

УДК 658.012.011.56.005:681.3

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОТЯЖКИ В СРЕДЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MARLE

Д.Л. ТРЕТЬЯКОВ, Т.А. ТРОХОВА

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого»,
Республика Беларусь*

М.Л. ШИШАКОВ

*Белорусский государственный университет
транспорта, г. Гомель*

При автоматизации процесса проектирования технических объектов принято различать два основных этапа синтеза: первый – выбор структурной схемы, выполняемый методами структурного синтеза; второй – определение параметров выбранной схемы по заданным свойствам. На втором этапе, называемом параметрическим синтезом, определяют параметры, характеризующие режимы работы объекта.

Как правило, задача параметрического синтеза технического объекта сводится к поиску выходных параметров, при которых выполняются принятые ограничения, а целевая функция принимает экстремальное значение. Однако специфика проектируемого объекта, отражаемая в его математической модели, и вид выбранной целевой функции приводят к необходимости применения различных поисковых алгоритмов при автоматизации этого процесса. Вместе с тем к настоящему времени накоплен немалый арсенал алгоритмов и их программных реализаций для решения подобного рода задач. Для инженера-проектировщика становится актуальной проблема выбора и применения тех из них, которые в достаточной мере корректно решают требуемые задачи в доступной и понятной для него форме, не требующей чрезмерных знаний математической специфики.

Одним из мощных средств автоматизации решения математических задач в приближенной для восприятия инженера-проектировщика форме является система компьютерной математики Marle, которая содержит модуль линейной оптимизации с использованием симплекс-метода [2]. Указанный модуль был опробован для решения оптимизационной задачи поиска параметров режущего инструмента. В результате апробации создан электронный документ оптимизации параметров протяжки в среде Marle, который показал корректность и высокую эффективность получаемых решений, что позволяет говорить о возможности его применения как в учебном процессе, так и в практическом использовании.

Базовая функция simplex-модуля, решающая проблему минимакса для линейной целевой функции, имеет следующий формат:

$$\text{minimize}(\langle \text{ЦФ} \rangle, \{ \langle \text{ЛО} \rangle, \langle \text{ТПВ} \rangle \}),$$

где ЦФ – линейная целевая функция, для которой определяется минимальное значение; ЛО – линейные ограничения, накладываемые на область допустимых решений в виде множества линейных неравенств по ведущим переменным целевой функции; ТПВ – тип ведущих переменных (необязателен).

Для тестирования корректности задания системы ограничений, определяемых вторым и третьим параметрами описанной выше функции, служит логическая функция feasible со следующими параметрами кодирования:

feasible(<ЛО>,<ТПВ>).

Данная функция возвращает true-значение в случае корректности системы условий и false-значение в противном случае.

Примером применения инструментария оптимизации Maple в решении задач параметрического синтеза может служить задача расчета оптимальных параметров режущего инструмента. Инструмент представляет собой сложную систему большого числа конструктивных параметров различного назначения. Они связаны между собой и не определяются однозначно, так как на них влияют многочисленные, в большинстве противоречивые факторы. Чтобы выбрать лучший вариант конструкции, используя традиционные методы проектирования, конструктору далеко не всегда бывает достаточно личного опыта и интуиции. Вариантная ситуация при проектировании требует решения задачи оптимизации, которая успешно реализуется на основе оптимизационной математической модели инструмента. Оптимизировать можно не только конструкцию инструмента в целом, но и отдельные конструктивные элементы [1].

Основными параметрами протяжек являются подъем a_z шаг t , высота h зубьев и число зубьев в группе z_c , задаваемое значением $z_c = 1$ при профильной схеме резания и $z_c = 2$ или 3 при групповой схеме. Эти параметры зависят от большого числа факторов, что предопределяет сложность их определения.

За критерий оптимизации конструкции протяжки рекомендуется принять ее наименьшую возможную длину [1]. С уменьшением длины снижается стоимость инструмента вследствие экономии дорогостоящего инструментального материала и повышается производительность протягивания. Длина режущей части протяжки зависит от угла Θ наклона образующей конуса, на котором располагаются режущие кромки. Чем больше Θ , тем короче протяжка. Это условие можно записать целевой функцией оптимизации, определяющей тангенс угла Θ :

$$\Phi = a_z / (tz_c). \quad (1)$$

Используя это выражение и формулы для расчета протяжек, запишем оптимизационную математическую модель конструкции цилиндрической протяжки в следующем виде: максимизировать целевую функцию

$$\left. \begin{array}{ll} \Phi = a_z / (tz_c) \rightarrow \max & \text{(а)} \\ \text{при следующих ограничениях :} & \\ p \leq Q; & \text{(б)} \\ p \leq [\sigma_x] F_x; & \text{(в)} \\ p \leq \pi[\sigma_1](r_1 - h)^2; & \text{(г)} \\ \pi h^2 / (4a_z l_2) \geq K_{\min}; & \text{(д)} \\ l_1 / t \geq [z_{\min}]; & \text{(е)} \\ l_2 / t \geq [z_{\max}]; & \text{(ж)} \\ t \geq t_{\min}; & \text{(з)} \\ h \leq 0.17d; & \text{(и)} \\ a_z \geq a_{z\min}; & \text{(к)} \\ t \geq 2.5h & \text{(л)} \end{array} \right\} \quad (2)$$

где $p = C_p \pi d a_z^\lambda z_{\max} K_\gamma K_c K_u / z_c$ – сила резанья; F_x – площадь опасного сечения хвостовика; r_1 – радиус предварительного отверстия под протягивание; d , l_1 и l_2 – диаметр, минимальная и максимальная длина из заданного диапазона размеров протягиваемого отверстия; если протяжка проектируется для конкретного отверстия с длиной l , то следует принять $l_1 = l_2 = l$; $[\sigma_x]$, $[\sigma_1]$ – допустимые напряжения в материале хвостовика и рабочей части протяжки, соответственно (они равны для цельной конструкции протяжки); $[z_{\max}]$, $[z_{\min}]$ – максимальное и минимальное допустимые числа одновременно работающих зубьев; z_{\max} – максимальное фактическое число одновременно работающих зубьев; t_{\min} , $a_{z \min}$ – минимальные допустимые шаг протяжки и подъем на зуб; C_p , K_γ , K_c , K_u – постоянная и поправочные коэффициенты силы резания; λ – показатель степени, зависящий от свойств обрабатываемого материала; Q – допустимая тяговая сила станка; K_{\min} – минимальный допустимый коэффициент заполнения стружечной канавки.

В модели протяжки (2) ограничения-неравенства предусматривают допустимую тяговую силу станка (2.б); прочность протяжки по хвостовику (2.в) и первому зубу (2.г); степень заполнения стружечной канавки (2.д) и целесообразные ее размеры (2.л), учитывающие запас на переточку (2.з), жесткость инструмента (2.и) и его технологичность (2.з, 2.к); минимальный возможный подъем на зуб (2.к); плавность работы протяжки (2.ж) и устойчивое базирование на ней заготовки (2.е); эффективность использования СОЖ (2.ж). Изменяемыми параметрами являются переменные t , a_z , h . Математическую модель протяжки следует преобразовать в линейный вид, логарифмируя целевую функцию (2.а) и неравенства-ограничения (2.б-2.л). Для этого следует заменить выражения $z_{\max} = l_2/t + 1$ и $r_1 - h$ степенными зависимостями, найденными методом наименьших квадратов:

$$z_{\max} = 1.7 l_2^{0.79} t^{-0.79}; (r_1 - h) = 0.48 r_1^{1.3} h^{-0.3} \quad (3)$$

и принять следующие обозначения:

$$z = \lg \Phi(a); x_1 = \lg(100a_z) \text{ (б)}; x_2 = \lg t \text{ (в)}; x_3 = \lg h \text{ (г)}. \quad (4)$$

После логарифмирования выражений (2) и преобразований с учетом уравнений (3), (4) получим общую линейную оптимизационную модель протяжки:

максимизировать целевую функцию

$$\left. \begin{aligned} z &= x_1 - x_2 - (2 + \lg z_c) \rightarrow \max & \text{(а)} \\ \text{при выполнении ограничений} & & \\ y_1 &\equiv -\lambda x_1 + 0.79x_2 - (T_1 - \lg Q - \lg z_c) \geq 0; & \text{(б)} \\ y_2 &\equiv -\lambda x_1 + 0.79x_2 - (T_1 - \lg[\sigma_x] - \lg F_x - \lg z_c) \geq 0; & \text{(в)} \\ y_3 &\equiv -\lambda x_1 + 0.79x_2 - 0.6x_3 - (T_1 - \lg[\sigma_1] - 2.6 \lg r_1 + 0.1405 - \lg z_c) \geq 0; & \text{(г)} \\ y_4 &\equiv -x_1 + 2x_3 + (1.895 - \lg l_2 - \lg K_{\min}) \geq 0; & \text{(д)} \\ y_5 &\equiv -x_2 + (\lg l_1 - \lg[z_{\min}]) \geq 0; & \text{(е)} \\ y_6 &\equiv x_2 - (\lg l_2 - \lg[z_{\max}]) \geq 0; & \text{(ж)} \\ y_7 &\equiv x_2 - \lg t_{\min} \geq 0; & \text{(з)} \\ y_8 &\equiv -x_3 - (0.7696 - \lg d) \geq 0; & \text{(и)} \\ y_9 &\equiv x_1 - \lg(100a_{z \min}) \geq 0; & \text{(к)} \\ y_{10} &\equiv x_2 - x_3 - 0.3979 \geq 0 & \text{(л)} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где $T_1 = 0.2304 + \lg \pi + \lg d + 0.79 \lg l_2 + \lg C_p - 2\lambda + \lg K_p$;

$K_p = K_g K_c K_i$ – суммарный поправочный коэффициент силы резания.

Полученная линейная модель позволяет определить для заданных размеров и материала детали подъем черновых зубьев (секций) a_z , шаг t и высоту h зубьев.

Ниже приведен документ системы Maple, в котором реализован оптимизационный расчет протяжки.

Расчет рабочей длины протяжки

> **restart;**

Исходные данные:

-диаметр и длина обрабатываемого отверстия

> $d := 12; l := 34.5$

-диаметр отверстия после предыдущей обработки

> $d1 := 11$

Показатель степени λ и постоянная C_p

> $\lambda := .85; C_p := 2680$

Поправочные коэффициенты силы резания

> $K_g := .93; K_i := 1.15; K_c := 1$

Тяговая сила станка, Н (станок 7А510)

> $Q := 102000$

Минимальное количество одновременно режущих зубьев

> $z_{min} := 2$

Минимальный коэффициент заполнения стружечной канавки

> $K_{min} := 2.5$

Минимально допустимые шаг протяжки и подъем на зуб (секцию)

> $t_{min} := 4.5; a_{zmin} := .015$

Площадь опасного сечения хвостовика

> $F_x := 61.5$

Допустимые напряжения в материале хвостовика и рабочей части протяжки, соответственно:

> $\sigma_x := 250; \sigma_1 := 400$

При профильной схеме резания

> $z_c := 2$

Максимальное количество одновременно режущих зубьев

> $z_{maxa} := \frac{l}{t_{min}} + 1; z_{maxb} := 1.7 \left(\frac{l}{t_{min}} \right)^{.79}$
 $z_{maxa} := 8.666666667$

$z_{maxb} := 8.497440271$

Принимаем

> $z_{max} := 8$

> $K_p := K_g K_c K_i$

> $T1 := .2304 + \log_{10}(\pi d C_p K_p) + .79 \log_{10}(l) - 2 \lambda$

Свободные члены неравенств оптимизационной модели протяжки

- ```
> lr1 := T1 - log10(Q z_c)
> lr2 := T1 - log10(σ_x F_x z_c)
> lr3 := T1 - .1405 - 2.6 log10(d/2) - log10(σ_1 z_c)
> lr4 := 1.895 - log10(l K_min)
> lr5 := log10(l/z_min)
> lr6 := log10(l/z_max)
> lr7 := log10(t_min)
> lr8 := .7696 - log10(d)
> lr9 := log10(100 a_zmin)
```

Система неравенств оптимизационной модели протяжки

- ```
> y1 := -λ x1 + .79 x2 - lr1
> y2 := -λ x1 + .79 x2 - lr2
> y3 := -λ x1 + .79 x2 - .6 x3 - lr3
> y4 := -x1 + 2 x3 + lr4
> y5 := -x2 + lr5
> y6 := x2 - lr6
> y7 := x2 - lr7
> y8 := -x3 - lr8
> y10 := x2 - x3 - .3979
> y9 := x1 - lr9
> with(simplex):
```

Warning, the protected names maximize and minimize have been redefined and unprotected

Проверка существования области допустимых решений системы неравенств
feasible({ 0 ≤ y1, 0 ≤ y2, 0 ≤ y3, 0 ≤ y4, 0 ≤ y5, 0 ≤ y6, 0 ≤ y7, 0 ≤ y8, 0 ≤ y9, 0 ≤ y10 },
unrestricted)

true

Поиск максимального значения функции оптимизации при заданных ограничениях

- ```
> r := maximize(x1 - x2 - (2 + log10(z_c)),
 { 0 ≤ y1, 0 ≤ y2, 0 ≤ y3, 0 ≤ y4, 0 ≤ y5, 0 ≤ y6, 0 ≤ y7, 0 ≤ y8, 0 ≤ y9, 0 ≤ y10 })
r := {x2 = .6532125138, x1 = .2646579050, x3 = .1527085045}
```

Потенцирование полученных значений параметров функции оптимизации

- ```
> assign(r);
> sz := 10(x1-2); t := 10x2; h := 10x3
sz := .01839322591
t := 4.500000000
h := 1.421374450
```

