

УДК 629.113-592

ЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЛЕДЯЩИХ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С СИЛОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

С.В. ГИЛЬ

Белорусский национальный технический университет,
г. Минск

Нелинейная модель ускорительного клапана [1] учитывает основные нелинейности, характерные для этого пневмоаппарата: наличие зазоров, сил сухого трения, нелинейные расходно-перепадные характеристики пневмосопротивлений, ограничения перемещения подвижных элементов. Для выяснения общих закономерностей влияния ряда факторов на качество переходных процессов обычно требуется выполнить большой объём вычислений. Вследствие сложности и трудоёмкости такого анализа целесообразно применять нелинейную модель лишь на завершающей стадии проектирования при проверке выбранных основных параметров системы.

Для предварительного выбора и качественной оценки параметров системы регулирования давления воздуха, в состав которой входят следящие пневмоаппараты с силовой обратной связью, необходима её линейная (линеаризованная) математическая модель. Такая модель позволяет получить структурную схему рассматриваемой системы, с помощью которой можно выполнить структурный и частотный анализ системы и выявить причинно-следственные связи между процессами, происходящими в отдельных элементах системы. Кроме того, такая модель позволяет получить аналитические связи между основными конструктивными параметрами системы и показателями быстродействия, точности и устойчивости, с помощью которых можно проводить предварительное исследование системы аналитическими методами.

Степень приближения линейной модели к реальным процессам в следящих пневмосистемах существенно зависит от принятого метода линеаризации основных нелинейных функций. Для линеаризации наиболее важной и сложной расходно-перепадной характеристики пневмосопротивления с переменным проходным сечением в работе использован метод интерполяционного многочлена первой степени [2], который позволяет получить меньшие погрешности линеаризации нелинейностей по сравнению с другими методами.

Используя нелинейную модель ускорительного клапана [1] и применяя линеаризацию расходно-перепадных характеристик пневмосопротивлений вышеуказанным методом, получена его линейная модель, которая представлена в виде:

$$\left. \begin{aligned} dp_3/dt &= (\pi\mu_y D_y k v_0 B_0 p_p / V_3)(\alpha_2 h_y - \beta_2 p_3) - ((\mu A)_4 k v_0 B_0 / V_3)(\alpha_1 p_3 - \beta_1 p_4); \\ dp_3/dt &= ((\mu A)_4 k v_0 B_0 / V_4)(\alpha_1 p_3 - \beta_1 p_4); \\ m_n \cdot d^2 h_y / dt^2 + v_e \cdot dh_y / dt + c_y h_y &= A_{n1} p_2 - (A_{n1} - A_{u1}) p_3 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где p_3 и p_4 – давление воздуха, соответственно, в полости ускорительного клапана и в наполняемой ёмкости; μ_y – коэффициент расхода клапана ускорителя; D_y – диаметр седла впускного клапана; k – показатель адиабаты $k = 1,4$; v_0 – местная скорость звука, $v_0 = \sqrt{kRT}$; R – газовая постоянная, для воздуха $R = 287,14$ м/(с К); T – термодинамическая температура воздуха перед дросселем; B_0 – коэффициент аппроксимации гиперболической газодинамической функции расхода, $B_0 = 0,654$ [3]; V_3 – объём полости ускорительного клапана; $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2$ и β_2 – коэффициенты линеаризации расходно-перепадных характеристик пневмосопротивлений; h_y – перемещение клапана ускорителя; $(\mu A)_4$ – пропускная способность трубопровода, соединяющего ускоритель и наполняемую ёмкость; V_4 – объём наполняемой ёмкости; m_n – суммарная масса поршня и корпуса клапанов; v_E – коэффициент вязкого трения; c_y – жёсткость пружины клапана; A_{n1} – площадь поршня со стороны управляющей полости; $A_{ш1}$ – площадь штока (седла) впускного клапана ускорителя.

Для получения передаточных функций динамических звеньев линейной модели ускорительного клапана и построения структурной схемы этой модели приведём линейные дифференциальные уравнения (1) к стандартной форме записи и преобразуем их по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$\left. \begin{aligned} (T_3 s + 1)p_3(s) &= \kappa_{h1} h_y(s) + \kappa_3 p_4(s); & (T_4 s + 1)p_4(s) &= \kappa_4 p_3(s); \\ (T_n^2 s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1)h_y(s) &= \kappa_n (\kappa_{n1} p_2(s) - \kappa_{oc1} p_3(s)) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где T_3, T_4, T_n – постоянные времени; $\kappa_3, \kappa_4, \kappa_{h1}, \kappa_n, \kappa_{n1}, \kappa_{oc1}$ – коэффициенты передач; ζ_n – коэффициент относительного демпфирования.

Постоянные времени:

$$\left. \begin{aligned} T_n &= \sqrt{m_n / c_y}; \\ T_3 &= V_3 / (k v_0 B_0 (\pi \mu_y D_y p_p \beta_2 + (\mu A)_4 \alpha_1)); \\ T_4 &= V_4 / (k v_0 B_0 (\mu A)_4 \beta_1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Коэффициенты передач:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_3 &= (\mu A)_4 \beta_1 / (\pi \mu_y D_y p_p \beta_2 + (\mu A)_4 \alpha_1); & \kappa_4 &= \alpha_1 / \beta_1; \\ \kappa_{h1} &= \pi \mu_y D_y p_p \alpha_2 / (\pi \mu_y D_y p_p \beta_2 + (\mu A)_4 \alpha_1); \\ \kappa_n &= 1 / c_y; & \kappa_{n1} &= A_{n1}; & \kappa_{oc1} &= A_{n2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Коэффициент относительного демпфирования:

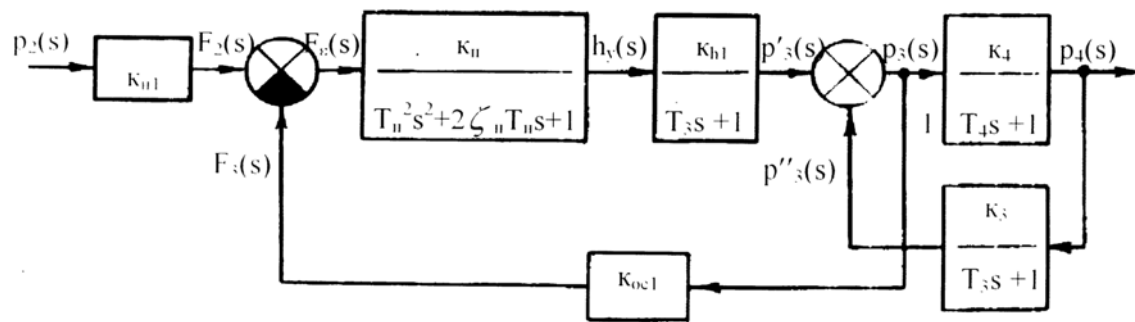
$$\zeta_n = v_E / 2 \sqrt{m_n / c_y}. \quad (5)$$

В третьем уравнении системы (2) выражение $F_s(s) = \kappa_n p_2(s) - \kappa_{oc1} p_3(s)$ представляет собой изображение по Лапласу ошибки сравнения сил давления воздуха, действующих на поршень ускорительного клапана.

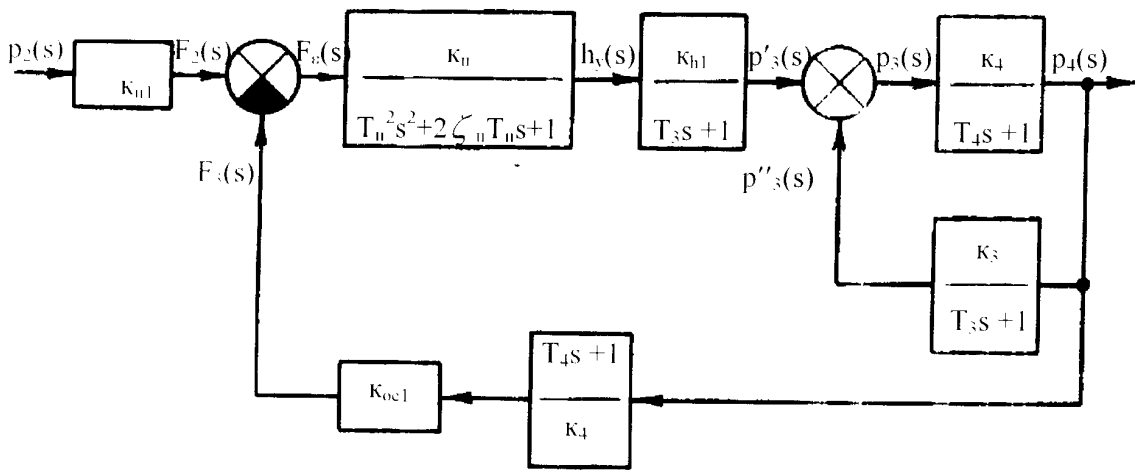
Передаточные функции динамических звеньев в соответствии с уравнениями (2) записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} W_3(s) = p_3''(s)/p_4(s) = \kappa_3/(T_3s + 1); \quad W_{h1}(s) = p_3'(s)/h_y(s) = \kappa_{h1}/(T_3s + 1); \\ W_4(s) = p_4(s)/p_3(s) = \kappa_4/(T_4s + 1); \quad W_n(s) = h_y(s)/F_e(s) = \kappa_n/(T_n^2s^2 + 2\zeta_n T_n s + 1) \end{aligned} \right\} (6)$$

Структурная схема линейной модели ускорительного клапана (рис. 1а), построенная по уравнениям (2), имеет перекрещивающиеся обратные связи. Чтобы освободиться от них, выполним структурные преобразования исходной схемы, перенеся узел разветвления 1 через звено $W_4(s) = \kappa_4/(T_4s + 1)$; по направлению передачи сигнала. При этом в главную обратную связь добавляем звено с передаточной функцией $1/W_4(s) = (T_4s + 1)/\kappa_4$; и в результате получаем преобразованную структурную схему (рис. 1б).



а)



б)

Рис. 1. Структурные схемы линейной модели ускорительного клапана: а – исходная; б – преобразованная

Для безмассовой расчётной схемы ускорительного клапана третье уравнение системы (2) принимает вид:

$$h_y(s) = \kappa_n (\kappa_{n1} p_2(s) - \kappa_{oc1} p_3(s)). \quad (7)$$

Структурная схема для этого случая строится по уравнению (7) и по первому и второму уравнению системы (2). После структурных преобразований, аналогичных как для схемы рис. 1а, получаем преобразованную структурную схему рис. 2.

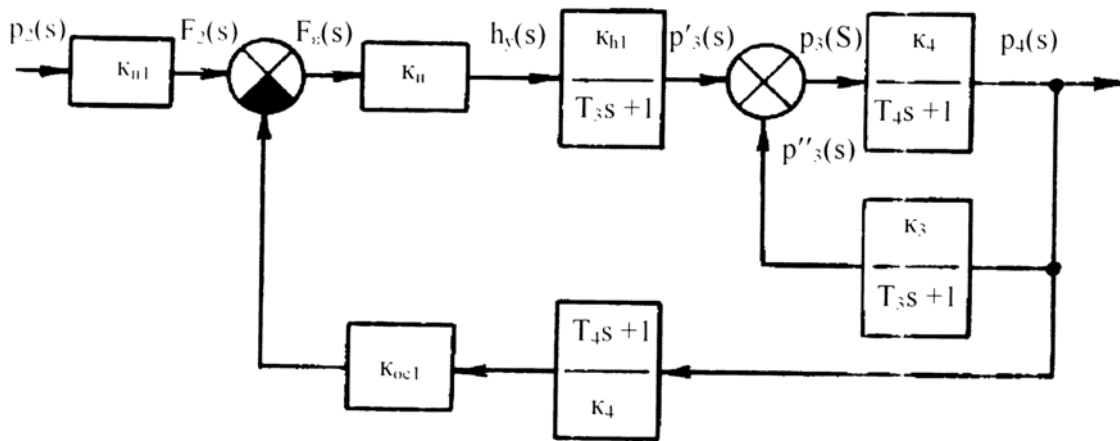


Рис. 2. Структурная схема линейной модели ускорительного клапана для безмассовой расчётной схемы

Перемещение впускного клапана в изображениях по Лапласу в соответствии со структурной схемой рис. 1б определяется по уравнению

$$h_y(s) = [\kappa_{n1} - (T_4s + 1)\kappa_{oc1}\Phi_1(s)/\kappa_4]p_2(s), \quad (8)$$

где $\Phi_1(s)$ – главная передаточная функция замкнутой системы для одномассовой расчётной схемы ускорителя, определяется по выражению

$$\Phi_1(s) = p_4(s)/p_2(s) = \kappa_4\kappa_{h1}\kappa_n\kappa_{n1}/(a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4), \quad (9)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 – коэффициенты, равные

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_3T_4T_n^2; & a_1 &= [2\zeta_n T_3T_4 + (T_3 + T_4)T_n]T_n, \\ a_2 &= T_3T_4 + 2\zeta_n T_n(T_3 + T_4) + T_n^2(1 - \kappa_3\kappa_4); \\ a_3 &= (T_3 + T_4) + 2\zeta_n T_n(1 - \kappa_3\kappa_4) + \kappa_{oc1}\kappa_{h1}\kappa_n; \\ a_4 &= 1 - \kappa_3\kappa_4 + \kappa_{oc1}\kappa_{h1}\kappa_n \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Главная передаточная функция замкнутой системы для безмассовой расчётной схемы ускорителя согласно структурной схеме рис. 2, определяется по выражению

$$\Phi_0(s) = p_4(s)/p_2(s) = \kappa_4\kappa_{h1}\kappa_n\kappa_{n1}/(a_5s^2 + a_6s + a_4), \quad (11)$$

где a_5 и a_6 – коэффициенты, равные

$$a_5 = T_3T_4, \quad a_6 = T_3 + T_4 + T_4\kappa_{oc1}\kappa_{h1}\kappa_n. \quad (12)$$

Анализ структурных схем ускорительного клапана показал, что они являются двухконтурными и замкнутыми. Главная отрицательная обратная связь является пневмомеханической и образована последовательным соединением пропорционального звена, представляющего коэффициент передачи обратной связи ускорительного клапана κ_{oc1} и форсирующего звена первого порядка, и обеспечивает механизм отслеживания давления в наполняемой ёмкости. Наличие форсирующего звена в главной обратной связи объясняет установленную при экспериментальном исследовании ускорительного клапана зависимость перемещения его впускного клапана при про-

чих равных условиях от объема наполняемой ёмкости V_4 и пропускной способности трубопровода, соединяющего ёмкость с ускорительным клапаном $(\mu A)_4$, так как постоянная времени T_4 этого звена зависит от указанных параметров.

Разработанная линейная математическая модель ускорительного клапана является универсальной и может быть использована для других следящих аппаратов, имеющих силовую отрицательную обратную связь.

Литература

1. Автушко В.П., Бартош П.Р., Гиль С.В. Динамика следящих пневмоаппаратов с силовой обратной связью //Современные проблемы машиноведения: Материалы междунар. науч.-техн. конф. (научные чтения, посвящённые 105 годовщине со дня рождения П.О. Сухого): Сб. ст. /Под ред. А.С. Шагиняна. – Гомель: ГГТУ, 2000. – Т. 1. – С. 192-194.
2. Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов: Учеб. для студентов вузов по спец. «Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика». – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с.
3. Метлюк Н.Ф., Автушко В.П. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. – М.: Машиностроение, 1980. – 231 с.

Получено 11.10.2002 г.