

УДК 539.21

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ  
ОТ ДЕЙСТВИЯ НОРМАЛЬНОЙ И КАСАТЕЛЬНОЙ  
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ ПРИ НАЛИЧИИ  
У ПОВЕРХНОСТИ КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА**

**Н. М. СИМАНОВИЧ, О. М. ОСТРИКОВ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

*Рассмотрено влияние нормальной и касательной распределенной нагрузки на конфигурацию полей напряжений в области клиновидного двойника, находящегося в зоне внешнего воздействия. Показано изменение полей напряжений в зависимости от интенсивности и равномерности силового нагружения. Установлено, что влияние внешнего воздействия более значимо в приповерхностной области, а в глубине среды большее значение оказывают напряжения, создаваемые двойниковыми границами. Действие касательной нагрузки увеличивает асимметрию полей напряжений, особенно при неравномерном ее приложении.*

**Ключевые слова:** механическое двойникование, распределенная нагрузка, поля напряжений.

**DETERMINATION OF STRESS FIELDS DUE  
TO NORMAL ACTION AND DISTRIBUTED  
LOAD TANGENT AT THE SURFACE  
OF THE WEDGE-SHAPED DOUBLE**

**N. M. SIMANOVICH, O. M. OSTRIKOV**

*Educational Institution "Sukhoi State Technical University  
of Gomel", the Republic of Belarus*

*The article considers the influence of normal and tangent distributed load on configuration of stress fields in area of wedge-shaped double located in zone of external action. The article shows the change of stress fields depending on intensity and uniformity of force loading. It has been found that the influence of external influence is more significant in the near-surface region, and in the depth of the medium, stresses created by double borders have a greater value. The action of the tangent load increases the asymmetry of stress fields, especially when applied unevenly.*

**Keywords:** mechanical twinning, distributed load, stress fields.

**Введение**

В процессе пластической деформации наряду со скольжением, которое играет наиболее существенную роль, значимое место занимает механизм двойникования [1], [2]. Двойникование проявляется преимущественно в случаях, когда затруднено скольжение [3]. У некоторых металлов это наблюдается при низких температурах. Чаще всего двойникование можно наблюдать в случаях деформации с большими скоростями. А некоторые металлы двойникуются и в процессе обычного скольжения при статическом воздействии сил [4].

Деформация двойникования приводит к появлению больших внутренних напряжений и, следовательно, создает структуру, склонную к хрупкому разрушению, так как двойниковые границы способствуют зарождению трещин [5]. Такие дефекты, как

границы механических двойников, приводят к локализации значительных напряжений, соизмеримых с напряжениями от внешнего силового воздействия. Поэтому для прогнозирования зарождения разрушения важно знать распределение полей внутренних напряжений, обусловленных двойниками, и при оценке прочности деформируемых сплошных сред учитывать влияние остаточных двойников [6].

### Постановка задачи

В ранее выполненных исследованиях [7] установлено совместное влияние клиновидных двойников, находящихся у поверхности, и внешней нормально распределенной нагрузки на распределение полей напряжений в области двойника и в приповерхностной области. Рассмотрены варианты равномерного и неравномерного внешнего воздействия на поверхность твердого тела в области устья двойника. Показано, что при относительно небольшом внешнем воздействии его влияние значимо на распределение полей напряжений у поверхности и отмечается незначительное влияние на изменение концентрации напряжений у вершины двойника.

Влияние клиновидных двойников на напряженное состояние материала, находящегося под действием внешней нагрузки, особенно важно на уровне малых объемов. В этих условиях решение практических задач механики деформируемого твердого тела в значительной степени определяется не только величиной внешнего воздействия, но также направлением этого воздействия и характером его распределения на поверхности материала.

Целью данной работы является определение полей напряжений в области клиновидного двойника при совместном воздействии на поверхность нормальной и тангенциальной распределенной нагрузки.

### Методика решения задачи

На рис. 1 схематично представлен клиновидный двойник длиной  $L$  и шириной  $H$  у устья с формой границ, описываемой функциями  $f_1(y_0)$  и  $f_2(y_0)$ . На поверхности  $(-m \leq x \leq n)$  в области двойника действует распределенная нагрузка в виде нормального давления  $p(x)$  и касательного усилия  $q(x)$ . При эквивалентном суммарном воздействии  $P$  и  $Q$  рассмотрим несколько вариантов нагружения: на рис. 1, *a* – равномерно распределенная нагрузка соответствует условиям плотного равномерного контакта; на рис. 1, *б* – условиям неплотного (частичного) контакта с неравномерно распределенной нагрузкой. При этом распределение неравномерной нагрузки на поверхности подчиняется следующей закономерности:

$$p(s) = c \left( \frac{s}{m} + 1 \right); \quad q(s) = c \left( \frac{s}{m} + 1 \right), \quad (1)$$

где  $s$  – текущая координата точки пространства вдоль оси  $OX$ ;  $c$  – постоянная, численно равная усилию в точке  $O$ ;  $m$  – начальная граница действия нагрузки.

Результирующие напряжения в области двойника определяются в виде суммы напряжений от внешних сил и напряжений от двойника, т. е.

$$\sigma_{ij}(x, y) = \sigma_{ij}^{дв}(x, y) + \sigma_{ij}^p(x, y) + \sigma_{ij}^q(x, y), \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}^{дв}(x, y)$  – напряжения, создаваемые двойником;  $\sigma_{ij}^p(x, y)$  и  $\sigma_{ij}^q(x, y)$  – напряжения от внешней нагрузки, соответственно, нормальной и касательной.

Напряжения, создаваемые рассматриваемым клиновидным двойником, могут быть определены из соотношения [6]:

$$\sigma_{ij}^{nb}(x, y) = \sigma_{ij}^{(1)}(x, y) + \sigma_{ij}^{(2)}(x, y), \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}^{(1)}(x, y)$  и  $\sigma_{ij}^{(2)}(x, y)$  – напряжения, создаваемые каждой из границ двойника.

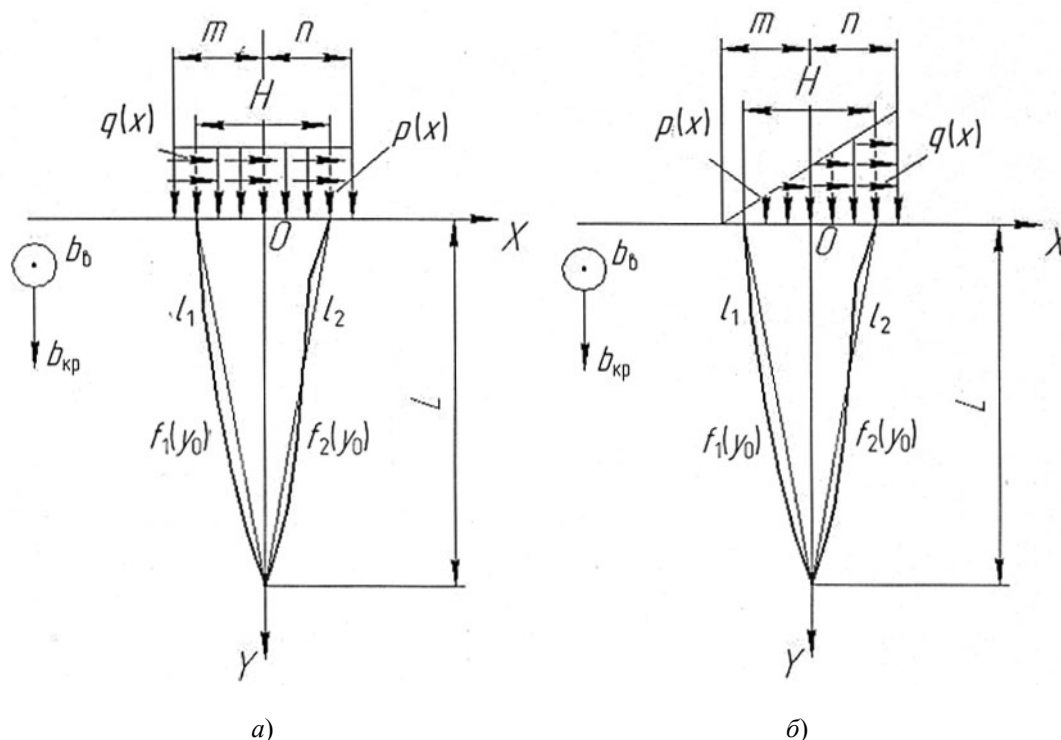


Рис. 1. Схематичное изображение двойника у поверхности с действующей на нее нормальной и касательной распределенной нагрузкой: а – равномерной (плотный контакт); б – неравномерной (частичный контакт)

В данной работе принимаем допущение, что двойник имеет форму равнобедренного треугольника с прямолинейными границами и плотностью двойникующих дислокаций на них  $\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{const}$ . Также, принимая во внимание выводы [8] о том, что наиболее существенное влияние поверхности на конфигурацию полей напряжений оказывается в случае скалывающих напряжений, расчеты выполняются на примере распределения величины сдвиговой компоненты  $\sigma_{xy}$  тензора напряжений.

Тогда в соответствии с методикой [6] напряжения, создаваемые границами двойника, можно определить по формулам:

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \rho \sqrt{1 + \left(\frac{H}{2L}\right)^2} \int_0^L \sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, y_0) dy_0; \quad (4)$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = \rho \sqrt{1 + \left(\frac{H}{2L}\right)^2} \int_0^L \sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, y_0) dy_0, \quad (5)$$

где  $\sigma_{xy}^{(1,0)}$  и  $\sigma_{xy}^{(2,0)}$  – напряжения, создаваемые на двойниковых границах отдельными дислокациями.



В целом конфигурация полей напряжений симметрична относительно плоскости двойникования. Отмечается концентрация напряжений у двойниковых границ, а также у устья и вершины двойника. У устья максимальные отрицательные напряжения (около 0,55 МПа) наблюдаются внутри двойника на расстоянии 12–16 мкм от поверхности. Затем они уменьшаются и на расстоянии двух третей длины двойника достигают нулевого значения, далее меняют знак на положительный и возрастают, достигая максимального значения порядка 0,80 МПа у вершины двойника. Снаружи двойника отмечается небольшая концентрация положительных напряжений в приповерхностной области на расстоянии  $\pm 50$  мкм от плоскости двойникования и 10–18 мкм от поверхности. То есть большие напряжения возникают не на поверхности, а в приповерхностной области.

На рис. 3 показано распределение напряжений, обусловленных деформацией поверхности под действием внешнего усилия, при отсутствии двойникующих дислокаций. Силовое воздействие в виде нормальной и касательной распределенной нагрузки  $p(s) = q(s) = 3$  Н/м осуществляется на участке  $m-n$ , равном ширине двойника (рис. 1, а).

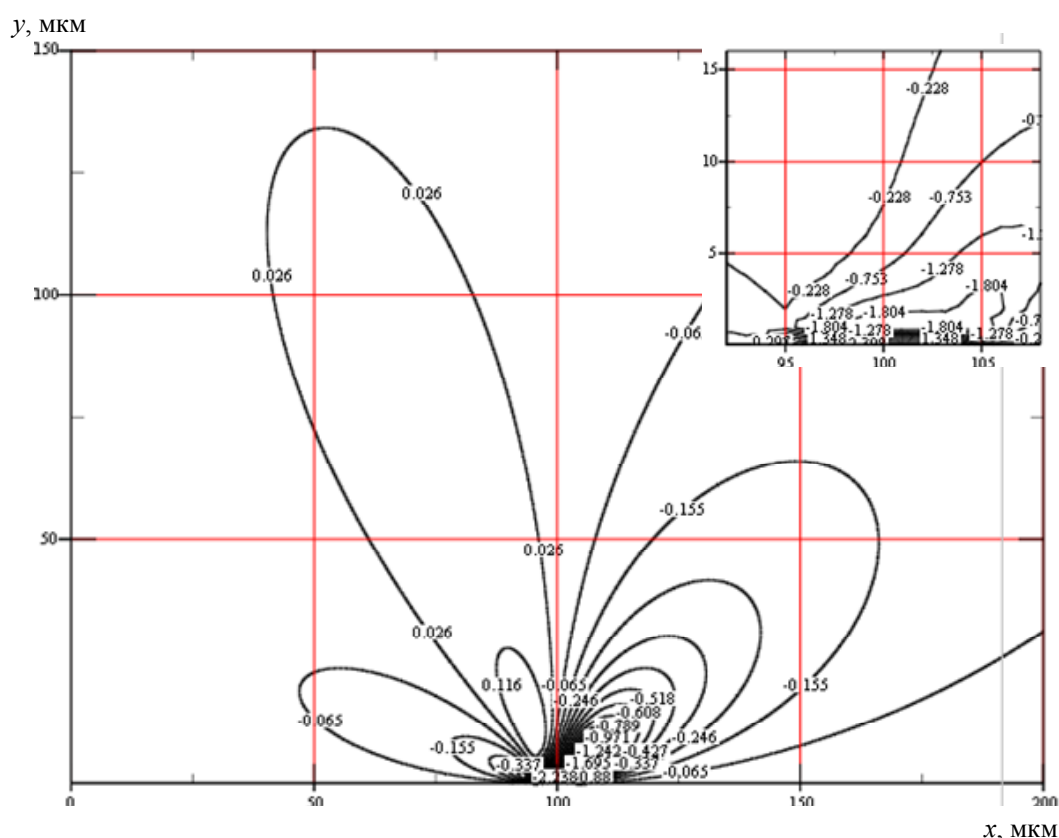


Рис. 3. Распределение напряжений при деформации поверхности нормальной и касательной равномерно распределенной нагрузкой в пределах ширины двойника, МПа

Представленная конфигурация свидетельствует о несимметричном распределении напряжений со смещением центра отрицательной области в сторону действия тангенциального усилия. Максимальные напряжения отмечаются на поверхности в зоне внешнего воздействия. Небольшая концентрация напряжений имеет место у границ приложения нагрузки. Следует отметить быстрое убывание напряжений вглубь поверхности и близкие к нулевым значения в области предполагаемого расположения вершины двойника.

Под действием нормальной и тангенциальной распределенной нагрузки при наличии у поверхности клиновидного двойника существенно меняется конфигурация полей напряжений и интенсивность напряженного состояния двойниковой области (рис. 4). Если при заданных в работе условиях большее влияние на напряженное состояние у поверхности оказывает внешнее воздействие, а в глубине большую роль играют напряжения двойникования, то совместное действие двух факторов обуславливает значительные напряжения во всей области распространения двойникующих дислокаций. В отличие от картины напряжений у клиновидного двойника при действии только нормальной нагрузки [7], приложенное касательное усилие вносит дополнительную несимметричность в конфигурацию полей напряжений. Соотношение напряжений отрицательного знака на границах двойника у поверхности достигает четырех: около 0,7 и более 2,6 МПа. Происходит подавление напряжений одной двойниковой границы вблизи поверхности в результате деформационного воздействия внешней нагрузки. И в результате внутри двойника у устья отсутствует четко выраженная область концентрации напряжений со смещением максимума к другой границе. Аналогичная асимметрия напряжений наблюдается по разные стороны от плоскости двойникования и снаружи двойника. У вершины двойника отмечается незначительное увеличение напряжений.

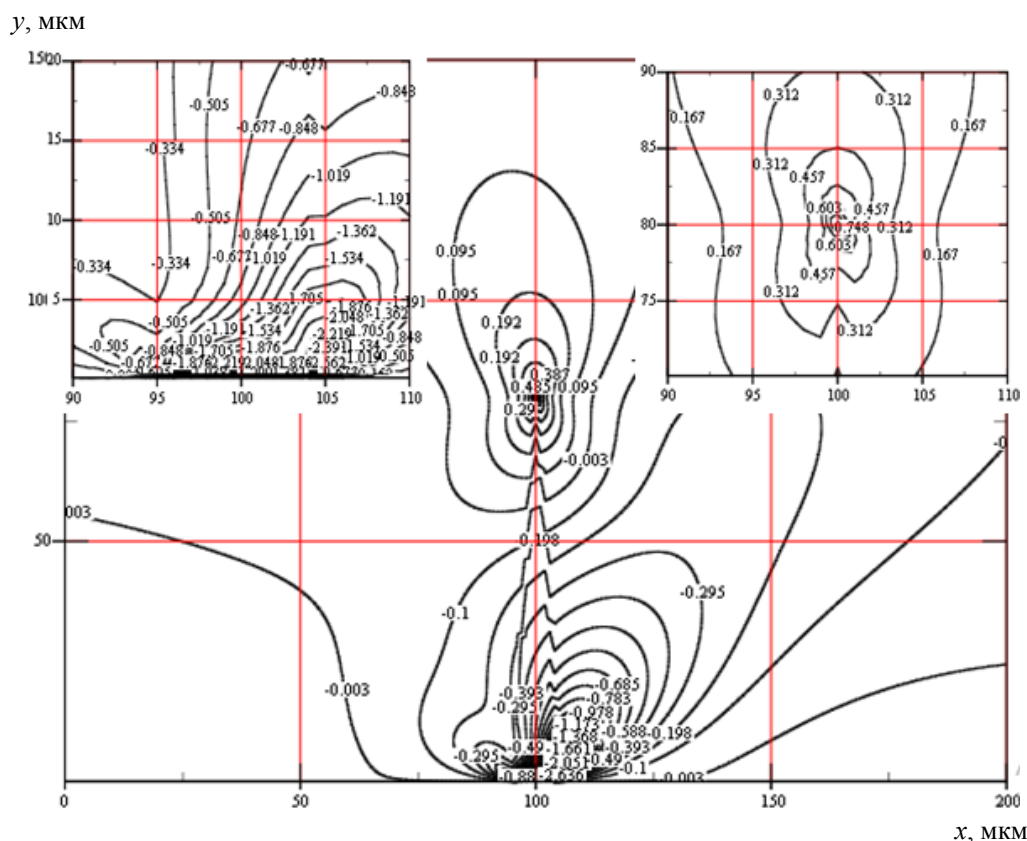


Рис. 4. Напряжения у клиновидного двойника при действии на поверхности в пределах его ширины нормальной и тангенциальной распределенной нагрузки, МПа

Деформирование поверхности неравномерно распределенной нормальной и касательной нагрузкой в соответствии с соотношениями (1) при  $c = 6$  (рис. 1, б) вносит еще большую асимметрию в конфигурацию полей напряжений в области клиновидного двойника (рис. 5). При этом одна из границ двойника (на рис. 5 – левая) на длине больше половины от поверхности практически «исчезает», т. е. напряжения

от внешнего воздействия «подавляют» напряжения двойниковых границ и на поле напряжений эта граница не просматривается. В целом напряженность поля возрастает: у поверхности у устья двойника увеличивается в 2–3 раза; у вершины двойника – приблизительно на 40–50 %. А соотношение уровня напряжение на границах действия внешней нагрузки достигает шести, так как область максимальных напряжений у приповерхностной области смещается за пределы границы двойника.

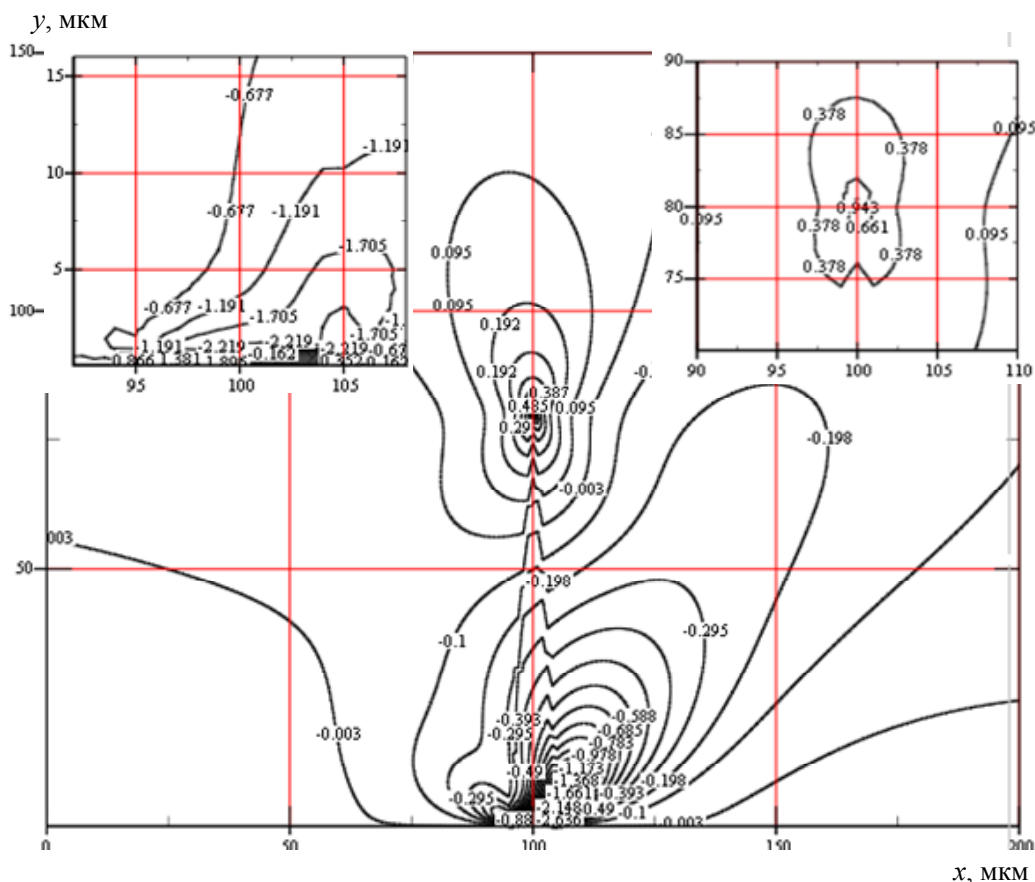


Рис. 5. Напряжения у клиновидного двойника при действии на поверхности в пределах его ширины нормальной и тангенциальной неравномерно распределенной нагрузки, МПа

Расширение зоны приложения ( $m = n = 5H$ ) той же эквивалентной нагрузки при нормальном и тангенциальном воздействии приводит к незначительному изменению конфигурации (в данной работе не представляется) полей напряжений у клиновидного двойника по сравнению с аналогичной схемой действия только нормального усилия [7]. Очевидно, что дополнительное тангенциальное воздействие способствует общему увеличению напряжений, особенно на границах действия нагрузки, а при неравномерном распределении силового воздействия вносит еще большую несимметричность в конфигурацию полей напряжений. Увеличение напряжений отмечается в области двойника, в том числе на его границах и внутри, особенно в приповерхностной зоне.

Следует также отметить, что расширение зоны приложения распределенной нагрузки до  $10H$  вносит меньшую асимметрию напряжений на двойниковых границах, чем при  $m = n = H/2$ . А при действии неравномерно распределенной нагрузки с приложением тангенциального усилия наблюдается увеличение напряжений внутри двойника на расстоянии 5–15 мкм от поверхности.

### Заключение

Таким образом, установлено, что наличие двойника у поверхности существенно влияет на распределение полей напряжений в зоне силового воздействия нормального давления и касательного усилия. Большое влияние от внешнего воздействия заметно в приповерхностной области, в том числе внутри двойника, а по направлению к вершине двойника возрастает роль напряжений от двойниковых границ. При этом касательное усилие существенно влияет на конфигурацию полей напряжений, увеличивая его асимметрию, особенно при неравномерно распределенном силовом воздействии.

### Литература

1. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М. : Металлургия, 1982. – 586 с.
2. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел : монография / О. М. Остриков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 301 с.
3. Классен-Неклюдова, М. В. Механическое двойникование кристаллов / М. В. Классен-Неклюдова. – М. : Изд-во АН СССР, 1960. – 261 с.
4. Федоров, В. А. Дислокационные механизмы разрушения двойникующихся металлов / В. А. Федоров, Ю. И. Тялин, В. А. Тялина. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 336 с.
5. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев. – Ростов н/Д, 1990. – 172 с.
6. Остриков, О. М. Методика прогнозирования распределения полей напряжений в реальных кристаллах с остаточными некогерентными двойниками / О. М. Остриков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2019. – 278 с.
7. Симанович, Н. М. Определение полей напряжений от действия распределенной нагрузки при наличии у поверхности клиновидного двойника / Н. М. Симанович, О. М. Остриков, М. П. Кульгейко // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. – 2021. – № 2 (125). – С. 66–69.
8. Остриков, О. М. Роль поверхности в формировании напряженного состояния у клиновидного нанодвойника / О. М. Остриков // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2012. – № 3. – С. 49–18.
9. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
10. Лившиц, Б. Г. Физические свойства металлов и сплавов / Б. Г. Лившиц. – М. : ГНТИ, 1959. – 386 с.

*Получено 02.09.2021 г.*