

УДК 539.3

## АНАЛИЗ ФОРМИРОВАНИЯ НА ОПРАВКЕ ГЕРМЕТИЗАТОРА ИЗ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО ПОЛИМЕРНОГО МАТЕРИАЛА

**С. В. ШИЛЬКО, Т. В. РЯБЧЕНКО**

*Государственное научное учреждение  
«Институт механики металлополимерных систем  
имени В. А. Белого НАН Беларуси», г. Гомель*

**О. В. КРОПОТИН**

*Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего профессионального  
образования «Омский государственный технический  
университет», Российская Федерация*

### **Введение**

Необходимость повышения качества герметизирующих устройств (уплотнений) ужесточает требования к качеству их важнейшего элемента – герметизатора. Традиционный, во многом интуитивный поиск оптимальных технологических режимов изготовления герметизаторов, включая выбор материала и геометрических характеристик заготовки, является весьма трудоемким. К примеру, наполнение эластомерной матрицы частицами углерода, обеспечивая кратное повышение износостойкости герметизатора, сопровождается значительным увеличением модуля упругости и уменьшением предельной относительной деформации материала. Это затрудняет придание заготовке необходимой формы путем напрессовки или натягивания на фасонную оправку, требуя проверки ряда конструктивных вариантов.

В этой связи следует шире использовать средства механико-математического моделирования, а именно, теорию нелинейных деформаций [2], [3] и численные методы, в первую очередь, конечно-элементную аппроксимацию моделей контактного взаимодействия эластичных герметизаторов с уплотняемыми деталями [4]–[7]. В сравнении с расчетами параметров уплотнений в условиях эксплуатации, вопросы моделирования технологических процессов их изготовления изучены гораздо меньше и являются предметом настоящего исследования.

Целью работы является главным образом оценка возможностей нелинейного конечно-элементного анализа для оптимизации технологического процесса формирования герметизирующим элементов уплотнений методом напрессовки на оправку.

### **Формулировка задачи и построение конечно-элементной модели**

Рассмотрим процесс изготовления герметизатора путем напрессовки полимерной или эластомерной заготовки на металлическую цилиндрико-коническую оправку (рис. 1) с обеспечением максимального прилегания заготовки к формообразующей поверхности. После термообработки в состоянии натяга, позволяющей зафиксировать форму заготовки, например, путем вулканизации резины, готовое изделие снимается с оправки.

Нелинейность задачи моделирования указанного технологического процесса обусловлена большими упругими деформациями заготовки, ее контактным взаимодействием с оправкой при наличии трения с возможностью изменения зоны контакта при деформировании заготовки и ее локального отрыва от поверхности оправки.

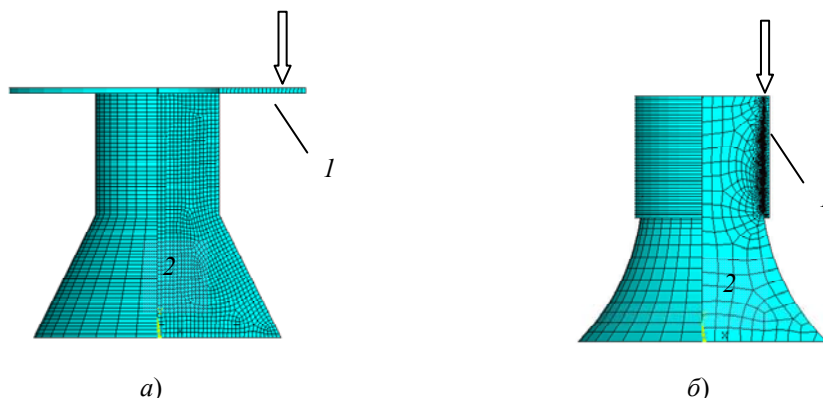


Рис. 1. Схема формирования уплотнения: 1 – дисковая заготовка (а), заготовка в виде цилиндрической оболочки (б); 2 – оправка

Используемые в настоящее время модели контактного деформирования эластомерных и полимерных заготовок в большинстве случаев основаны на предположении линейно-упругого деформирования материала, что приводит к значительной погрешности расчета в условиях конечных деформаций. В этом случае следует применять гиперупругие модели, основанные на теории потенциала. К ним относится модель Муни–Ривлина, реализация которой в распространенной программе конечноэлементного анализа ANSYS в виде процедуры Mooney–Rivlin Hyperelastic кратко изложена ниже.

Кроме того, материалы уплотнений отличаются выраженным вязкоупругим поведением, что необходимо учитывать в рамках соответствующих реологических моделей, например, модели Прони (изложена ниже).

#### Конечно-элементное моделирование гиперупругих деформаций

Гиперупругость материала может быть описана функцией упругого потенциала (плотности энергии деформации)  $W$ , производная которой по компонентам деформации определяет соответствующие напряжения:

$$S_{ij} = \partial W / \partial E_{ij} = 2 \partial W / \partial C_{ij}, \quad (1)$$

где  $S_{ij}$  – компоненты второго тензора напряжений Пиолы–Кирхгофа;  $W$  – функция плотности энергии деформации;  $E_{ij}$  – компоненты тензора деформации Лагранжа;  $C_{ij}$  – компоненты правого тензора деформации Коши–Грина.

Деформации Лагранжа определяются следующим образом:

$$E_{ij} = 0,5(C_{ij} - \delta_{ij}), \quad (2)$$

где  $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$  и  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ .

Тензор деформаций  $C_{ij}$  определяется произведением градиентов деформации  $f_{ij}$ :

$$C_{ij} = f_{ik} f_{kj}, \quad (3)$$

где  $f_{ij} = \partial X_i / \partial x_j$ ;  $X_i$  – координата точки по оси  $i$  в недеформированном состоянии;  $x_i = X_i + u_i$  – координата точки по оси  $i$  после деформации;  $u_i$  – перемещение точки в направлении  $i$ .

В программе ANSYS модель Муни–Ривлина (команда \*MOONEY или TBDATA с опцией TB,MOONEY) описывает несжимаемые и слабосжимаемые материалы и используется ниже в примере расчета.

Для гиперупругих материалов константы Муни–Ривлина можно получить из диаграммы «напряжение – деформация». В программе ANSYS они задаются с помощью команды \*MOONEY в поле LTYPE. Выбор опции LTYPE соответствует шести напряженно-деформированным состояниям, включая одноосное растяжение (только LTYPE = 1 или сочетание LTYPE = 6, 7 или 9); одноосное сжатие (только LTYPE = 2 или сочетание LTYPE = 6, 8 или 9); равнодвухосное сжатие (только LTYPE = 1 или сочетание LTYPE = 6, 7 или 9); равнодвухосное растяжение (только LTYPE = 2 или сочетание LTYPE = 6, 8 или 9); растяжение в плоскости (только LTYPE = 4 или 5 или сочетание LTYPE = 7, 8 или 9); сжатие в плоскости (только LTYPE = 4 или 5 или сочетание LTYPE = 7, 8 или 9). Использование результатов испытаний в различных состояниях повышает стабильность параметров гиперупругости материала.

### Описание вязкоупругого деформирования по Прони

Деформационный отклик рассматриваемых уплотнительных материалов, имеющих высокомолекулярную природу, включает вязкую компоненту. Под действием сжимающей нагрузки упругий отклик является мгновенным, в то время как вязкое деформирование происходит в течение достаточно длительного периода времени. При малых деформациях для термореологически простого вязкоупругого материала справедливы следующие определяющие уравнения:

$$\sigma = \int_0^t 2G(t - \tau) \frac{de}{d\tau} d\tau + I \int_0^t K(t - \tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau, \quad (4)$$

где  $\sigma$  – напряжение Коши;  $e$  – девиаторная часть напряжения;  $\Delta$  – объемная часть напряжения;  $G(t)$  – функция ядра сдвиговой релаксации;  $K(t)$  – функция ядра объемной релаксации;  $t$  – текущее время;  $\tau$  – прошедшее время;  $I$  – единичный тензор.

Исходя из представления (4), для моделирования вязкоупругого поведения герметизатора воспользуемся моделью Прони, соответствующей классическому представлению теории вязкоупругости в виде модели Максвелла и реализованной в большинстве конечно-элементных программ, включая ANSYS.

В программе ANSYS для вязкоупругих конечных элементов VISCO88 и VISCO89 свойства материала выражаются в интегральной форме с использованием функции ядра из обобщенных элементов Максвелла:

$$G(\xi) = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i e^{(-\xi/\lambda_i^G)}; \quad (5)$$

$$K(\xi) = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i e^{(-\xi/\lambda_i^K)}; \quad (6)$$

$$G_i = C_i (G_0 - G_\infty); \quad (7)$$

$$K_i = D_i (K_0 - K_\infty), \quad (8)$$

где  $\xi$  – приведенное время;  $G(\xi)$  – функция ядра сдвиговой релаксации;  $K(\xi)$  – функция ядра объемной релаксации;  $n_G$  – число элементов Максвелла, используемых при аппроксимации ядра сдвиговой релаксации;  $n_K$  – число элементов Максвелла, используемых при аппроксимации ядра объемной релаксации;  $C_i$  – константы, связанные с мгновенным откликом для сдвигового поведения;  $D_i$  – константы, связанные с мгновенным откликом для объемного поведения;  $G_0$  – начальный модуль сдвига;  $G_\infty$  – конечный модуль сдвига;  $K_0$  – начальный объемный модуль;  $K_\infty$  – конечный объемный модуль;  $\lambda_i^G$  –

константы, связанные с дискретным спектром релаксации при сдвиге;  $\lambda_i^K$  – константы, связанные с дискретным спектром релаксации при объемной деформации.

В конечных элементах LINK180, SHELL181, PLANE182, PLANE183, SOLID185, SOLID186, SOLID187, BEAM188, SOLSH190, SHELL208, SHELL209, SHELL281 функции ядра представляются в виде ряда Прони:

$$G = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^G}\right); \quad (9)$$

$$K = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^K}\right), \quad (10)$$

где  $G_\infty, G_i$  – сдвиговые упругие модули;  $K_\infty, K_i$  – объемные упругие модули;  $\tau_i^G, \tau_i^K$  – времена релаксации для каждого компонента Прони.

При введении относительных модулей

$$\alpha_i^G = G_i / G_0; \quad (11)$$

$$\alpha_i^K = K_i / K_0, \quad (12)$$

где  $G_0 = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i$ ;  $K_0 = K_\infty + \sum_{i=1}^{n_K} K_i$ ,

функции ядра могут быть эквивалентно выражены как

$$G = G_0 \left[ \alpha_\infty^G + \sum_{i=1}^{n_G} \alpha_i^G \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^G}\right) \right]; \quad K = K_0 \left[ \alpha_\infty^K + \sum_{i=1}^{n_K} \alpha_i^K \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^K}\right) \right]. \quad (13)$$

Здесь  $G_0$  и  $K_0$  – сдвиговой и объемный модули при быстром нагружении (мгновенные модули), соответственно и  $G_\infty$  и  $K_\infty$  – модули при медленном нагружении. Интегральная функция [4] описывает упругое деформационное поведение в пределах очень медленного и очень быстрого нагружения. Кроме того, при аппроксимации (13) предполагается, что девиаторная и объемная части напряжения относятся к различным релаксационным кривым.

### Результаты моделирования и их обсуждение

Исходя из осевой симметрии заготовки и оправки, решалась осесимметричная контактная задача (на рис. 1 показана правая половина диаметрального сечения сопряжения). В соответствии с реальным технологическим процессом задавалось кинематическое нагружение в виде вертикального смещения наружного края верхней торцевой поверхности дисковой заготовки (рис. 1, а) и всей верхней торцевой поверхности заготовки в виде цилиндрической оболочки (втулки) (рис. 1, б). Нижнее основание модели оправки было жестко закреплено и предполагалось, что трение в контакте оправки и заготовки определяется законом Кулона.

В примере расчета использовали следующие исходные данные: модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оправки (сталь)  $E_c = 200$  ГПа и  $\nu_c = 0,28$  соответственно; упругие константы по модели Муни–Ривлина (см. выше) для материала заготовки (сырая резина):  $c_{10} = 0,3$  МПа,  $c_{01} = 0,1$  МПа; коэффициент несжимаемости  $d = 1$ , коэффициент трения по стали  $f = 0,3$ . Ввиду существенного различия жесткости оправки и заготовки, очевидно, допустимо также упрощенное представление оправки в виде твердой поверхности, что способствует уменьшению вычислительных затрат. Вязкоупругие свойства материала заготовки описывались

моделью Прони (см. выше) с использованием следующих значений коэффициентов  $a_1 = 0,4$ ;  $\tau_1 = 10$  с;  $a_2 = 0,5$ ;  $\tau_2 = 100$  с.

Для двух видов заготовок были найдены распределения объемных и контактных напряжений и перемещений, позволяющие судить о предельных состояниях заготовки по условию прочности в напряжениях и деформациях.

На рис. 2–4 представлены распределения объемных (эквивалентных по Мизесу) и контактных напряжений, а также эквивалентных деформаций, возникающих при формировании уплотнения из заготовок в виде диска с отверстием (а) и цилиндрической оболочки (б) для момента времени  $t = 1$  с.

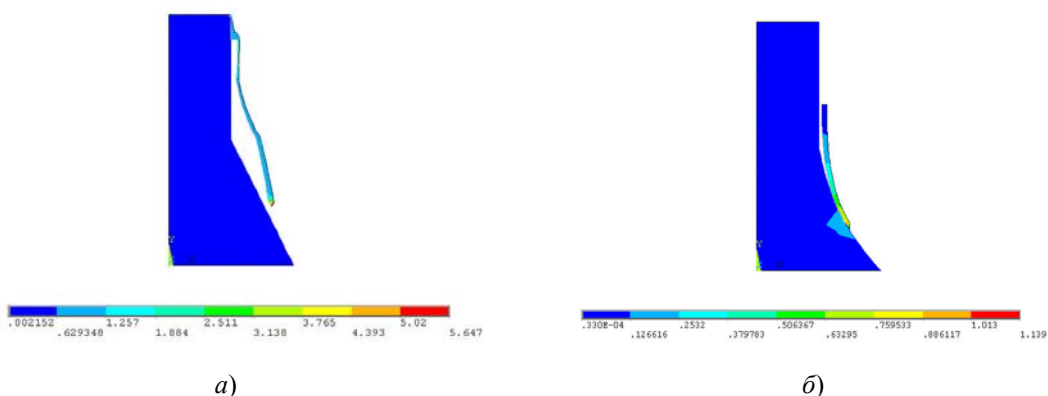


Рис. 2. Распределение эквивалентных напряжений при напрессовке дисковой (а) и цилиндрической (б) заготовки

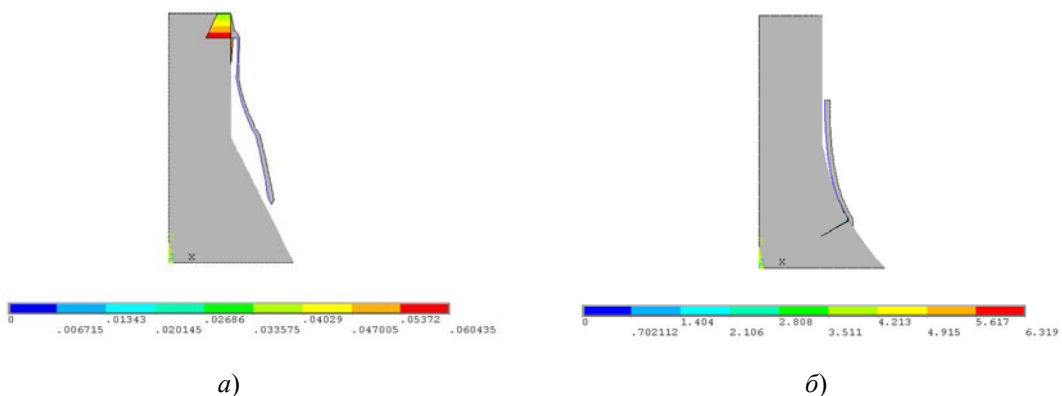


Рис. 3. Распределение давлений (МПа) в контакте оправки и заготовки  
Примечание. Обозначения те же, что и на рис. 2.

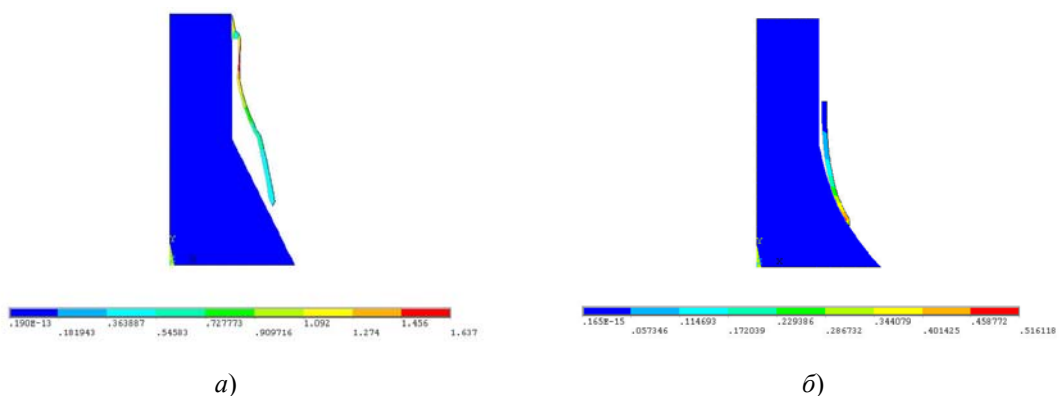


Рис. 4. Распределение эквивалентных деформаций в заготовке  
Примечание. Обозначения те же, что и на рис. 2.

В таблице сделано сопоставление ряда параметров напряженно-деформированного состояния дисковой и цилиндрической оболочечной заготовок. Можно заметить, что формирование герметизатора из дисковой заготовки характеризуется довольно высокими значениями максимальных напряжений и деформаций. Сопоставление полученных результатов с аналогичными компонентами напряженно-деформированного состояния, полученными в рамках упругой модели, показало существенное влияние вязкости материала заготовки на ее конфигурацию при напрессовке. При использовании оболочечной заготовки максимальные эквивалентные напряжения и контактные давления уменьшаются примерно в 5 раз, а максимальные эквивалентные деформации – более чем в 3 раза. Для улучшения формообразования герметизатора изменяли диаметр отверстия в дисковой заготовке и модифицировали форму оправки путем увеличения радиуса закругления ее края. Тем не менее, заготовка в виде оболочки оказывается более предпочтительной, обеспечивая хорошее воспроизведение формы оправки без модификации геометрической формы последней и при невысоких напряжениях и деформациях заготовки.

**Сопоставление максимальных значений компонент напряженно-деформированного состояния дисковой и цилиндрической заготовок**

Параметр	Форма заготовки	
	Диск	Цилиндрическая оболочка
Эквивалентное напряжение, МПа	5,6	1,0
Контактное давление, МПа	0,06	6,3
Эквивалентная деформация	1,64	0,52

### **Заключение**

Конечно-элементное моделирование является эффективным средством оптимизации технологического режима формирования герметизирующих элементов уплотнений методом напрессовки заготовки на оправку, так как расчетные распределения объемных и контактных напряжений, перемещений и деформаций позволяют судить о соответствии изделия профилю оправки и предельных состояниях заготовки по условию прочности. Существенными факторами являются гиперупругость и вязкоупругость полимерных и эластомерных материалов, которые могут быть описаны в рамках двухкомпонентной модели Муни–Ривлина и модели Прони, имеющих в современных программных продуктах. Установлено, что формирование цилиндрического герметизатора из дисковой заготовки сопровождается значительными напряжениями и деформациями, а также требует коррекции формы оправки, что делает предпочтительным использование заготовки в виде цилиндрической оболочки.

*Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект T12P-227).*

### **Литература**

1. Уплотнения и уплотнительная техника / Л. А. Кондаков [и др.] ; под общ. ред. А. И. Голубева и Л. А. Кондакова. – М. : Машиностроение, 1986. – 464 с.
2. Ogden, R. W. Nonlinear Elastic Deformations / R. W. Ogden. – Dover Publications, Inc. – 1984. – 532 p.
3. Коробейников, С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел / С. Н. Коробейников. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.

4. Oden, J. T. Finite Elements in Nonlinear Continua / J. T. Oden. – New York : McGraw-Hill, 1972. – 432 p. / рус. пер. : Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Оден. – М. : Мир, 1976. – 464 с.
5. Ереско, С. П. Математическое моделирование, автоматизация проектирования и конструирование уплотнений подвижных соединений механических систем / С. П. Ереско – М. : Изд-во ИАП РАН, 2003. – 155 с.
6. Кропотин, О. В. Разработка элементов герметизирующих устройств трибосистем и анализ их напряженно-деформированного состояния с использованием метода конечных элементов / О. В. Кропотин, Ю. К. Машков, В. П. Пивоваров // Трение и износ. – 2004. – Т. 25, № 5. – С. 461–465.
7. Кропотин, О. В. Оценка работоспособности кольцевых уплотнений из углепластиков по модифицированным критериям качества / О. В. Кропотин, Ю. К. Машков, С. В. Шилько // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 1 (22). – С. 67–70.
8. ANSYS 11.0. User's Manual.

*Получено 10.06.2013 г.*