

УДК 548.232.4

## ГРАДИЕНТНЫЕ СВОЙСТВА ТЕМПЕРАТУРЫ НА ФАЗОВОЙ ГРАНИЦЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО РАСПЛАВА НИКЕЛЯ

И. А. Концевой, В. А. Климович

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Процессы высокоскоростной кристаллизации глубоко переохлажденного расплава служат основой перспективных способов получения материалов с новыми функциональными свойствами. В настоящее время в экспериментальных условиях достигнуты скорости роста 20–70 м/с при глубине переохлаждения расплава до 300 К. В данной работе рассматривается рост кристалла из однокомпонентного переохлажденного расплава с позиций теории локально-неравновесного теплопереноса. В общей постановке трехмерная нестационарная задача очень сложна. Здесь мы применяем более простой (полуобратный) подход к проблеме, позволяющий выяснить многие существенные детали процесса формирования теплового поля на поверхности роста кристалла, а именно: рассматриваем фазовую границу стационарной геометрической формы, перемещающуюся с постоянной скоростью. Этот случай характерен для стадии установившегося во времени режима роста. Данная работа продолжает исследования [1]–[2] и имеет целью изучение градиентных свойств теплового поля на линии роста при кристаллизации переохлажденного расплава никеля.

Релаксационная модель Максвелла переноса тепла в неподвижной среде состоит из уравнения для теплового потока и уравнения баланса энергии:

$$\mathbf{q} + \gamma \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\lambda \text{grad} T, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \text{div} \mathbf{q} = q_v, \quad du(T)/dT = c,$$

где  $T$  – температура;  $\mathbf{q}(q_1, q_2, q_3)$  – вектор удельного теплового потока;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – объемная теплоемкость;  $\gamma$  – время релаксации теплового потока;  $q_v$  – мощность внутренних источников энергии;  $u$  – плотность энергии. В трехмерном пространстве  $(x, y, z)$  фазовую границу (ФГ) кристаллизации моделируем поверхностью сильного разрыва теплового поля. На поверхности сильного разрыва  $f(x, y, z, t) = 0$  условия динамической совместности получаем обычным образом:

$$N(u_j - u_*) - Q = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_j - (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})_*, \quad (\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})_j = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})_*, \quad (\mathbf{q} \cdot \mathbf{b})_j = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{b})_*; \quad (1)$$

$$N = -\frac{\partial f / \partial t}{|\text{grad} f|}, \quad Q = L \left( N + \gamma_j \frac{dN}{dt} \right),$$

где (1) – баланс энергии на ФГ и условия непрерывности касательных и бинормальных к ФГ компонент вектора теплового потока;  $L$  – теплота фазового перехода единицы объема вещества;  $\mathbf{N} = N\mathbf{n}$  – скорость перемещения ФГ. Звездочкой отмечены параметры расплава; индекс  $j$  указывает, что значение функции определено на правой стороне разрыва, в твердой фазе. Подробности вывода и обсуждение соотноше-

ний (1) даны в [1]. Отметим, что при записи формул (1) используется ортогональный базис  $s$ ,  $n$ ,  $b$ , соответствующий касательной, главной нормали и бинормали к поверхности ФГ. В работах [1], [2] получены в явном виде выражения нормальных производных  $\partial T / \partial n$ ,  $\partial q_n / \partial n$ ,  $\partial q_s / \partial n$ . Здесь эти формулы не приводятся.

Обсудим результаты расчетов кристаллизации никеля (рис. 1).

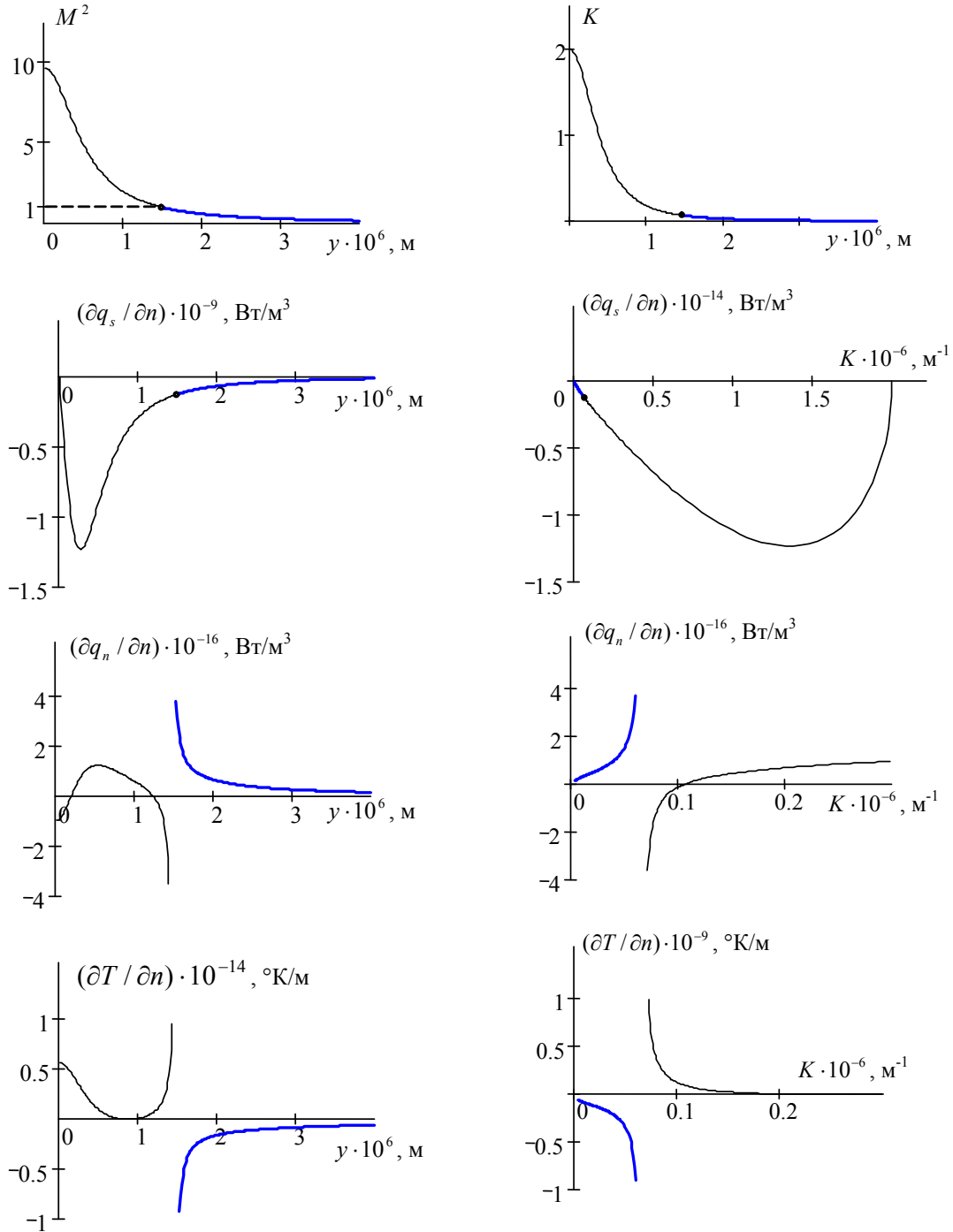


Рис. 1. Структура пространственной неоднородности теплового потока в конечной окрестности вершины дендрита

Были приняты следующие значения теплофизических параметров:

$$T_c = 1728 \text{ К}; T_* = 1562 \text{ К}; L = 2,14 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3; U = 1,81 \text{ Дж/м}^2;$$

$$c = 5,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}; \lambda = 69 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \gamma = 1,38 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

Построены зависимости от  $y$  следующих величин: квадрат теплового числа Маха  $M^2 = N^2 / w_j^2$ ,  $w_j^2 = \lambda_j / (c_j \gamma_j)$ ; кривизна  $K$ . Градиентные свойства температуры и теплового потока представлены зависимостями от координаты  $y$  нормальных производных от температуры  $\partial T / \partial n$ , нормальной  $\partial q_n / \partial n$  и касательной  $\partial q_s / \partial n$  компонент теплового потока. Важное значение имеет характер зависимости переносных функций от кривизны  $K$ .

В ходе расчетов обнаружено существование «звуковой точки»  $M^2 = 1$  (рис. 1), т. е. для кристаллизации переохлажденного расплава никеля характерны дозвуковой и сверхзвуковой процессы. Анализируя рис. 1, видим, что при переходе через «звуковую точку» наблюдается разрыв нормальных производных от нормальной составляющей вектора теплового потока и от температуры. Части графиков, выделенные жирными линиями, соответствуют дозвуковому режиму, а тонкими линиями – сверхзвуковому режиму.

*Работа выполнена в рамках государственной программы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.*

#### Литература

1. Шабловский, О. Н. Тепловая градиентная катастрофа и рост двумерного свободного дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский // Прикладная физика. – 2007. – № 3. – С. 29–37.
2. Шабловский, О. Н. Локально-неравновесные свойства фазовой границы высокоскоростной кристаллизации переохлажденного расплава. Ч. 1. Трансзвуковой переход на линии роста / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2017. – № 2. – С. 71–79.

УДК 532.516

## ПРОИЗВОДСТВО ЭНТРОПИИ В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Д. Г. Кроль, С. В. Стельмашонок

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

В плоском случае стационарные течения несжимаемой сплошной среды определяются уравнениями [1]:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0; \quad (1)$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_v, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}; \quad (2)$$