

УДК 531.3

КРЫЛОВОЙ СИММЕТРИЧНЫЙ ПРОФИЛЬ НА БИФИЛЯРНОМ ПОДВЕСЕ В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ СРЕДЫ

Ю. А. КАШИН, М. И. ЖАДАН

*Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»,
Республика Беларусь*

Р. Е. КАШИНА

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Введение

В работе [1] бифилярная передача определена, как система двух тел T_A и T_B , взаимообмен силами и движениями между которыми осуществляется посредством пары связывающих их отрезков гибких нитей, названных поводками. При анализе поведения таких передач одно из тел системы – T_A -тело считается условно неподвижным, а тело T_B – подвижным и занимающим относительную позицию согласно действию внешних сил, сил инерции и реакции связей напряженных поводков [1], [2].

Бифилярным подвесом T_B -тела на теле T_A условимся называть вырожденный вариант бифилярной передачи, когда на теле T_A оба поводка закреплены в одной точке и когда три точки крепления напряженных поводков на обоих телах являются вершинами соответствующего треугольника кинематических связей системы.

В данном исследовании ограничимся анализом поведения бифилярного подвеса с постоянным периметром названного треугольника связей и с регулируемой длиной гибких поводков. При этом подвижным T_B -телом принимаем тонкий симметричный крыловой профиль, относимый к классу рулевых профилей, отличительной особенностью которых является постоянство расположения фокуса профиля и центра приведения распределенных сил давления потока на профиль при различных углах его атаки в точке его хорды, удаленной от передней кромки крыла на расстояние, равное $\frac{1}{4}$ длины его хорды. Как известно [3], это свойство используется при конструировании рулей аэро- и гидропланов. У них за ось вращения руля принимают линию, проходящую через центр приведения распределенных сил давления среды, нормальных к оси вращения; это сводит к минимуму момент, необходимый для поворота руля, и облегчает управление кораблем. В настоящей работе отмеченное свойство рулевого профиля используется для наглядности и строгости описания условий достижения состояния статического равновесия аэродинамических систем с бифилярным подвесом, используемых в кайтинге, в пара- и дельтопланиризме [4].

Постановка задачи

Полагаем, что в системе координат Axy , неизменно связанной с условно неподвижным телом T_A на удерживаемое бифилярным подвесом крыло T_B в его некоем произвольном положении (рис. 1) со скоростью $\vec{U}_0 = U_0 \vec{i}$ набегаёт поток газа или жидкости плотностью ρ_0 и пусть α – угол атаки крыла, $C(x, y)$ – его фокус и точка приложения аэродинамической силы $\vec{F}(\alpha)$, характеризующей зависимость величины и направления равнодействующей совокупности распределённых сил воздействия потока на крыло от угла атаки α , H – длина хорды крыла, $l = \frac{H}{4}$ – удаление фокуса C от передней кромки крыла, L – его длина, $S = H \cdot L$ – площадь его опорной поверхности. Точками B и D крепления поводков длиной $p = AB$ и $q = AD$ на теле T_B принимаем точки его хорды, симметрично расположенные относительно C и взаимноудалённые на расстояние $2c$.

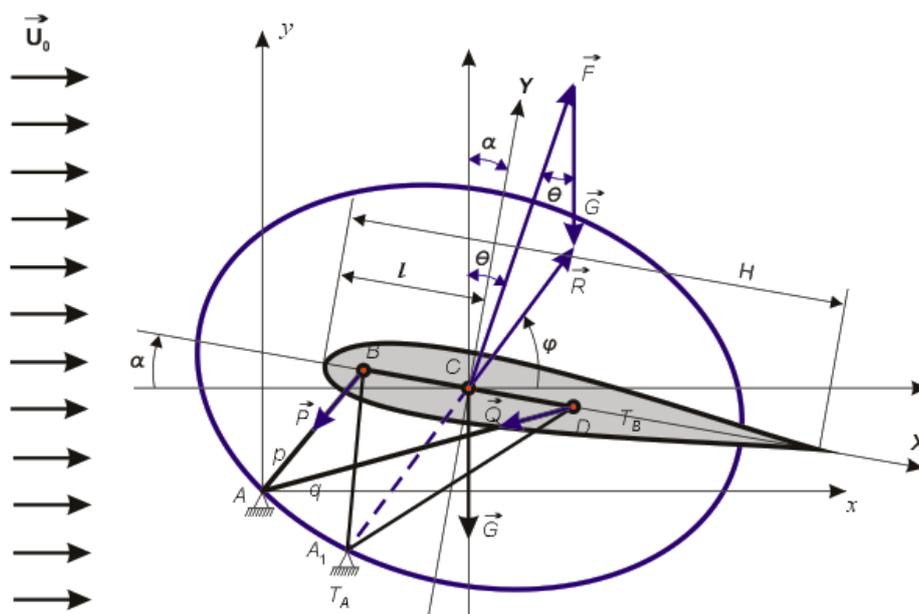


Рис. 1. Рулевой профиль на бифилярном подвесе в однородном потоке среды

Суммарную длину обоих поводков считаем постоянной:

$$p + q = 2a = \text{const} . \tag{1}$$

Пусть

$$k = \frac{a}{c} > 1 . \tag{2}$$

На основании классического определения эллипса, геометрическим местом точек, сумма расстояний которых до двух данных точек, именуемых фокусами эллипса, является постоянной и равной длине большой оси эллипса $2a$, заключаем, что принятыми соглашениями и условиями (1), (2) в системе координат CXY , смещённой относительно системы Axy и повернутой на угол $-\alpha$, определен эллипс с центром C и с фокусами B и D , задаваемый своим каноническим уравнением

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1, \quad (3)$$

где значением

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = c\sqrt{k^2 - 1} \quad (4)$$

определяется длина малой полуоси эллипса.

Непрерывное множество точек этого эллипса, далее называемого эллипсом кинематических связей данного бифилярного подвеса крыла T_B , определим соотношениями

$$p = 2a\lambda = 2kc\lambda, \quad q = 2a(1 - \lambda) = 2kc(1 - \lambda). \quad (5)$$

Полагаем, что

$$\lambda \in \left[\frac{k-1}{2k}, \frac{k+1}{2k} \right]. \quad (6)$$

Сразу отметим, что острым положительным углам атаки крыла соответствуют условия, что

$$\frac{k-1}{2k} < \lambda < \frac{1}{2}. \quad (7)$$

Удовлетворяющую этим условиям переменную λ будем называть параметром совместного регулирования длин обоих поводков при неизменности периметра треугольника кинематических связей ABD данного бифилярного подвеса:

$$p_0 = p + q + 2c = 2c + 2a = 2c(k + 1) = \text{const}. \quad (8)$$

Вектор-функцию $\vec{F}(\alpha)$ для данного профиля крыла T_B считаем известной и определенной в своем секторе рабочих углов атаки $|\alpha| \leq \alpha_*$, где α_* – критический угол безотрывного обтекания крыла потоком [5]. Эту вектор-функцию для крыла T_B считаем заданной в стандартной, принятой в аэро- и гидродинамике форме:

$$\vec{F}(\alpha) = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S [f_x \vec{i} + f_y \vec{j}], \quad (9)$$

где U_0 – скорость ветра, м/с; $\rho_0 = 1,23 \text{ кг/м}^3$ – нормальная плотность воздуха.

Скалярные функции

$$f_x = f_x(\alpha) \text{ и } f_y = f_y(\alpha) \quad (10)$$

называют коэффициентом лобового сопротивления крыла и коэффициентом его подъемной силы при данном угле атаки α , их отношение

$$K(\alpha) = \frac{f_y(\alpha)}{f_x(\alpha)} \quad (11)$$

– коэффициентом аэродинамического качества крыла при его угле атаки α , а угол

$$\Theta(\alpha) = \text{arcsctg } K(\alpha), \quad (12)$$

характеризующий отклонение силы $\vec{F}(\alpha)$ от фронтальной плоскости потока углом аэродинамического качества крыла [4].

Отметим, что кризису обтекания крыла при $\alpha = \alpha_*$ соответствуют максимально возможные значения коэффициента подъемной силы [3]:

$$f_{y^*} = \max_{\alpha \in [0, \alpha_*]} f_y(\alpha). \quad (13)$$

Не теряя общности, предположим также, что центр тяжести крыла расположен в его фокусе C и пусть сила тяжести крыла:

$$\vec{G} = -G \vec{j}; \quad (14)$$

– коэффициент нагруженности крыла, характеризующий соотношение действующих на крыло гравитационных и аэродинамических сил:

$$\kappa = \frac{2G}{\rho_0 U_0^2 S f_{y^*}}; \quad (15)$$

– приложенная в фокусе крыла C равнодействующая внешних активных сил действующих на рассматриваемую механическую систему:

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{G}; \quad (16)$$

– горизонтальная проекция равнодействующей \vec{R} :

$$R_x = \vec{R} \cdot \vec{i} = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S f_x; \quad (17)$$

– ее вертикальная проекция:

$$R_y = \vec{R} \cdot \vec{j} = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S f_y \left(1 - \kappa \frac{f_{y^*}}{f_y(\alpha)}\right); \quad (18)$$

– а углом

$$\varphi = \text{arctg} \frac{R_y}{R_x} = \text{arctg} \left(K(\alpha) \left(1 - \kappa \frac{f_{y^*}}{f_y(\alpha)}\right) \right) \quad (19)$$

определим ориентацию равнодействующей \vec{R} относительно оси Ax .

На основании известных положений теории равновесия механических систем [6] легко установить, что изображенное на рис. 1 и обсуждаемое состояние бифилярного подвеса крыла T_B может рассматриваться как состояние его некоего движения, так как здесь равнодействующая \vec{R} внешних сил не может быть уравновешена приложенными к T_B силами натяжения поводков \vec{P} и \vec{Q} . Согласно теореме о трех силах [6] для достижения статического равновесия данной системы в условиях действия названных ограничений, по крайней мере, необходимо, чтобы точкой крепления обоих поводков на теле T_A была точка A_1 пересечения эллипса кинематических связей равнодействующей \vec{R} (рис. 1).

данных его испытаний в аэродинамической трубе и опубликованных в работе [7], представлены на рис. 3, а.

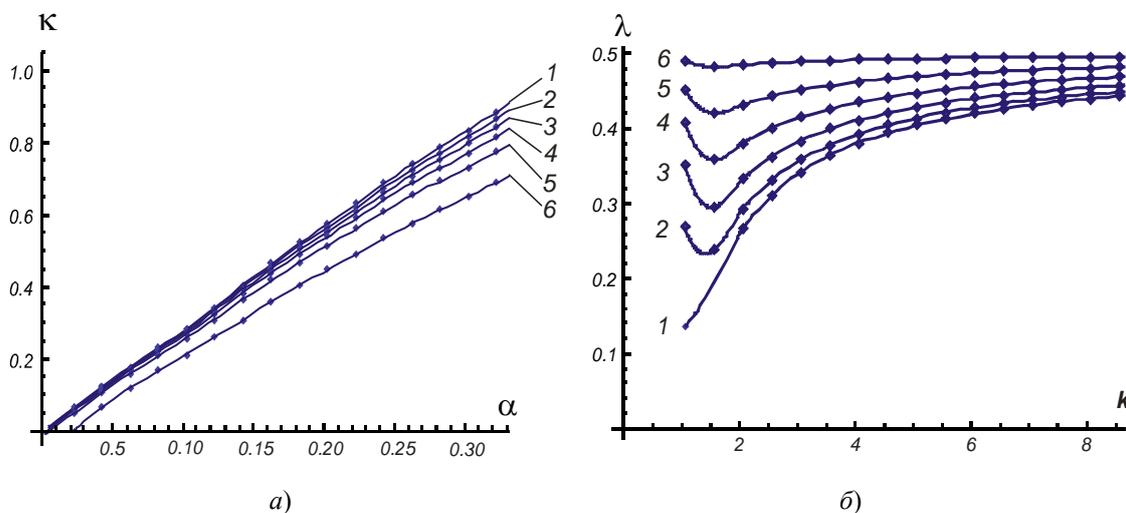


Рис. 3. Графики функций: а – $\kappa = \Phi_1(\alpha, \gamma_1)$, б – $\lambda = \Phi_2(k, \gamma_1)$ при $1 - \gamma_1 = 0,25$;
 2 – $\gamma_1 = 0,5$; 3 – $\gamma_1 = 0,75$; 4 – $\gamma_1 = 1,0$; 5 – $\gamma_1 = 1,25$; 6 – $\gamma_1 = 1,5$

Далее, используя обозначение рис. 2 и последовательно применяя теорему синусов и теорему косинусов, находим, что

$$\sin \gamma_1 = \sqrt{\frac{(k^2 - 1)(1 - k^2(1 - 2\lambda))^2}{2k^2(2\lambda^2 - 2\lambda + 1) - 1}}; \quad (23)$$

$$\sin \delta_1 = \frac{\sin \gamma_1}{2k\lambda}; \quad (24)$$

$$\sin \delta_2 = \frac{\sin \gamma_1}{2k(1 - \lambda)}; \quad (25)$$

$$r = c\sqrt{k^2 - (1 - (k(1 - 2\lambda))^2)}; \quad (26)$$

$$\sin \sigma_1 = \frac{r}{2kc\lambda} \sin \gamma_1; \quad (27)$$

$$\sin \sigma_2 = \frac{r}{2kc(1 - \lambda)} \sin \gamma_1. \quad (28)$$

Силы натяжения поводков, приложенные к крылу T_B , определим значениями

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= -P(\vec{i} \cos \alpha_p + \vec{j} \sin \alpha_p); \\ \vec{Q}_1 &= -Q(\vec{i} \cos \alpha_q + \vec{j} \sin \alpha_q), \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\alpha_p = \varphi + \delta_1 = \gamma_1 - \alpha + \delta_1; \quad \alpha_q = \varphi - \delta_2 = \gamma_1 - \alpha - \delta_2. \quad (30)$$

Затем, удовлетворяя условиям равновесия крыла T_B , считаем, что

$$\vec{R} + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 = 0 \quad (31)$$

и, проектируя это векторное равенство на оси координат, получаем систему двух уравнений

$$\begin{cases} R \cos \varphi = P_1 \cos \alpha_p + Q_1 \cos \alpha_q; \\ R \sin \varphi = P_1 \sin \alpha_p + Q_1 \sin \alpha_q, \end{cases} \quad (32)$$

решениями которой являются значения

$$P_1 = R \frac{\sin \delta_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}; \quad Q_1 = R \frac{\sin \delta_1}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}, \quad (33)$$

где

$$R = \sqrt{F^2(\alpha) + G^2 - 2F(\alpha)G \cos \theta(\alpha)}. \quad (34)$$

Далее, используя зависимость (19), составляем функцию

$$\gamma_1 = \varphi + \alpha = \arctg\left(K(\alpha)\left(1 - \kappa \frac{f_{y^*}}{f_y(\alpha)}\right)\right) + \alpha = \psi_1(\alpha, \kappa), \quad (35)$$

действительной областью определения которой является прямоугольник: $\kappa \in [0, 1]$, $\alpha \in [0, \alpha_*]$.

Наконец, уравнение (23) решаем относительно λ и находим, что

$$\lambda = \Phi_2(k, \gamma_1), \quad (36)$$

где функция

$$\Phi_2(k, \gamma_1) = 0,5 \left(1 - \frac{\cos \gamma_1}{k} \sqrt{\frac{k^2 - 1}{k_2 - \cos^2 \gamma_1}} \right) \quad (37)$$

определена в полосе $k > 1$, $\gamma_1 \in (0, \frac{\pi}{2})$. Графики однопараметрического семейства функций (36) представлены на рис. 3, б. Таким образом, все характеристики равновесного состояния рулевого профиля ни бифилярном подвесе оказываются определенными.

В качестве примера использования полученных зависимостей в таблице представлены данные численного эксперимента по расчету характеристик равновесного состояния рассматриваемой системы.

Исходные данные и результаты численного эксперимента для профиля N.A.C.A. 0012

Исходные данные						Расчетные параметры состояния							
U_0	α	γ_1	S	c	k	F_0	κ	G	P_1	Q_1	λ	p	q
м/с	рад	рад	м ²	м	—	н	—	н	н	н	—	м	м
10	0,2	0,75	1	1	5	106,28	0,55	46,72	13,25	17,74	0,43	4,28	5,72

Заключение

Представленные результаты позволяют сделать вывод о том, что, если заданы аэродинамические свойства и размеры крыла T_B и если назначены параметры исполнения бифилярного подвеса c и k , то заданием углов α и φ все параметры стационарного равновесного состояния системы, включая соответствующие значения параметра совместного регулирования длин поводков λ , определяются однозначно. Следовательно, угол атаки крыла α и угол φ ориентации равнодействующей аэродинамических и гравитационных сил \vec{R} относительно оси A_1x могут рассматриваться двумя обобщенными координатами данной аэродинамической системы, а искомым эффектом достижения стационарного состояния вполне обеспечивается назначением соответствующего значения параметра λ .

Литература

1. Кашин, Ю. А. Кинетика бифилярной передачи / Ю. А. Кашин, М. И. Жадан, Р. Е. Кашина // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2008. – № 2. – С. 18–28.
2. Кашин, Ю. А. Общее и частное решения задачи о стационарном состоянии бифилярной передачи / Ю. А. Кашин, М. И. Жадан, Р. Е. Кашина // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2008. – № 2. – С. 29–37.
3. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский // Москва : Наука, 1973. – 848 с.
4. www.fttp://forum.rc design.ru/f38/thread92337.html. – Воздушный змей на RC.
5. Нашукевич, А. В. Аэродинамика самолета / А. В. Нашукевич, Ф. А. Неголин, Б. А. Немировский. – Москва : Воениздат, 1966. – 307 с.
6. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики / Н. Н. Бухгольц. – Москва : Наука, 1972. – 468 с.
7. Eastman N. Jacobs, Kenneth E. Ward, Robert M. Pinkerton. The characteristics of 78 related airfoil sections from test in the variable-density wind tunnel. T.R. № 460, N.A.S.A., 1932. P. 299–354.

Получено 11.02.2009 г.