0$:

$$\frac{d^2 B_2}{dy^2} = r\varphi B_2 - k\varphi D_2, \quad \frac{d^2 D_2}{dy^2} = k\varphi B_2 + r\varphi D_2.$$

Отсюда выводим одно дифференциальное уравнение 4-го порядка:

$$\frac{d^4 B_2}{dy^4} - 2\varphi r \frac{d^2 B_2}{dy^2} + \varphi^2 (k^2 + r^2) B_2 = 0.$$

Действуя стандартным образом, решение берем в виде $B_2 y = \exp(yZ)$ и получаем характеристическое уравнение

$$Z^4 - 2\varphi r Z^2 + \varphi^2 (k^2 + r^2) = 0,$$

которое определяет корни $Z = Z_1 + iZ_2$. Результатом вычислений является следующее общее решение:

$$B_2(y) = (C_1 \cos Z_2 y + C_3 \sin Z_2 y) \exp(y n_1) + (C_2 \cos Z_2 y + C_4 \sin Z_2 y) \exp(-y n_1); \quad (6)$$

$$Z_1 = \pm n_1, \quad n_1 = \left(\frac{\varphi}{2}\right)^{1/2} \left[r + \sqrt{k^2 + r^2}\right]^{1/2}, \quad Z_2 = \left(\frac{\varphi}{2}\right)^{1/2} \frac{k}{\left[r + \sqrt{k^2 + r^2}\right]^{1/2}}, \quad r \neq 0, \quad k > 0;$$

$$D_2 = \frac{r}{k} B_2 - \frac{1}{k\varphi} \frac{d^2 B_2}{dy^2}. \quad (7)$$

Здесь C_1, C_2, C_3, C_4 – произвольные постоянные. С учетом начальных условий

$$y = 0, \quad B_2 = B_2^0, \quad D_2 = D_2^0, \quad (dB_2/dy) = B_2^1, \quad (dD_2/dy) = D_2^1$$

записываем линейные алгебраические уравнения, определяющие эти константы:

$$C_1 + C_2 = B_2^0,$$

$$C_1(n_1^2 - Z_2^2) + C_2(n_1^2 - Z_2^2) + 2n_1 Z_2 C_3 - 2n_1 Z_2 C_4 = \left(\frac{r}{k} B_2^0 - D_2^0\right) k\varphi,$$

$$C_1 n_1 - C_2 n_2 + C_3 Z_2 + C_4 Z_2 = B_2^1,$$

$$C_1 n_1 (n_1^2 - 3Z_2^2) - C_2 n_1 (n_1^2 - 3Z_2^2) + C_3 Z_2 (3n_1^2 - Z_2^2) + C_4 Z_2 (3n_1^2 - Z_2^2) = \left(\frac{r}{k} B_2^1 - D_2^1 \right) k \varphi.$$

Определитель этой системы ненулевой:

$$\Delta = 16n_1^2 Z_2^2 (n_1^2 + Z_2^2).$$

Из (6) ясно, что в окрестности вершины решение устойчивое по координате y , если $C_1 = 0$, $C_3 = 0$. В результате расчетов имеем:

$$C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad C_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta};$$

$$\frac{\Delta_1}{4n_1 Z_2^2} = B_2^0 2n_1 (n_1^2 + Z_2^2) + B_2^1 (-\varphi r + 3n_1^2 - Z_2^2) + D_2^1 k \varphi; \quad (8)$$

$$\frac{\Delta_3}{4n_1 Z_2} = B_2^0 [r \varphi (n_1^2 + Z_2^2) - n_1^4 + Z_2^4] - D_2^0 k \varphi (n_1^2 + Z_2^2) + B_2^1 [n_1 r \varphi - n_1 (n_1^2 - 3Z_2^2)] - D_2^1 n_1 k \varphi. \quad (9)$$

Два соотношения устойчивости $\Delta_1 = 0$, $\Delta_3 = 0$ связывают между собой четыре константы B_2^0 , D_2^0 (параметры формы носика дендрита) и B_2^1 , D_2^1 (параметры, определяющие угол заострения линии роста). Следовательно, любые две из этих констант, входящих в устойчивое решение (6), могут быть выбраны произвольно.

Условия $\Delta_1 = 0$, $\Delta_3 = 0$ демонстрируют хорошо выраженную взаимосвязь между режимом эволюции во времени линии роста (параметры r и k) и пространственными (морфологическими) свойствами возмущенной вершины дендрита (параметры B_2^0 , D_2^0 , B_2^1 , D_2^1). Из совместного рассмотрения формул (3) и (6) ясно, что элементами структуры возмущения $f(y, t)$ являются комплексы вида:

$$\exp(rt \pm yn_1), \quad \cos Z_2 y \sin kt, \quad \sin Z_2 y \cos kt; \quad r \neq 0, \quad k > 0.$$

Это значит, что возмущение $f(y, t)$ содержит в качестве аргументов две волновые координаты:

$$rt \pm yn_1, \quad kt \pm yZ_2.$$

Скорости распространения этих волн

$$\bar{N}_1 = \frac{|r|}{n_1} = \frac{|r|}{(\varphi/2)^{1/2} (r + \sqrt{k^2 + r^2})^{1/2}}, \quad \bar{N}_2 = \frac{k}{Z_2} = \frac{(r + \sqrt{k^2 + r^2})^{1/2}}{(\varphi/2)^{1/2}}.$$

удовлетворяют связи $\bar{N}_1^2 \bar{N}_2^2 = 4r^2 / \varphi^2$.

Начальное состояние вершины дендрита

Рассмотрим следующие параметры начального состояния возмущенного носика дендрита:

– возмущение угла заострения $\delta\theta_1 = \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_{t=0, y=0} = D_2^1;$

– этот термин мы применяем для краткости: строго говоря, здесь вычисляется возмущение $\text{ctg}\theta_1;$

– возмущение кривизны $\delta K = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)_{t=0, y=0} = \varphi(kB_2^0 + rD_2^0);$

– возмущение угловой скорости касательной к линии роста $\delta\omega = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial t} \right)_{t=0, y=0} = kB_2^1 + rD_2^1;$

– возмущение углового ускорения касательной к линии роста $\delta\varepsilon = \left(\frac{\partial^3 f}{\partial y \partial t^2} \right)_{t=0, y=0} = 2krB_2^1 + (r^2 - k^2)D_2^1.$

На рис. 2 и 3 для никеля на плоскости (r, k) построены изолинии перечисленных четырех возмущений.

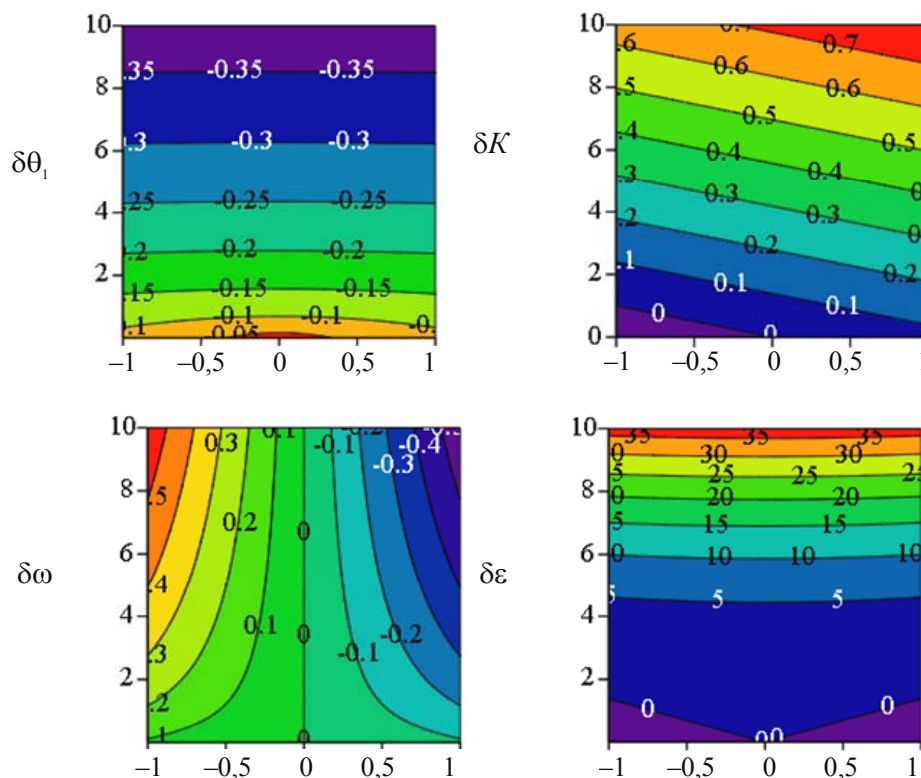


Рис. 2. Никель. Изолинии – на плоскости (r, k) – параметров начального состояния носика дендрита. Входные параметры: $\alpha = 6,842 \cdot 10^5 (\text{К} \cdot \text{м})^{-1}$, $\varphi = 7,18 \cdot 10^4 \text{с}/(\text{м}^2)$, $D_2^0 = 0,1$, $B_2^0 = 0,1$

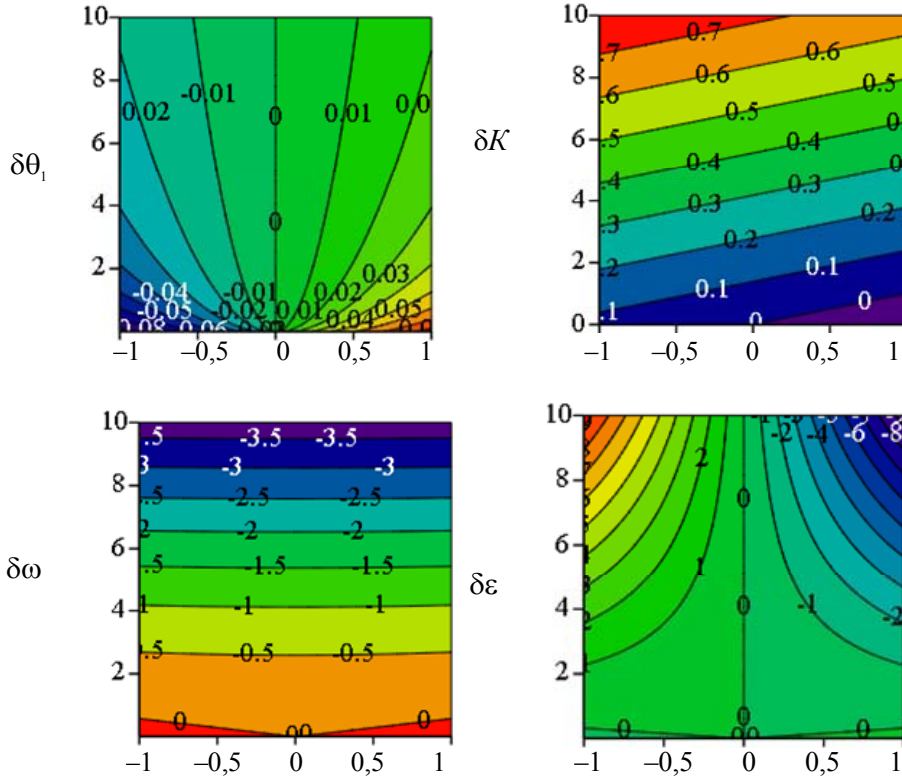


Рис. 3. Никель. Изолинии – на плоскости (r, k) – параметров начального состояния носика дендрита. Входные параметры: $\alpha = 6,842 \cdot 10^5 (\text{K} \cdot \text{м})^{-1}$, $\varphi = 7,18 \cdot 10^4 \text{ c}/(\text{м}^2)$, $D_2^0 = -0,1$, $B_2^0 = 0,1$

Расчеты выполнены при переохлаждении расплава $\Delta T = 166 \text{ K}$ при различающихся друг от друга начальных состояниях носика (параметр D_2^0). Знак номера изолинии указывает направление эволюции возмущения. Структуры изолиний $\delta\omega = \text{const}$ и $\delta\varepsilon = \text{const}$ весьма чувствительно реагируют на изменение знака параметра D_2^0 .

Колебания вершины дендрита

На основе соотношений (3)–(5) будем рассматривать аperiodический и периодический по времени режимы возмущения вершины дендрита, когда испытывают возмущение кривизна и скорость роста. Аperiodическое возмущение имеет вид:

$$k = 0, \quad f(y, t) = D_2(y) \exp(rt),$$

$$\frac{d^2 D_2}{dy^2} = \varphi \left[(1 + A^2) D_2 r + 2 A_1 A \frac{dD_2}{dy} \right], \quad y = 0, \quad D_2(0) = D_2^0; \quad dD_2/dy = 0.$$

Если $D_2^0 > 0$, то носик дендрита вытянут вперед (в направлении роста), если $D_2^0 < 0$, то в начальном состоянии ($t = 0$) носик втянут внутрь. Периодическое ($k > 0$) возмущение (3) определяется решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4), (5) с начальными условиями $y = 0$, $D_2 = D_2^0$, $B_2 = B_2^0$, $dD_2/dy = 0$, $dB_2/dy = 0$.

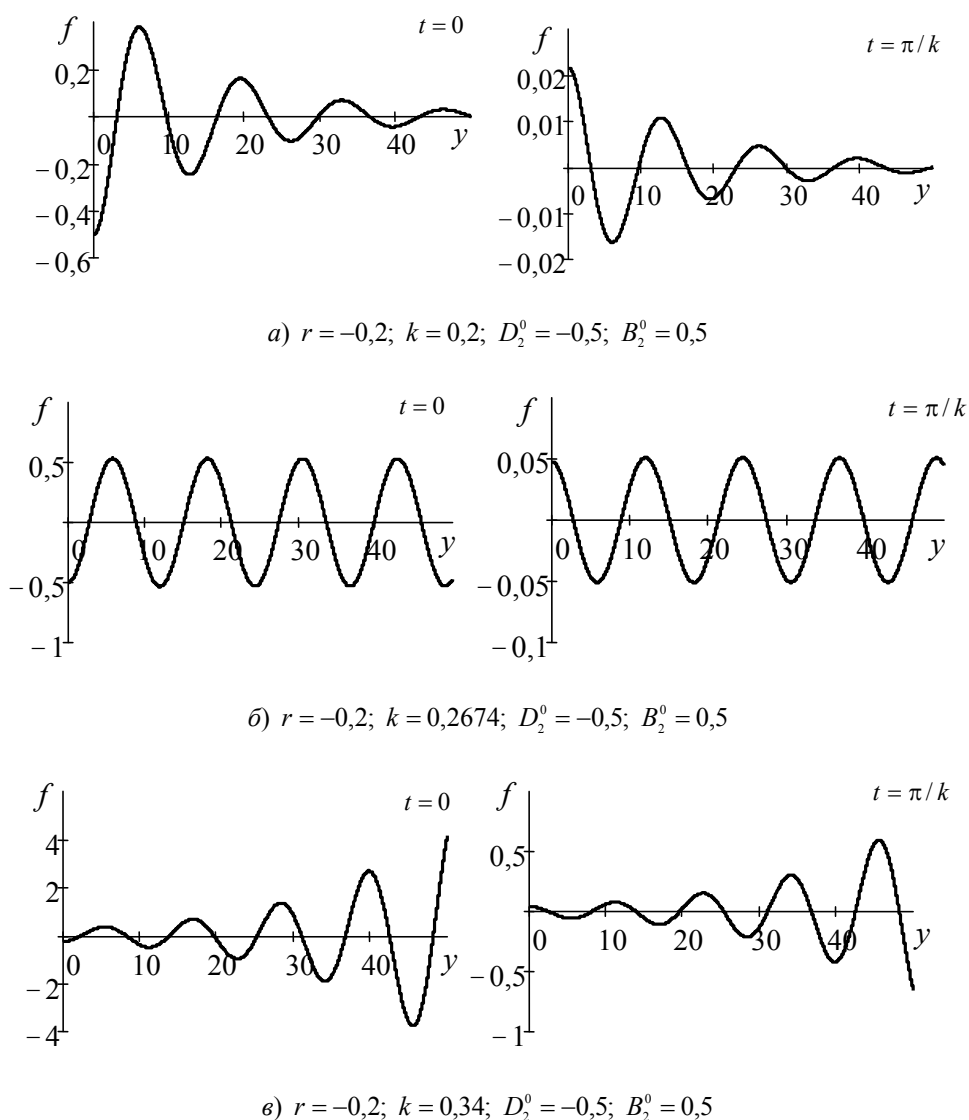


Рис. 4. Никель. Затухающий периодический (а), гармонический (б) и неустойчивый по резонансному типу (в) режимы возмущения линии роста

Сопоставление рис. 4, а, б, в говорит о том, что при фиксированных значениях параметра затухания r частота k колебаний по времени принципиальным образом влияет на характер поведения возмущения $f(y, t)$ по отношению к координате y . А именно: наблюдается последовательная смена режимов «периодический процесс затухания» – «гармонические колебания» – «резонансная неустойчивость». На рис. 5 дан пример аperiodической устойчивости по времени, существующей на фоне затухающих периодических возмущений по координате.

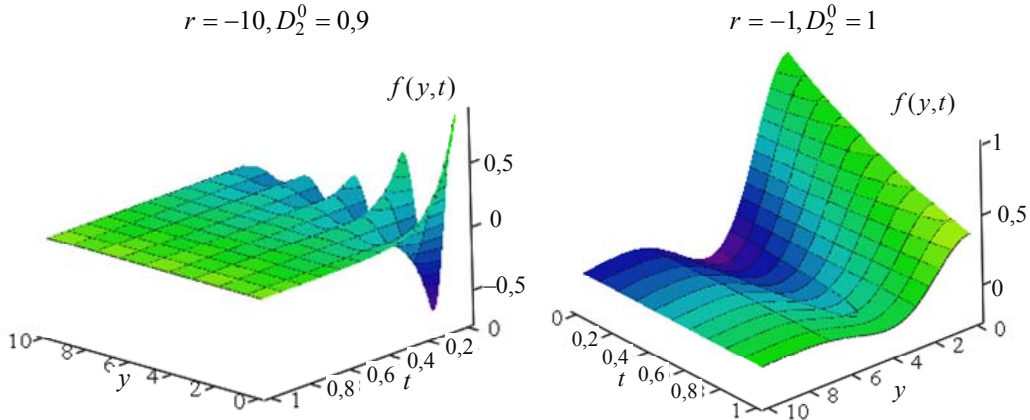


Рис. 5. Медь. Возмущенное состояние вершины дендрита – аперриодическая устойчивость по времени

Формирование боковой ветви

Перейдем к анализу системы уравнений (4), (5) при больших $y \gg 1$, когда $(E - 1)/(E + 1) \cong 1$, т. е. $A \cong (b/a) \cong \text{const}$. В этом случае имеем:

$$\frac{d^2 B_2}{dy^2} = \alpha_1 (B_2 r - D_2 k) - 2\varphi_1 \frac{dB_2}{dy}, \quad \frac{d^2 D_2}{dy^2} = \alpha_1 (B_2 k + D_2 r) - 2\varphi_1 \frac{dD_2}{dy}, \quad (10)$$

$$\alpha_1 = \alpha B / (-A_1) > 0, \quad \varphi_1 = -\varphi A_1 b / a > 0.$$

Аперриодический по времени режим [$k = 0$, см. (3)] приводит при $r < 0$ к обычному уравнению затухающих колебаний: затухание по координате y происходит в периодическом режиме, если $\varphi_1^2 + \alpha_1 r < 0$; процесс затухания аперриодический, если $\varphi_1^2 + \alpha_1 r > 0$. Таким образом, эти два неравенства дают оценки параметра затухания r , для которого устойчивость по времени [$r < 0$; $\exp(rt) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$] соотносится с устойчивостью по координате y . Ситуация меняется при $r > 0$: теперь неустойчивость по времени [$\exp(rt) \rightarrow \infty, t \rightarrow \infty$] соотносится с неустойчивостью по координате. Функция $B_2(y)$ определяется из дифференциального уравнения четвертого порядка [см. (10)]:

$$\frac{d^4 B_2}{dy^4} + 4\varphi_1 \frac{d^3 B_2}{dy^3} + (4\varphi_1^2 - 2\alpha_1 r) \frac{d^2 B_2}{dy^2} - 4\alpha_1 \varphi_1 r \frac{dB_2}{dy} + \alpha_1^2 (k^2 + r^2) B_2 = 0.$$

Частное решение ищем в виде $B_2(y) = \exp(yZ)$, и получаем характеристическое уравнение $Z^4 + 4\varphi_1 Z^3 + (4\varphi_1^2 - 2\alpha_1 r) Z^2 - 4\alpha_1 \varphi_1 r Z + \alpha_1^2 (k^2 + r^2) = 0$. Корень этого уравнения запишем в виде $Z = Z_1 + iZ_2$, а затем выделим действительную и мнимую части. В результате находим:

$$r = \frac{Z_1(Z_1^2 - Z_2^2) + \varphi_1(3Z_1^2 - Z_2^2) + 2\varphi_1^2 Z_1}{\alpha_1(\varphi_1 + Z_1)}, \quad g_2 = Z_1^2 - Z_2^2, \quad h_2 = 2Z_1 Z_2, \quad (11)$$

$$k^2 + r^2 = \frac{1}{\alpha_1^2} [4\alpha_1 \varphi_1 Z_1 r + 2\alpha_1 Z_2 r - 4\varphi_1^2 g_2 - 4\varphi_1 g_3 - g_4],$$

$$g_3 = Z_1(Z_1^2 - 3Z_2^2), \quad h_3 = Z_2(3Z_1^2 - Z_2^2), \quad g_4 = g_2^2 - h_2^2, \quad h_4 = 2g_2 h_2.$$

Возмущение $f(y, t)$ содержит в качестве аргументов волновые координаты $yZ_1 + rt$, $yZ_2 \pm kt$. Скорость $N_1 = -r/Z_1 > 0$ вычисляется при $r < 0$, $Z_1 > 0$, а для скорости $N_2 = k/Z_2$ следует принять $k > 0$, $Z_2 > 0$. Таким образом, Z_1 – параметр затухания по координате y , Z_2 – частота колебаний по y . Условие $r < 0$ дает неравенство $Z_1^2 + 2\varphi_1 Z_1 < Z_2^2$. Именно в этом случае существуют бегущие волны со скоростями перемещения N_1 и N_2 , и на фоне затухающих по времени колебаний линии роста $[r < 0, \exp(rt) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty]$ эти волны возбуждают боковую ветвь дендрита: $Z_1 > 0$, $\exp(yZ_1) \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$. На рис. 6 показаны зависимости скоростей N_1 и N_2 от параметров r, k , характеризующих поведение возмущения по времени t .

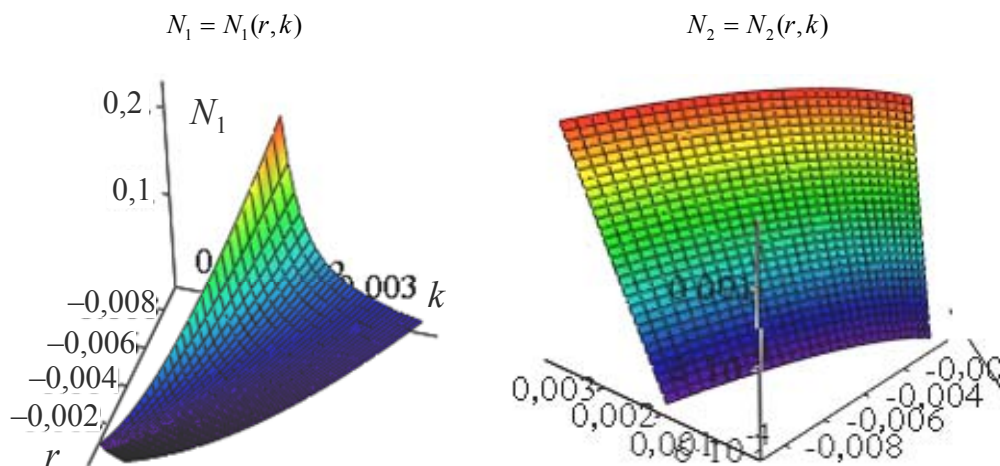


Рис. 6. Никель. Свойства скоростей волн возбуждения боковой ветви линии роста. $D_2^0 = 0,1$; $B_2^0 = 0,1$

Пусть $r = 0$, т. е. линия роста гармонически колеблется по t с частотой k ; тогда параметры Z_1 и Z_2 связаны соотношением $Z_2^2 = Z_1^2 + 2\varphi_1 Z_1$, а формула (11) записывается так: $\alpha_1^2 k^2 = 4(Z_1 + 2\varphi_1)Z_1(\varphi_1^2 + Z_2^2) > 0$. Это решение неустойчиво по отношению к координате y и характеризует состояние, предшествующее появлению боковой ветви дендрита.

Заключение

Изучено уравнение роста кристалла, содержащее информацию об отклонении температуры фазовой границы от ее равновесного значения и учитывающее неоднородность переохлаждения вдоль линии роста. Получены соотношения устойчивости начального состояния вершины дендрита, характеризующие взаимосвязь между режимом эволюции во времени линии роста и морфологическими свойствами возмущенной вершины. Вычислены скорости волн возмущения. Представлена структура изолиний параметров начального состояния носика дендрита. На вершине дендрита рассмотрены аperiodический и периодический по времени режимы возмущения скорости и кривизны ФГК. Обнаружено, что при росте частоты колебаний по времени происходит последовательная смена режимов возмущения по отношению к поперечной координате: «периодический процесс затухания» – «гармонические колебания» – «неустойчивость по резонансному типу». Даны оценки скорости волн, бегущих вдоль линии роста и возбуждающих боковую ветвь дендрита. Представлены результаты численных расчетов для чистых расплавов никеля и меди.

Литература

1. Brener, E. A. Pattern selection in two-dimensional dendritic growth / E. A. Brener, V. I. Mel'nikov // *Advances in Physics*. – 1991. – Vol. 40, № 1. – P. 53–97.
2. Veenendaal, E. Simulation of crystal shape evolution in two dimensions / E. Veenendaal, A. J. Nijdam, J. Suchtelen // *Journal of Crystal Growth*. – 2002. – Vol. 235. – P. 603–618.
3. Mullis, A.M. Deterministic side-branching during thermal dendritic growth / A. M. Mullis // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2015. – Vol. 84. – № 012071. – P. 1–9.
4. Glicksman, M. E. Capillary-mediated interface perturbations: Deterministic pattern formation / M. E. Glicksman // *Journal of Crystal Growth*. – 2016. – Vol. 450. – P. 119–139.
5. Шабловский, О. Н. Форма поверхности роста и предвестники ветвления дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // *Успехи приклад. физики*. – 2018. – № 4. – С. 316–324.
6. Strickland, J. On Directional Dendritic Growth and Primary Spacing – A Review / J. Strickland, B. Nenchev // *Crystals*. – 2020. – № 10 (7). – P. 627.
7. Шабловский, О.Н. Морфологические свойства линии роста двумерного дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский // *Приклад. физика*. – 2012. – № 4. – С. 40–46.
8. Шабловский, О. Н. Производство энтропии на фазовой границе кристаллизации / О. Н. Шабловский // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. – 2010. – № 12. – С. 81–87.

Получено 01.02.2022 г.