НАХОЖДЕНИЕ ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКА МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ ЕГО НА РАВНЫЕ ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ

Н. В. Бочаров

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научные руководители: Л. Л. Великович, Н. В. Тимошенко

Решение некоторых геометрических задач централизованного тестирования (и не только) вызывает определенные трудности. Поэтому представляет интерес поиск альтернативных способов, облегчающих решение задач. Рассматриваемый далее способ удобен тем, что он не требует применения математических формул и громоздких вычислений. Он заключается в разбиении параллелограмма или прямоугольника на n равных параллелограммов. Тогда площадь многоугольника можно найти как сумму площадей k равных параллелограммов.

Приведем примеры.

Задача 1 (*ЦТ 2012*, *В6*). Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 30. Точки M, N, P, Q – середины его сторон. Найдите площадь четырехугольника, заключенного между прямыми AN, BP, CQ и DM.

Решение

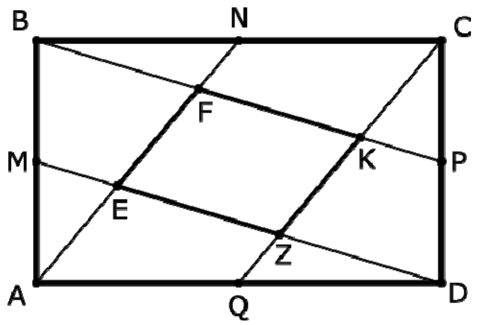

Рис. 1.1

Четырехугольник, заключенный между прямыми AN, BP, CQ, DM – параллелограмм (рис. 1.1), так как $AN//CQ$ и $BP//DM$. Для нахождения площади параллелограмма проведем параллельные прямые $CO_1//BP$, $AO_3//DM$, $BO_4//AN$, $DO_2//CQ$ (рис. 1.2).

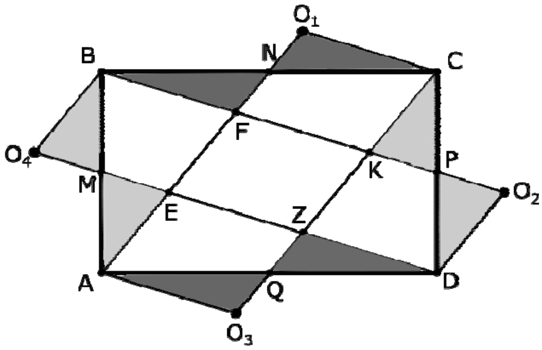

Рис. 1.2

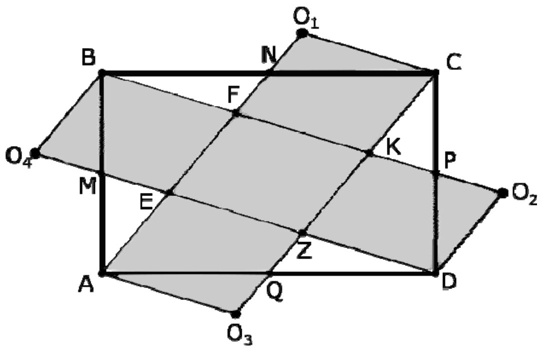

Рис. 1.3

$\Delta AQO_3 = \Delta QZD$ по стороне $AQ = QD$ и прилежащим к ней углам: $\angle AQO_3 = \angle ZQD$ (вертикальные), $\angle QAO_3 = \angle ZDQ$ (накрест лежащие при параллельных прямых $AO_3//DM$ и секущей AD). Аналогично, $\Delta BMO_4 = \Delta AME$, $\Delta CNO_1 = \Delta BNF$, $\Delta DPO_2 = \Delta CPK$. Значит, прямоугольник $ABCD$ и закрашенная фигура (рис. 1.3) равновелики. Эта фигура разбита на пять равных параллелограммов, и площадь одного такого параллелограмма равна $\frac{S_{ABCD}}{5} = 6$. Ответ: 6.

Задача 2 (*РТ 2012/2013*, *этап 1*, *В6*). $ABCD$ – прямоугольник (рис. 2.1). Точки N и K – середины сторон AD и CD, O – точка пересечения отрезков AK и BN. Если площадь прямоугольника равна 60, то площадь четырехугольника $OKDN$ равна…

Решение

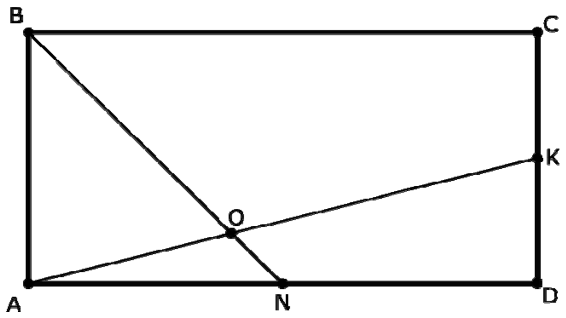

Рис. 2.1

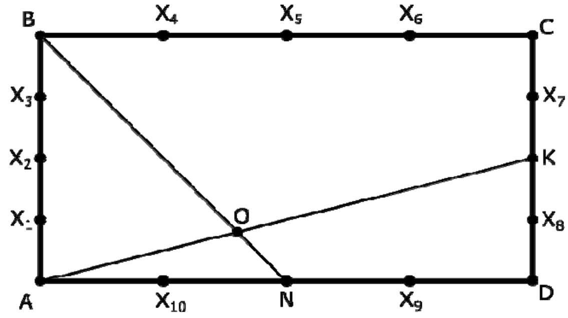

Рис. 2.2

Разобьем каждую из сторон прямоугольника $ABCD$ на четыре равных отрезка (рис. 2.2).

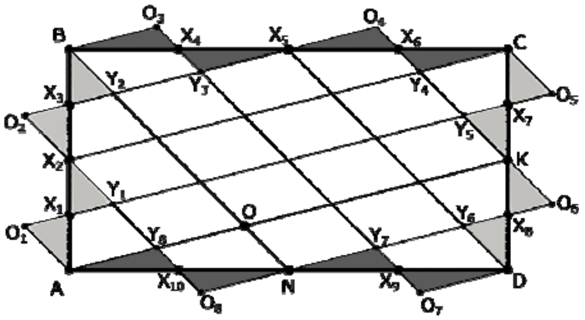

Рис. 2.3

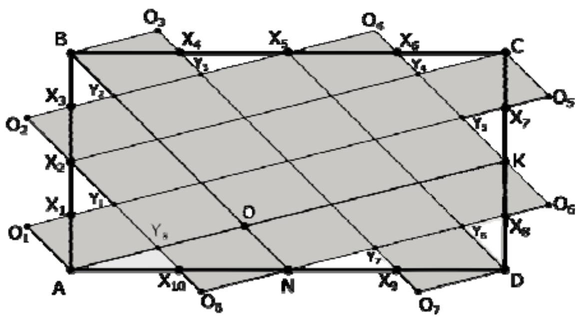

Рис. 2.4

Проведем через точки A, X_2, X_4, X_5, X_6, C прямые параллельно BN и через точки D, N, X_1, X_2, X_3, B прямые параллельно AK (т. е. $O_7D//NX_8//AK//X_1X_7//X_2C//X_3X_5//BO_3$, $AO_1//X_2X_{10}//BN//X_4X_9//X_5D//X_6K//CO_5$) (рис. 2.3). Аналогично предыдущей задаче $\Delta AO_1X_1 = \Delta X_1Y_1X_2 = \Delta X_2O_2X_3 = \Delta X_3Y_2B = \Delta CO_5X_7 = \Delta X_7Y_5K = \Delta KO_6X_8 = \Delta X_8Y_6D$ и $\Delta BO_3X_4 = \Delta X_4Y_3X_5 = \Delta X_5O_4X_6 = \Delta X_6Y_4C = \Delta DO_7X_9 = \Delta X_9Y_7N = \Delta NO_8X_{10} = \Delta X_{10}Y_8A$ по стороне и прилежащим к ней углам. Значит, прямоугольник $ABCD$ и закрашенная фигура (рис. 2.4) равновелики. Эта фигура разбита на двадцать равных параллелограммов, и площадь одного такого параллелограмма равна $\frac{S_{ABCD}}{20} = 3$. Четырехугольник *OKDN* разбит на четыре таких параллелограмма, т. е. его площадь равна $3 \cdot 4 = 12$. Ответ: 12.

Задача 3 (*РТ 2017/2018 этап 1, В12*). Точка M лежит на диагонали AC основания прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ так, что $AM : MC = 2 : 1$, а точка N – на ребре CC_1, $CN : NC_1 = 3 : 2$. Площадь треугольника AKM, где K – точка пересечения отрезков A_1M и AN, равна 80. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AB = 18$, $AD = 24$ (рис. 3.1).

Решение

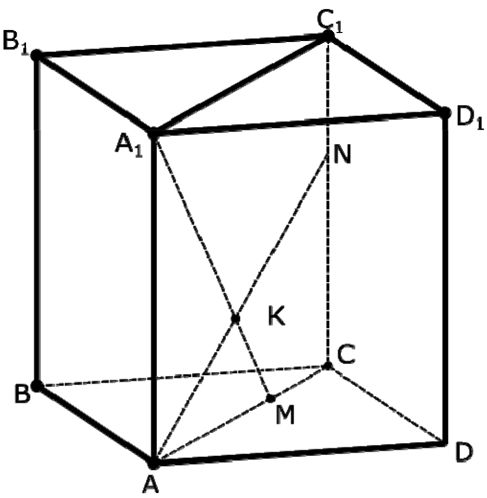

Рис. 3.1

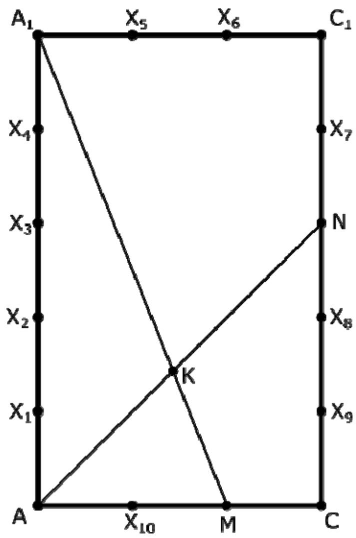

Рис. 3.2

Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдем по формуле $V = AD \cdot DC \cdot CC_1$, $V = 24 \cdot 18 \cdot CC_1$ и $CC_1 = \dfrac{S_{AA_1C_1C}}{AC}$. Из ΔADC $AC = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{6^2\left(4^2 + 3^2\right)} = 6 \cdot 5 = 30$. Зная площадь ΔAKM, найдем площадь прямоугольника AA_1C_1C аналогично предыдущим задачам. Рассмотрим прямоугольник AA_1C_1C. Разобьем стороны AC и A_1C_1 на три равных отрезка, а стороны AA_1 и C_1C на пять равных отрезков (рис. 3.2).

Проведем через точки X_{10}, M, C, X_7, C_1, X_6, X_5, A_1 прямые параллельно AN и через точки X_{10}, C, X_6 прямые параллельно A_1M (т. е. $O_2A_1//X_5X_4//X_6X_3//C_1X_2//X_7X_1//AN//X_8X_{10}//X_9M//O_4C$ и $X_{10}O_2//A_1M//X_5C//X_6O_4$) (рис. 3.3). Аналогично предыдущим задачам $\Delta A_1O_1O_2 = \Delta AO_1Y_1 = \Delta C_1O_3Y_4 = \Delta CO_3O_4$, $\Delta AY_1X_{10} = \Delta X_{10}Y_6M = \Delta MY_5C = \Delta C_1Y_4X_6 = \Delta X_6Y_3X_5 = \Delta X_5Y_2A_1$. ΔAKM разбит на два равных параллелограмма, значит площадь одного такого параллелограмма равна $\dfrac{S_{AKM}}{2} = 40$. Прямоугольник AA_1C_1C и закрашенная фигура (рис. 3.4) равновелики. Эта фигура разбита на двадцать один равный параллелограмм. Значит $S_{AA_1C_1C} = 21 \cdot 40 = 840$, $CC_1 = \dfrac{840}{30} = 28$, $V = 24 \cdot 18 \cdot 28 = 12096$. Ответ: 12096.

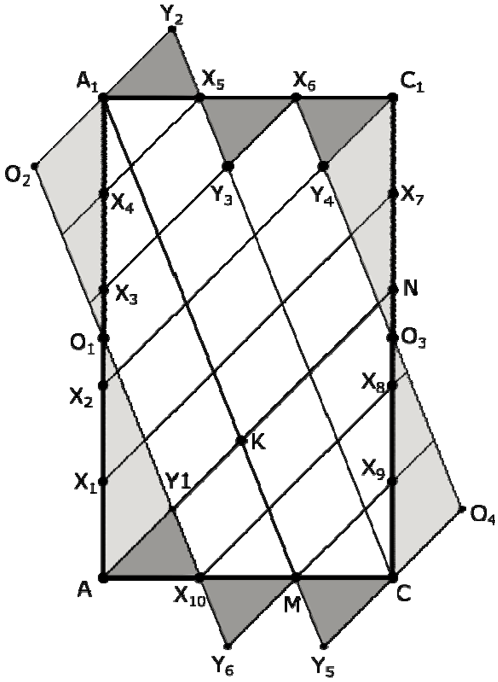

Рис. 3.3

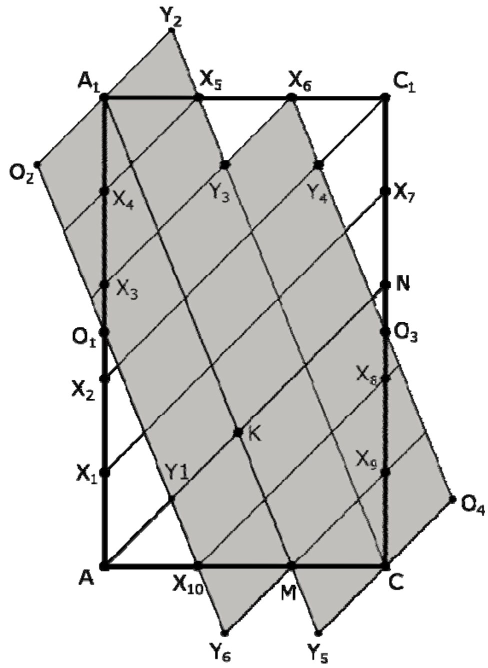

Рис. 3.4

Рассмотренный способ удобно применять для решения задач, в которых требуется найти площадь многоугольника, которая составляет часть площади от прямоугольника или параллелограмма. Данный способ основан на свойстве *аддитивности* площади и ее перегруппировке, т. е. в нашем случае площадь многоугольника равна сумме площадей равных параллелограммов.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ МАЯТНИКОВОГО РУДОДРОБИТЕЛЯ

П. Д. Седро

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель С. М. Евтухова

Общие сведения. Есть некоторая физическая система *W*, выполняющая рабочий процесс, затрачивая энергию. Функция энергии этой системы имеет следующий вид [1, с. 246]:

$$E_W(t) = E_{W\text{к}}(t) + E_{W\text{п}}(t),$$

где $E_{W\text{к}}(t)$, $E_{W\text{п}}(t)$ – кинетическая и потенциальная энергии системы соответственно.

Графики энергий такой системы будут иметь следующий вид (рис. 1 и 2).