

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

ГГТУ им. П.О.Сухого

О. Д. Асенчик

2021г.

Регистрационный № УД- 42-31/уч.

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебным дисциплинам:

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

для специальности:

1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

для специальностей:

1-36 04 02 «Промышленная электроника»

1-53 01 07 «Информационные технологии и управление
в технических системах»

Учебная программа составлена на основе:

типового учебного плана специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования» регистрационный № I 40-1-005/пр-тип., утв. 08.04.2021г.;
типового учебного плана специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» регистрационный номер № I 36-1-022/пр-тип., утв. 08.04.2021г.;
типового учебного плана специальности 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах» регистрационный № I 53-1-011/пр-тип., утв. 08.04.2021г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Бабич А.А., заведующий кафедрой «Высшая математика» Учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Воробей Л.А., доцент кафедры информационно-вычислительных систем Учреждения образования «Белорусский торгово-экономического университета потребительской кооперации», кандидат физико-математических наук, доцент.

Крышнев Ю.В., заведующий кафедрой «Промышленная электроника» Учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», кандидат технических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой «Высшая математика» учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого»
(протокол № 9 от 28.04.2021);

Научно - методическим советом факультета автоматизированных и информационных систем учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого»

(протокол № 9 от 03.05.2021); *УДоп-02-14/уч.*

Научно - методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого»

(протокол № 6 от 30.06.2021).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Основные цели учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» («Линейная алгебра и аналитическая геометрия»):

- дать фундаментальные знания по одним из основных разделов высшей математики, имеющим тесную связь с многочисленными приложениями;
- создать основы, необходимые для усвоения других естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин.

Основными задачами дисциплины являются:

- изучение основных положений аналитической геометрии, линейной алгебры и методики построения алгебраических структур;
- усвоение внутренней логики, связывающей линейную алгебру, аналитическую геометрию и основные алгебраические структуры;
- приобретение аналитических навыков, необходимых для исследования и решения практических задач с привлечением современных методов алгебры и аналитической геометрии.

Базой для изучения данной учебной дисциплины являются дисциплины «Алгебра» и «Геометрия», изучаемые в средней школе. Курс «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является математическим курсом и непосредственно связан с основной дисциплиной аналитического цикла «Математический анализ». Методы, излагаемые в курсе «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» («Линейная алгебра и аналитическая геометрия»), используются при изучении дисциплин «Методы оптимизации и управления», «Системный анализ и исследование операций», при изучении ряда общепрофессиональных и специальных дисциплин, а также дисциплин специализаций.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен *знать*:

- понятия и принципы аналитической геометрии;
- основные методы и алгоритмы линейной алгебры;

уметь:

- строить математические модели практических задач на основе методов аналитической геометрии и линейной алгебры;
- применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач;

владеть:

- приемами сведения практических задач к изученному математическому аппарату.

В результате изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» («Линейная алгебра и аналитическая геометрия») у студента должны быть сформированы следующие компетенции:

УК-12 Владеть навыками творческого аналитического мышления.

БПК-1 Применять методы матричного исчисления, решать системы алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами.

БПК-10 Владеть методами матричного исчисления, решать системы алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами.

Согласно учебным планам на изучение дисциплины отведено: всего 108 (120) учебных часа, из них – 62 (68) аудиторных часов. Распределение аудиторных часов по видам занятий: лекций – 34 часов, практических занятий – 28 (34) часов. Трудоемкость учебной дисциплины: 4,0 (3,0) зач. ед. (в скобках указаны часы для спец. 1-36 04 02 и 1-53 01 07).

Общее количество часов и распределение аудиторного времени по видам занятий и семестрам:

СЕМЕСТР	ЧИСЛО НЕДЕЛЬ	РАСЧАСОВКА	КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ	
			ЛЕКЦИИ	ПРАКТИЧ. ЗАНЯТИЯ
1	17	2/2	34	28 (34)
Итого:			34	28 (34)

Общая схема курса

Семестр	№	Наименование раздела, темы	Лекции (часы)	Практические занятия (часы)
1	1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра (Линейная алгебра и аналитическая геометрия)	34	28 (34)
ИТОГО:			34	28 (34)

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

- Тема 1. Матрицы.
- Тема 2. Определители. Ранг матрицы.
- Тема 3. Системы линейных уравнений.
- Тема 4. Векторы и операции над ними.
- Тема 5. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.
- Тема 6. Прямая и плоскость в пространстве.
- Тема 7. Поверхности второго порядка в пространстве.
- Тема 8. Линейные векторные пространства.
- Тема 9. Линейные евклидовы пространства.
- Тема 10. Линейные операторы и их матрицы.
- Тема 11. Линейные операторы в евклидовом пространстве.
- Тема 12. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
- Тема 13. Переход к новому базису.
- Тема 14. Диагональный вид матрицы линейного оператора.
- Тема 15. Квадратичные формы.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Аналитическая геометрия и линейная алгебра
(Линейная алгебра и аналитическая геометрия)

1.1	Введение. Матрицы и действия над ними (линейные операции, умножение матриц, транспонирование). Свойства операций над матрицами.	3	2					ПДЗ, КР, Э
1.2	Определители и их свойства. Вычисление определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования и вычисление ранга. Теорема о ранге матрицы. Метод окаймляющих миноров.	3	3					ПДЗ, Э
1.3	Системы линейных уравнений. Линейные системы в матричной форме. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Критерий совместности. Решение систем линейных уравнений. Правила Крамера. Метод Гаусса.	3	3					ПДЗ, КР, Э
1.4	Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Декартова система координат. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.	3	3(4)					ПДЗ, КР, Э
1.5	Декартова система координат. Декартовы координаты точек. Прямая на плоскости. Различные типы уравнений прямой на плоскости.	2	2					ПДЗ, Э
1.6	Прямая и плоскость в пространстве. Различные типы уравнений прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве	2	2					ПДЗ, КР, Э
1.7	Классификация кривых и поверхностей. Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.	2	1 (2)					ПДЗ, Э

1.8	Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная независимость элементов. Базис и размерность линейных пространств.	2	2					ПДЗ, Э
1.9	Изоморфизм линейных пространств. Пространство \mathbf{R}^n . Переход к новому базису в линейных пространствах. Матрица перехода. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Операции над линейными подпространствами.	2	2					ПДЗ, КР Э
1.10	Определение линейного оператора и его матрицы. Примеры линейных операторов. Действия над линейными операторами. Обратный оператор. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.	2	2					ПДЗ, Э
1.11	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Инвариантные подпространства. Характеристическое уравнение.	2	2					ПДЗ, КР Э
1.12	Определение евклидова пространства. Скалярное произведение. Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис.	2	2					ПДЗ, Э
1.13	Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы.	2	2					ПДЗ, Э
1.14	Собственные значения и векторы самосопряженных операторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Диагональный вид матрицы самосопряженного оператора.	2	- (2)					ПДЗ, КР Э
1.15	Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильверста. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду с помощью квадратичных форм.	2	- (2)					ПДЗ, КР, Э
	ИТОГО по дисциплине	34	28 (34)					

Пояснения:

ПДЗ – проверка домашнего задания;

КР – контрольная работа;

Э – экзамен.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев, - 6-е изд. – М.: Физматлит, 1987.
2. Жевняк, Р. М. Высшая математика. Ч. 2 / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск: Вышэйшая школа, 1985.
3. Элементы линейной алгебры / Р. Ф. Апатенок [и др.]. – Минск: Вышэйшая школа, 1986.
4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2017.
5. Головина, Л. И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения / Л. И. Головина. – М. : Наука, 1979.
6. Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд, - 5-е изд., испр. – М. : Добросвет, 1971.
7. Кострикин, А. И. Введение в алгебру / А. И. Кострикин. – М. : Наука, 1977.
8. Ремизов, А.О. Линейная алгебра и геометрия / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. – Москва: Физматлит, 2009. – 512 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387> – ISBN 978-5-9221-1139-3.

Дополнительная литература

9. Бугров, Я. С. Высшая математика. Т. 1 / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – М.: Дрофа, 2004.
10. Ефимов, А. В. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 1 : Линейная алгебра и основы математического анализа / А. В. Ефимов, Б. П. Демидович. – М.: Наука, 1993.
11. Стройникова, Е. Д. Основы прикладной алгебры / Е. Д. Стройникова. – Минск : БГУИР, 2010
12. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. ; Наука, 1967.
13. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскуряков, - 12-е изд., стереотип. – СПб. : Лань, 2008.
14. Ленг, С. Алгебра / С. Ленг ; пер. с англ. – М. : Мир, 1968.
15. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – М.: МГУ, 1998.

Учебно-методические материалы

16. Аналитическая геометрия и алгебра [Электронный ресурс]: пособие по курсу «Математика. Геометрия и алгебра» для студентов специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования» дневной формы обучения. / А. А. Бабич. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2019. - 125 с.

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Аналитическая геометрия и линейная алгебра (Линейная алгебра и аналитическая геометрия)

1. Матрицы. Действия над матрицами.
2. Определители и их свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы.
3. Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса.
4. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение.
5. Векторное и смешанное произведение векторов.
6. Прямая на плоскости.
7. Прямая и плоскость в пространстве.
8. Кривые на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.
9. Линейные пространства. Базис. Переход к новому базису.
10. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
11. Собственные значения и векторы линейных операторов.
12. Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Норма.
13. Линейные операторы в евклидовом пространстве.
14. Диагональный вид матрицы линейного оператора.
15. Квадратичные формы и их приложения.

Методы (технологии) обучения

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемый на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, творческий подход, реализуемый на практических занятиях.

Организация самостоятельной работы студента

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- выполнение домашних заданий в подготовке к практическим занятиям;
- изучение теоретического материала в процессе подготовки к лекциям;
- подготовка к контрольным работам;
- получение консультаций преподавателя по изучаемым вопросам;
- самостоятельная работа на базе электронного учебно-методического комплекса над определенными разделами учебной дисциплины;
- подготовка к экзаменам.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

по дисциплине

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

для специальности:

1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

для специальностей:

1-36 04 02 «Промышленная электроника»

1-53 01 07 «Информационные технологии и управление

в технических системах»

1. Матрицы, виды матриц. Нулевые и единичные матрицы. Равенство матриц.
2. Линейные операции над матрицами (сумма и произведение на число), их свойства.
3. Операция умножения матриц, ее свойства.
4. Операция транспонирования матриц, ее свойства. Симметричные и антисимметричные матрицы.
5. Подстановки и перестановки. Каноническая форма подстановок. Инверсные пары. Четность подстановок. Транспозиция подстановок. Теорема о транспозиции.
6. Определитель порядка n (общая формула). Формулы и правила для вычисления определителей второго и третьего порядков.
7. Основные свойства определителей.
8. Разложение Лапласа для определителей. Определитель треугольной матрицы.
9. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Формула для вычисления обратной матрицы.
10. Миноры порядка k . Понятие ранга матрицы. Основные соотношения для рангов матриц. Методы вычисления ранга матриц (метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований).
11. Системы линейных уравнений. Матричная форма записи линейных систем. Однородные и неоднородные линейные системы. Классификация решений линейной системы.
12. Совместные и несовместные системы. Теорема Кронекера-Капелли. Совместность однородных систем. Квадратные однородные системы. Тривиальные и нетривиальные решения.
13. Матричный метод решения невырожденных квадратных систем.
14. Правила Крамера. Задача интерполяции.
15. Алгоритм решения линейных систем по методу Гаусса - Жордана.
16. Понятие вектора. Нулевой вектор и единичный вектор. Коллинеарные и компланарные вектора. Равенство векторов.
17. Сумма векторов. Свойства операции сложения векторов. Разность векторов.
18. Произведение вектора на действительное число. Свойства операции умножения вектора на число. Теорема о коллинеарных векторах.
19. Понятие линейной независимости системы векторов. Общие теоремы о линейной зависимости (наличие нулевого вектора, наличие подсистемы зависимых векторов).

20. Теорема о линейной зависимости системы двух векторов, ее следствия. Теорема о линейной зависимости трех векторов, ее следствия.
21. Понятия размерности векторного пространства и его базиса. Теорема об единственности разложения вектора по заданному базису. Понятие координат вектора.
22. Ортонормированные базисы. Декартов базис. Связь между декартовыми координатами вектора и проекциями его на базисные оси. Направляющие косинусы и их свойства.
23. Скалярное произведение векторов, его геометрический смысл. Условие ортогональности двух векторов.
24. Алгебраические свойства скалярного произведения. Скалярное произведение векторов, заданных своими декартовыми координатами.
25. Понятие об ориентации тройки векторов. Векторное произведение. Условие коллинеарности векторов. Геометрический смысл векторного произведения.
26. Алгебраические свойства векторного произведения. Векторное произведение векторов, заданных своими декартовыми координатами.
27. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности тройки векторов. Алгебраическое свойство смешанного произведения. Смешанное произведение векторов, заданных своими декартовыми координатами.
28. Декартова система координат. Радиус-вектор точки. Декартовы координаты точки в пространстве. Расстояние между точками в декартовой системе координат.
29. Направляющий вектор прямой на плоскости. Векторно-параметрическое уравнение прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой проходящей через две точки. Параметрическое уравнение прямой.
30. Угловой коэффициент. Связь углового коэффициента с координатами направляющего вектора. Уравнение прямой с заданным угловым коэффициентом.
31. Нормальный вектор прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Теорема об отклонении точки от прямой на плоскости.
32. Понятие уравнения плоскости. Нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
33. Нормальное уравнение плоскости. Связь между общим и нормальным уравнениями. Теорема об отклонении точки от плоскости.
34. Прямая в пространстве. Уравнения прямой в пространстве. Условие скрещенности прямых.
35. Кривая на плоскости. Способы ее задания. Алгебраические и трансцендентные кривые. Понятие порядка кривой.
36. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. Понятие канонической системы координат и канонического уравнения. Классификация канонических уравнений кривых второго порядка.
37. Эллипс. Фокусы и полуоси эллипса. Каноническое уравнение эллипса. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
38. Гипербола. Фокусы и фокальные радиусы гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты, эксцентриситет и директрисы гиперболы.

39. Парабола. Фокус и директриса параболы. Каноническое уравнение параболы. Оптические свойства параболы.
40. Общее уравнение поверхностей второго порядка. Классификация невырожденных поверхностей второго порядка.
41. Линейные пространства (определение, примеры). Общие свойства линейных пространств.
42. Понятия линейной зависимости и линейной независимости систем элементов линейного пространства. Общие критерии линейной зависимости.
43. Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении элемента линейного пространства по базису.
44. Изоморфизм линейных пространств.
45. Ранг системы элементов. Полные системы. Теорема о ранге матрицы.
46. Матрица перехода между базисами. Преобразование координат элементов при смене базиса.
47. Линейные подпространства. Примеры. Нулевое подпространство. Линейные оболочки.
48. Операция пересечения линейных подпространств, ее свойства.
49. Сумма линейных подпространств, ее свойства.
50. Прямая сумма. Разложение линейных пространств в прямую сумму подпространств. Формула Грассмана для размерности суммы.
51. Линейные операторы. Образы и прообразы. Нулевой оператор. Тожественный оператор.
52. Свойства линейных операторов. Ядро линейного оператора. Дефект и ранг линейных операторов.
53. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при смене базиса.
54. Отношение подобия матриц. Свойства подобных матриц.
55. Оператор параллельного проецирования (определение, матрица, свойства).
56. Инвариантные подпространства линейных операторов. Свойства инвариантных подпространств.
57. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов, их общие свойства. Диагонализация матриц.
58. Характеристическое уравнение. Характеристическая матрица.
59. Линейные пространства со скалярным произведением. Евклидовы пространства.
60. Сопряженные и самосопряженные операторы. Матрицы самосопряженных операторов в действительных линейных пространствах, их свойства.

Диагностика компетенций студента

Типовым учебным планом по специальности в качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» предусмотрен экзамен. Оценка уровня знаний студента производится по десятибалльной шкале.

Для промежуточного контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной учебной дисциплине допускается использование следующего диагностического инструментария:

- типовые задания;
- контрольные работы;
- устный опрос во время занятий;
- расчетно-графические работы;
- коллоквиумы.

Протокол согласования программы с другими дисциплинами
специальности на 2021/22 учебный год

Наименование дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой дисциплине	Принятое решение (протокол №, дата) кафедрой, разработавшей программу
1	2	3	4
Теоретические основы информатизации-вычислительной техники (ИТ)	ИТ	Няма	№9 от 28.04.21
Теория передачи информации (ИТ)	ИТ	Няма	№9 от 28.04.21
Теория автоматического управления (ИТ, ИС)	ИТ	Няма	№9 от 28.04.21
Математическое моделирование сложных систем	ИТ	Няма	№9 от 28.04.21

Зав. кафедрой «Высшая математика»



А.А.Бабич