

УДК 656.259

Д. В. КОМНАТНЫЙ

*Гомельский государственный технический университет
им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь*

РАСЧЕТ ДВИЖЕНИЯ ЯКОРЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РЕЛЕ ПЕРВОГО КЛАССА НАДЕЖНОСТИ

Рассмотрено движение якоря реле первого класса надежности, которое применяется при построении систем сигнализации, централизации и блокировки. Выведено уравнение движения якоря. Получено его решение на основе методов кусочно-линейной аппроксимации механической характеристики реле и условной линеаризации переходных процессов в катушке электромагнитного реле. Показано, что эти методы позволяют получить простые выражения для изменения угла поворота якоря реле во времени.

Ключевые слова: электромагнитное реле, уравнение движения якоря, метод кусочно-линейной аппроксимации, метод условной линеаризации, метод неопределенных коэффициентов.

Электромагнитные реле первого класса надежности длительное время используются для разработки систем железнодорожной автоматики и телемеханики. Несмотря на внедрение микропроцессорной элементной базы, реле остаются востребованными для современных систем автоматики [1, 2]. Разработка новых типов железнодорожных реле продолжалась вплоть до настоящего времени [3–5]. Так, на международной железнодорожной выставке 2018 г. фирмы Испании и Франции представили реле первого класса надежности весьма малых габаритов (проф. К. А. Бочков, личное сообщение).

Несмотря на это, в литературных источниках отсутствует описание методов расчета движения подвижной части реле первого класса надежности на основании законов и уравнений динамики. Для анализа работы реле используют графические методы на основе тяговой и механической характеристик реле [6]. В настоящее время такие методы не соответствуют уровню развития теоретической механики, которая является научной базой решения задач динамики технических устройств.

Опубликованные методы анализа движения в реле автоматики и связи имеют существенные упрощения. Так, в известной монографии по расчету электромагнитных реле [7] не учитываются особенности конструкции железнодорожных реле – наличие противовеса. Механическая характеристика реле принята гладкой, хотя в реле первого класса надежности она имеет форму ломаной [6]. Сила тяги электромагнита принимается постоянной. В [8] сила тяги электромагнита принята изменяющейся по линейному закону. Эти гипотезы о силе тяги электромагнита реле не соответствуют практике [6], так как реле являются нелинейным электромагнитным элементом.

Следовательно, имеющиеся методы расчета реле не достаточны для железнодорожных реле первого класса надежности.

Поэтому целью настоящей работы является вывод уравнения движения якоря реле первого класса надежности, при котором достаточно точно для целей инженерной практики учитывается нелинейность электрических и механических характеристик реле, и его решение.

Конструкция реле первого класса надежности представлена на рисунке 1.

Движение якоря реле характеризуется углом поворота якоря относительно катушки. Уравнение движения якоря реле записывается на основании уравнения вращательного движения в виде

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_{\text{э}} - M_G - M_{\text{пр}}, \quad (1)$$

где J – момент инерции якоря и противовеса, кг·м²; α – угол поворота якоря, рад; t – время движения, с; $M_{\text{э}}$ – момент электромагнитной силы, Н·м; M_G – момент силы тяжести, Н·м; $M_{\text{пр}}$ – момент силы противодействия за счет упругости пружины, Н·м.

Момент электромагнитной силы вычисляется по формуле [7]

$$M_{\text{э}} = F_{\text{э}} l_1 = \frac{\Phi^2 l_1}{4\pi\mu_0\mu \left(l_1 - \sqrt{l_1^2 - r^2} \right)}, \quad (2)$$

где $F_{\text{э}}$ – электромагнитная сила тяги, Н; l_1 – плечо силы тяги, м; Φ – магнитный поток в катушке, Вб; μ_0 – магнитная постоянная, Гн/м; μ – магнитная проницаемость; r – радиус катушки реле, м.

Катушки реле имеют сердечник из ферромагнитного материала, поэтому являются существенно нелинейными элементами. При включении питания реле возникают переходные процессы, расчет которых из-за нелинейности катушки затруднен. Для расчета магнитного потока может быть использован метод условной линеаризации [9]. Этим методом можно показать, что магнитный поток в катушке меняется по закону

$$\Phi = \Phi_y (1 - e^{-t/\tau}), \quad (3)$$

где Φ_y – установившийся магнитный поток, Вб; τ – постоянная времени электромагнита, 1/с.

Из формул (2) и (3) после введения постоянного коэффициента k_1 получаем

$$M_{\text{э}} = k_1 \Phi_y^2 (1 - e^{-t/\tau})^2, \quad (4)$$

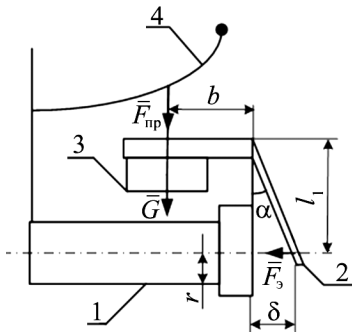


Рисунок 1 – Конструкция реле первого класса надежности:
1 – катушка, 2 – якорь, 3 – противовес, 4 – пружина подвижного контакта

Момент силы тяжести вычисляется по формуле

$$M_G = mgb, \quad (5)$$

где m – масса противовеса, кг; g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; b – плечо силы тяжести, м.

Момент силы противодействия пружины 4

$$M_{\text{пр}} = F_{\text{пр}}b, \quad (6)$$

где $F_{\text{пр}}$ – сила противодействия со стороны пружины подвижного контакта, Н.

Таким образом, уравнение (1) после подстановки (4), (5) и (6) имеет вид

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = k_1\Phi_y^2(1 - e^{-t/\tau})^2 - mgb - F_{\text{пр}}b. \quad (7)$$

Зависимость силы упругости пружины от зазора между катушкой и якорем реле δ дается механической характеристикой реле. Так как приближенно $\alpha \approx \delta/l_1$, то легко получить зависимость силы упругости от угла поворота якоря. На рисунке 2 показана механическая характеристика реле первого класса надежности [6]. Поскольку она представляет собой ломаную линию, то для решения (7) используем метод кусочно-линейной аппроксимации, апробированный на решениях ряда нелинейных задач механики [10–12].

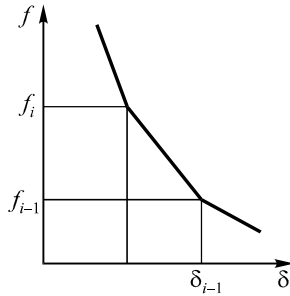


Рисунок 2 – Механическая характеристика реле первого класса надежности

Каждый отрезок механической характеристики может быть описан уравнением прямой линии, составленным по двум точкам [13]

$$f = -k_2\delta + k_3 = -k_2l_1\alpha + k_3, \quad (8)$$

где

$$k_2 = \frac{f_i - f_{i-1}}{\delta_i - \delta_{i-1}}, \quad k_3 = f_{i-1} - \delta_{i-1} \frac{f_i - f_{i-1}}{\delta_i - \delta_{i-1}},$$

Тогда для прямолинейного участка механической характеристики уравнение движения якоря принимает вид

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = k_1\Phi_y^2(1 - e^{-t/\tau})^2 - mgb - (-k_2l_1\alpha + k_3)b.$$

После введения коэффициентов

$$C_2 = \frac{bk_2l_1}{J}, \quad C_4 = \frac{k_1\Phi_y^2}{J} - \left(-\frac{m_{\text{пр}}gb}{J} - \frac{bk_3}{J} \right), \quad C_1 = \frac{k_1\Phi_y^2}{J}.$$

оно приводится к виду

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} - C_2\alpha = C_4 - 2C_1e^{-t/\tau} + C_1e^{-2t/\tau}. \quad (9)$$

Уравнение (9) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка. Его решение ищется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения [14].

Общее решение однородного уравнения

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} - C_2\alpha = 0$$

имеет вид

$$\alpha_{\text{общ}} = A_1 e^{-\sqrt{C_2}t} + A_2 e^{+\sqrt{C_2}t}. \quad (10)$$

Константы интегрирования A_1 и A_2 определяются из начальных условий и условий сопряжения, которые описаны ниже.

Частное решение ищется в виде [14]

$$\alpha_{\text{част}} = D_1 + D_2 e^{-t/\tau} + D_3 e^{-2t/\tau}. \quad (11)$$

Константы интегрирования D_1 , D_2 , D_3 находятся методом неопределенных коэффициентов [14].

Подстановка частного решения в уравнение (9) дает:

$$D_1 = \frac{-C_4}{C_2}; \quad D_2 = \frac{-2C_1}{\frac{1}{\tau^2} - C_2}; \quad D_3 = \frac{C_1}{\frac{4}{\tau^2} - C_2}.$$

При определении начальных условий примем во внимание, что якорь реле начинает движение, когда магнитный поток в катушке достигает некоторого значения $\Phi_{\text{тр}}$ в момент времени $t_{\text{тр}}$. Отсчет времени начинается с момента включения реле. Поэтому начальные условия записываются в виде

$$\alpha = \frac{\delta_0}{l_1}, \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0 \text{ при } t = t_{\text{тр}},$$

где δ_0 – зазор между непритянутым якорем и катушкой реле, м.

Время, соответствующее троганию, может быть найдено из формулы (3)

$$t_{\text{тр}} = \tau \ln \left[\left(\frac{\Phi_{\text{тр}}}{\Phi_y} - 1 \right)^{-1} \right].$$

При дальнейшем движении якоря и переходе рабочей точки системы с одного участка механической характеристики реле на другой должны выполняться условия сопряжения. Эти условия заключаются в том, что угол поворота якоря α и угловая скорость якоря $\frac{d\alpha}{dt}$ не изменяются в момент перехода с участка механической характеристики i на участок $i + 1$. Из этих условий определяются константы интегрирования в (10) для описания дви-

жения, когда сила противодействия пружины описывается участком $i + 1$ механической характеристики. На основании (10) и (11) может быть записана система уравнений для расчета констант интегрирования A_1 и A_2 . В ней коэффициенты уравнения и константы интегрирования D_1, D_2, D_3 определяются для участка механической характеристики $i + 1$

$$A_1 e^{-\sqrt{C_2} t_c} + A_2 e^{+\sqrt{C_2} t_c} = \alpha_c - D_1 - D_2 e^{-\frac{t_c}{\tau}} - D_3 e^{-\frac{2t_c}{\tau}}, \quad (12)$$

$$A_1 \sqrt{C_2} e^{+\sqrt{C_2} t_c} - \sqrt{C_2} A_2 e^{-\sqrt{C_2} t_c} = \frac{d\alpha}{dt_c} + \frac{D_2}{\tau} e^{-\frac{t_c}{\tau}} + \frac{2D_3}{\tau} e^{-\frac{2t_c}{\tau}}.$$

Время перехода t_c , значение угла поворота и угловой скорости якоря в этот момент определяются из условия достижения якорем зазора, граничного для участка механической характеристики i . Для вычисления t_c надо решить трансцендентное алгебраическое уравнение, соответствующее первому уравнению системы (12), что можно сделать только численно.

Таким образом, метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейной механической характеристики реле первого класса надежности позволяет свести решение нелинейного дифференциального уравнения движения якоря реле к последовательному решению нескольких линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка, которые могут быть найдены аналитически с использованием классического метода неопределенных коэффициентов. Представленный подход дает возможность вычислить магнитный поток и силу тяги электромагнитной катушки реле с ферромагнитным сердечником с достаточной для инженерной практики точностью.

С другой стороны, предложенное в статье решение является более точным, чем описанные в [7, 8] методы, так как более полно учитывает механические и электромагнитные свойства реле. Следовательно, предложенный способ расчета движения якоря реле первого класса надежности дает возможность повысить качество проектирования элементов железнодорожной автоматики, которые связаны с обеспечением безопасности движения поездов и поэтому должны проектироваться на основе моделей, сочетающих достаточную точность и сравнительно несложный математический аппарат. Первое обеспечивает требуемый уровень безопасности, второе – минимальные затраты времени на разработку конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Бочков, К. А. Микропроцессорные системы автоматики на железнодорожном транспорте / К. А. Бочков, А. Н. Коврига, С. Н. Харлап. – Гомель : БелГУТ, 2013. – 254 с.

2 Щиголов, С. А. Микропроцессорная полуавтоматическая блокировка / С. А. Щиголов. – Екатеринбург : НИЦ Промэлектроника, 2016. – 144 с.

3 **Офенгейм, Х. Г.** Новые контролируемые реле СЦБ и безопасные схемы с их применением / Х. Г. Офенгейм // Автоматика, связь, информатика. – 2006. – № 9. – С. 48–49.

4 **Офенгейм, Х. Г.** Новые реле для систем железнодорожной автоматики и телемеханики / Х. Г. Офенгейм, С. А. Татиевский // Автоматика, связь, информатика. – 2002. – № 9. – С. 28–31.

5 **Фадеев, В. С.** Повышение надежности и снижение себестоимости реле Н / В. С. Фадеев, Н. И. Пивоварчик // Автоматика, связь, информатика. – 2012. – № 2. – С. 19–22.

6 **Сапожников, В. В.** Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики / В. В. Сапожников, Ю. А. Кравцов, Вл. В. Сапожников. – М. : ГОУ УМЦ по образам. на ж.-д. трансп., 2008. – 394 с.

7 **Витенберг, М. И.** Расчет электромагнитных реле / М. И. Витенберг. – 4-е изд. перераб. и доп. – Л. : Энергия, 1966. – 413 с.

8 **Таев, И. С.** Электрические аппараты автоматики и управления / И. С. Таев. – М. : Высш. шк., 1975. – 224 с.

9 Основы теории цепей / В. Т. Зевеке [и др.]. – 5-е изд. перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 572 с.

10 **Dai, L.** Nonlinear Dynamics of Piecewise Constant Systems and Implementation of Piecewise Constant Arguments / L. Dai. – Singapore : World Scientific, 2008. – 344 p.

11 **Kleczka, M.** Local and global stability of a piecewise linear oscillator / M. Kleczka, E. Kreuzer, W. Schiehlen // Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering. – 1992. – Vol. 338, No. 1651. – P. 533–546.

12 **Svahn, F.** On the stability and control of piecewise-smooth dynamical systems with impacts and friction : Doctoral Thesis / F. Svahn; Royal Institute of Technology. – Stockholm, 2009. – 63 p.

13 **Гусак, А. А.** Линии и поверхности / А. А. Гусак, Г. М. Гусак. – Минск, Выш. шк., 1985. – 220 с.

14 **Пономарев, К. К.** Специальный курс высшей математики / К. К. Пономарев. – М. : Высш. шк., 1974. – 376 с.

D. V. KOMNATNY

Gomel State Technical University named by P. O. Sukhoi, Gomel, Belarus

CALCULATION OF THE FIRST-CLASS RELIABILITY ELECTROMAGNETIC RELAY ANCHOR MOTION

There is considered the anchor motion of the first class reliability relay, used at the alarm, centralization and blocking systems creation. The equation of the anchor movement is derived. The solution of this equation is obtained, based on the piecewise linear approximation of the relay mechanical characteristics and conditional linearization of transients in the electromagnetic relay coil. It is shown, that these methods allow to obtain the simple expressions for the relay anchor rotation angle depending on time.

Получено 12.02.2019